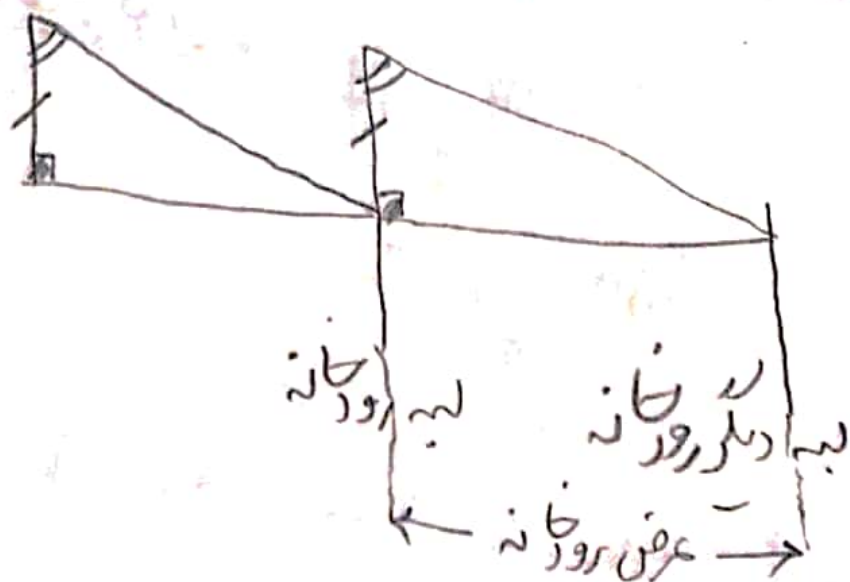
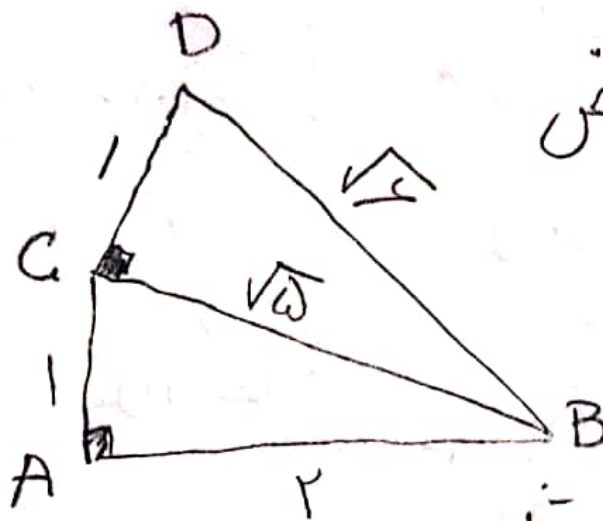


① به باز با بر لب ورودخانه باشند و لب کدشت را طوری
 تنظیم کنند که یا کناره مقابل ورودخانه از زاویه نگاهش
 منطبق شود، سپس بدون این که زاویه سه و صده
 و امتداد نگاهش تغییر کند عقب عقب رود تا این بار
 لب صده یا لب ورودخانه که ابتدا در کنارش ایستاده بود
 منطبق شود. در این صورت عرض ورودخانه و ای تعداد
 قدم هایی خواهد بود که سه باز عقب عقب طی کرده است.
 (به دلیل تساوی مثلث های قائم الزامه در شکل زیر)



②



الف - غلط است. مثال نقض

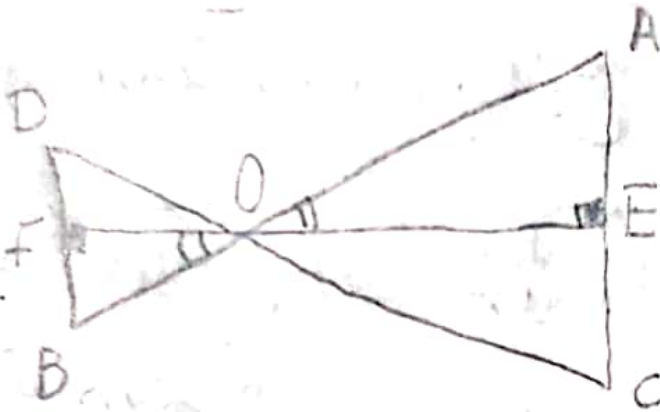
در مثل اودرو

$$AC = CD \text{ و } BC = BC$$

اما $\triangle ABC$ و $\triangle BCD$ هم‌غایت نیستند.

ب - درست است چون در این صورت دو ضلع برابر یا دو ضلع زاویه قائمه هستند که در این حالت دو مثلث به حالت دو ضلع و زاویه بین که قائمه است هم‌غایتی شوند یا یکی از دو ضلع و زاویه است که در این حالت دو مثلث به حالت دو ضلع و زاویه بین ضلع دو مثلث‌های قائم‌الزاویه هم‌غایت خواهند بود.

۲) با توجه به عنوان میان در شکل زیر

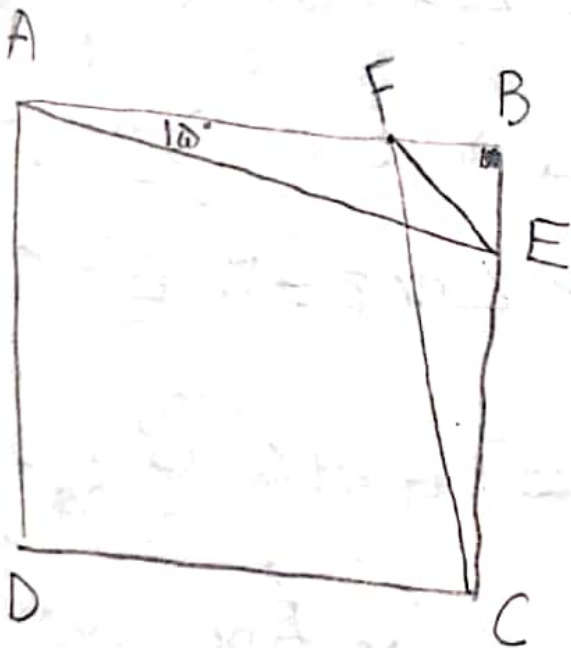


به وضوح $\triangle AOE$ و $\triangle BOF$

هم‌قوت هستند.

اما از مثلاً در خط تقسیم نه

$AO = BO$ آن‌گاه دو مثلث به حالت برابری داده هم‌قوت است



$$AE = FC$$

$$AB = BC$$

$$\angle B = 90^\circ$$

$$BF = BE$$

$$\angle EFB = 75^\circ$$

(II)

$$\triangle ABE \cong \triangle CBF$$

$$\angle FCB = 15^\circ$$

$$\angle BFC = 75^\circ$$

(I)

$$I, II \Rightarrow \angle CFE = \angle CFB - \angle EFB = 75^\circ - 75^\circ = 0^\circ$$

⑤ فرض های مسئله در شکل ادو
نشان داده شده اند . به موضوع

$\triangle AMG$ و $\triangle MGB$ به حالت متساوی الساقین

هم غایت در نتیجه $\angle M_1 = \angle M_2 = 90^\circ$

به حالت متساوی الساقین با $\triangle GMB$ و در نتیجه با $\triangle AMG$ هم غایت است .

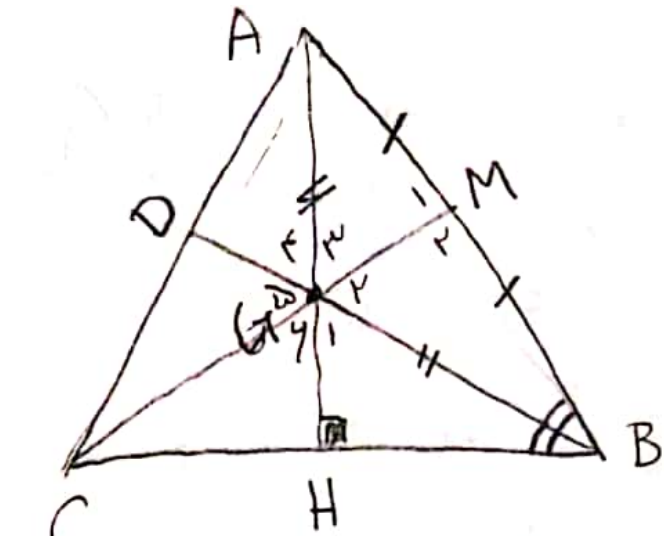
در نتیجه $\angle G_1 = \angle G_2 = \angle G_3 = 60^\circ$ و با توجه به زوایای متقابل به رأس

نتیجه می گیریم $\angle G_4 = \angle G_5 = \angle G_6 = 60^\circ$ پس $\angle B = 60^\circ$ و

هم چنین $\angle MCB = 30^\circ$ پس $\triangle GBC$ متساوی الساقین است

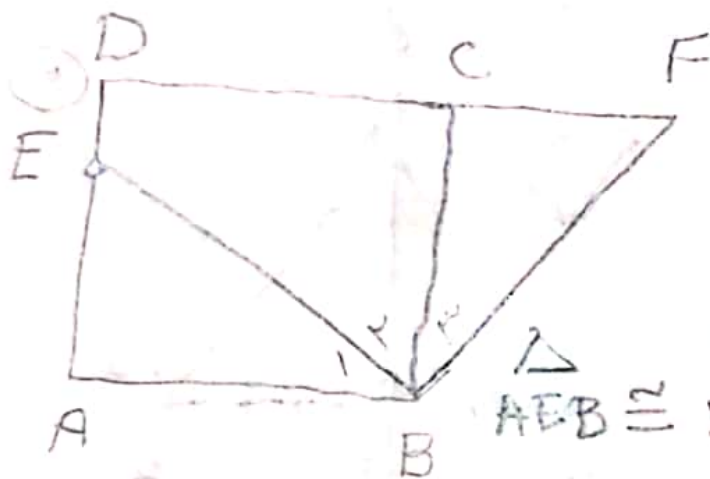
و بنا براین $GC = BG = AG$ و در نتیجه $\angle A = \angle C = 60^\circ$

پس $\triangle ABC$ متساوی الساقین است .



حال مثلث قائم الزاویه $\triangle GHB$

و در نتیجه با $\triangle AMG$ هم غایت است .



$$\angle B_1 + \angle B_2 = 90^\circ = \angle B_2 + \angle B_3 \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} \angle B_1 = \angle B_3 \\ \angle A = \angle C = 90^\circ \\ AB = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEB \cong \triangle BFC$$



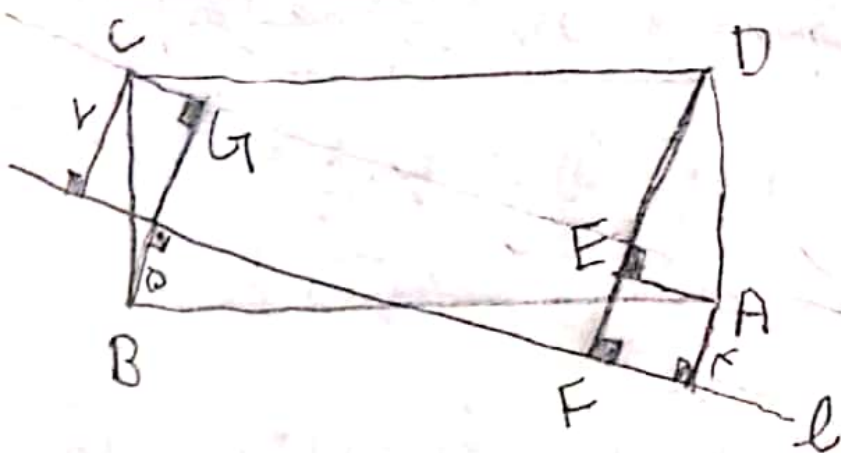
$$BF = BE$$

$$BF \times BE = 16 \Rightarrow BF = BE = 4$$

$$\angle C = 90^\circ \xrightarrow[\text{فیثاغورس}]{\text{رابط}} BC^2 + FC^2 = BF^2 \Rightarrow 16^2 + FC^2 = 20^2$$



$$\boxed{FC = 12}$$



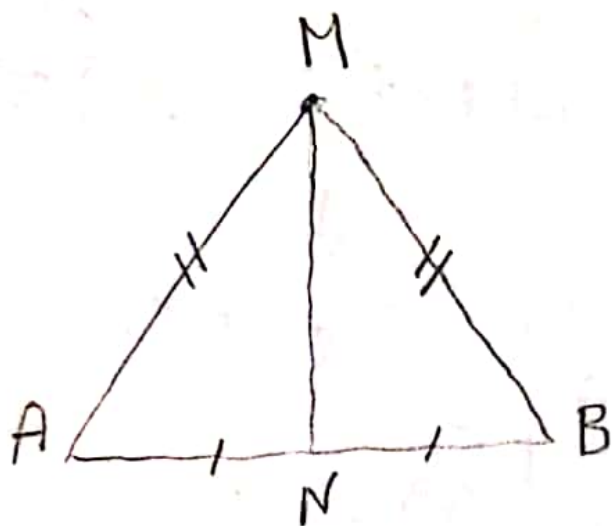
① با توجه به شکل از C به امتداد
عمودی که از B بر ل رسم شده
عمودی رسم کرده ایم و هم چنین
از A بر عمودی که از D بر ل رسم
شده عمودی رسم کرده ایم.

$$\left. \begin{array}{l} \angle CBG = \angle ADE \\ BC = AD \\ \angle E = \angle G = 90^\circ \end{array} \right\}$$

(چون اضلاع موازی دارند)
و زاویه قائمه

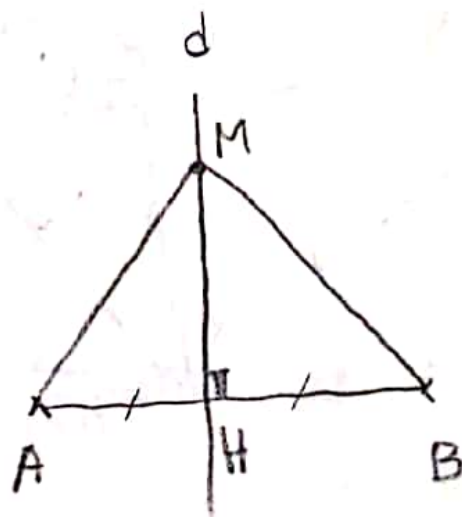
$$\Rightarrow \triangle BCG \cong \triangle ADE \Rightarrow DE = BG = 5 + 7 = 12$$

$$\text{فاصله D از ل} = DF = DE + EF = 12 + 4 = 16$$



$$\left. \begin{array}{l} AM = BM \\ AN = BN \\ MN = MN \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ضلعون} \\ \Rightarrow \triangle AMN \cong \triangle BMN \\ \Downarrow \\ \angle N = 90^\circ \end{array}$$

یعنی MN عمود منصف است.



$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \\ \angle H = 90^\circ \\ HM = HM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ضلعون} \\ \Rightarrow \triangle AHM \cong \triangle BHM \\ \Downarrow \\ AM = MB \end{array}$$

(K)

مست راست اثبات این قضیه است.

هر نقطه دلخواه روی عمود منصف یک پاره خط از دوسر آن به یک فاصله است.

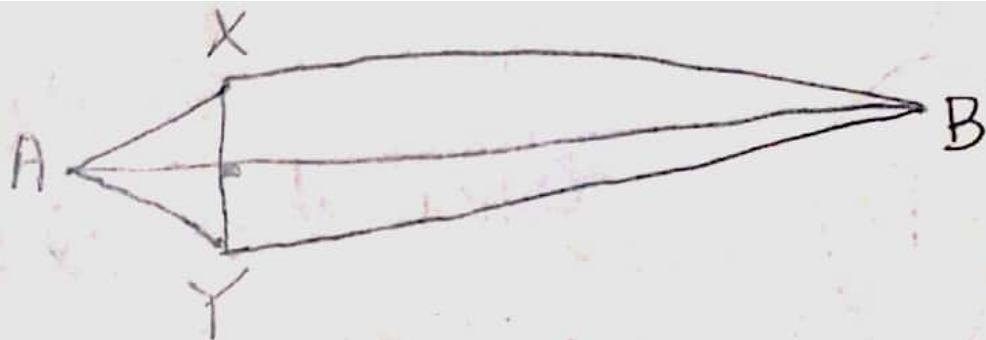
مست چپ اثبات این قضیه است.

هر نقطه که از دوسر یک پاره خط به یک فاصله باشد روی عمود منصف آن است.

که در واقع این دو قضیه عکس یکدیگر هستند. راه دیگر بیان این دو قضیه

در یک جمله واحد استفاده از اصطلاح مکان هندسی است به این شکل:

عمود منصف یک پاره خط مکان هندسی نقاطی است که از دوسر آن به یک فاصله هستند.



(9)

الف) درست است چون A و B طبق قضیه متمم سوال (1)

مرد و روی عمود منصف XY هستند و از دو نقطه یک نقطه یک خط

می گذرد که همان عمود منصف XY است.

ب) درست نیست همان طور که در شکل رسم شده به عنوان مثال نقض مشخص است.

ج) خیر چون به عنوان مثال نقض می توانیم در ابتدا مثلث متساوی

السا مثلث $\triangle ABK$ که $AB = AK$ را رسم کنیم و در ادامه از

A خطی دلخواه رسم کنیم که BK عمود نیافتد و در امتداد آن

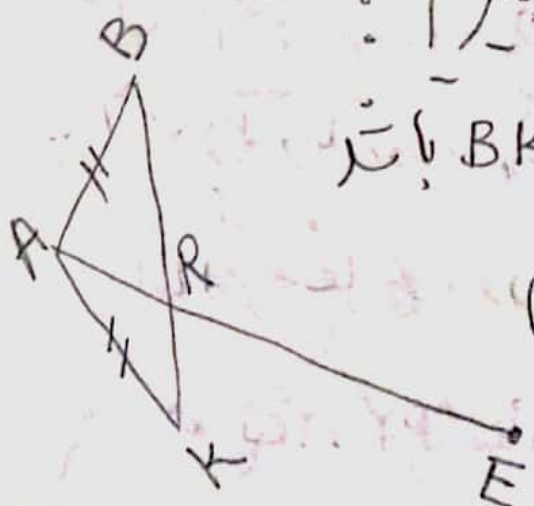
مانند شکل زیر نقطه دلخواه E را در نظر بگیریم :

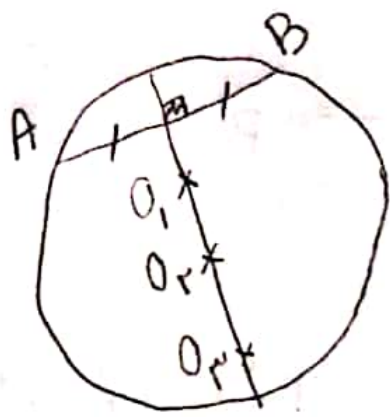
اما اگر این شرط را اضافه کنیم که R وسط BK باشد

آن گاه طبق آن چه در سوال (8) اثبات کردیم

امتداد AR عمود منصف پاره خط

BK خواهد بود

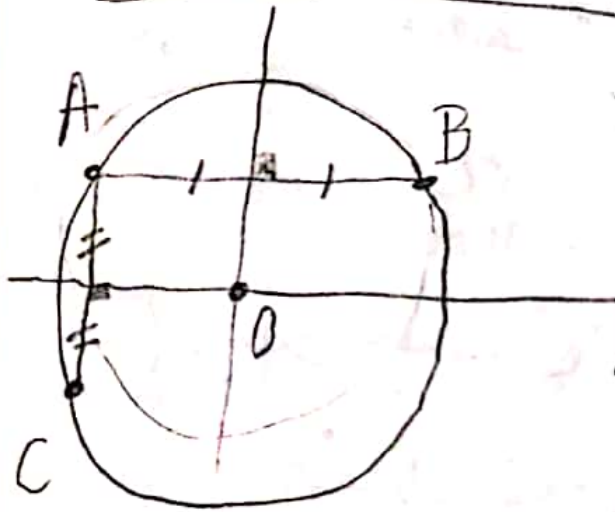




⑪ لثروما ملز داره بنت .

در واقع O می تواند نقطه ای روی

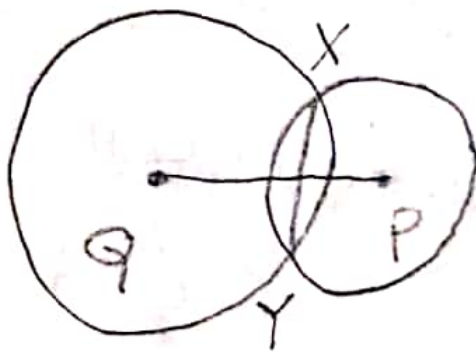
عمود منصف باره خط AB باشد .



⑫ الف) خط نقطه روی عمود منصف AB

ب) خط نقطه روی عمود منصف AC

ج) محل برخورد دو عمود منصف



⑬ P روی عمود منصف XY $\Rightarrow PX = PY$

الف) Q روی عمود منصف XY $\Rightarrow QX = QY$

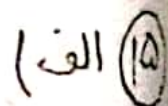
چون از هر دو نقطه یک و نقطه یک خطی نذر د

بی PQ روی عمود منصف XY قرار دارد .

ب) XY ملزماً روی عمود منصف PQ قرار ندارد چنانکه در شکل پیداست

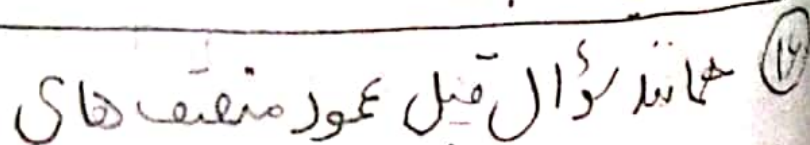
اما اگر شعاع دو دایره برابر باشد در این صورت چون $PX = QX$

و $PY = QY$ متساوی است الف XY نیز روی عمود منصف PQ قرار می گیرد


$$\angle EAF = 70^\circ$$


پہلے $\triangle OMN$ و $\triangle OQM$ متساوی
اساتین ہستند۔

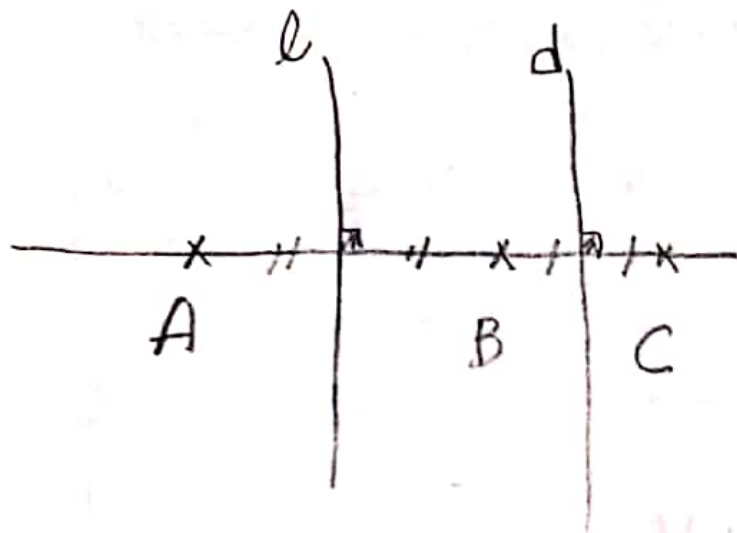
ب. چون طبق نسبت الف) $ON = OP = OM$



AB و BC، اسم صیغہ حجازی

اسم می بینم. و به منزله شعاع $\bar{OA}$ دایره ای

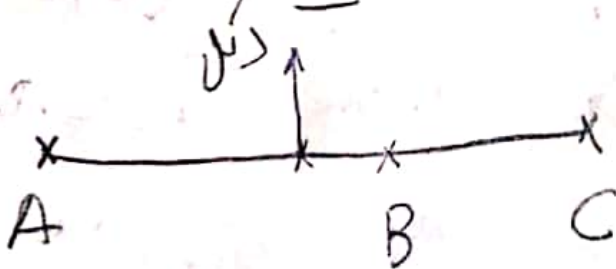
(۱۷) اگر سه نقطه A و B و C بر روی یک خط راست واقع نباشند
 همانند گویا قبل عمل می کنیم اما اگر سه نقطه بر یک خط راست
 واقع باشند چنین نقطه ای وجود ندارد چون بهم با بر روی
 عمود منصف AB باشد و هم روی عمود منصف B اما



این دو خط با هم موازی اند.

$$\left. \begin{array}{l} l \perp AC \\ d \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow l \parallel d$$

(۱۸) اگر سه روستا بر یک خط راست واقع نباشند همانند ما قبل
 می توان دکل را در نقطه ای که از هر سه روستا فاصله یکسانی دارد
 قرار داد در غیر این صورت بهترین دکل در فاصله برابر از دو
 روستای دورتر قرار بگیرد مانند شکل زیر



۱۹) این دو قضیه را بر حدیث هتت.

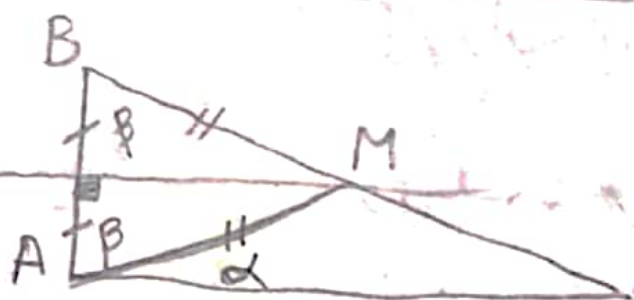


۲۰) شکل متناهی:

$$AM = BM \Rightarrow \angle ABM = \angle MAB = \beta$$

$$AM = MC \Rightarrow \angle MAC = \angle MCA = \alpha$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

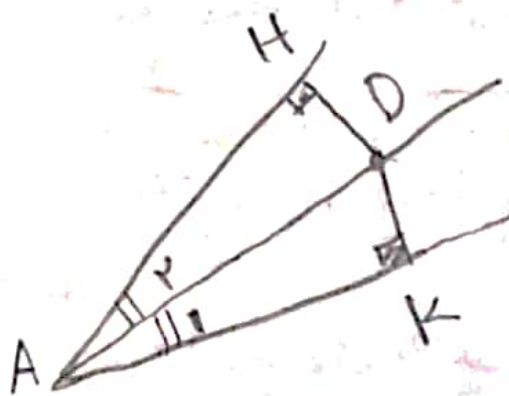


شکل متناهی:

$$AM = BM \Rightarrow \angle ABM = \angle MAB = \beta$$

$$\angle A = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \alpha + \angle C = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle C = \alpha$$

چون $\angle C = \alpha$ در نتیجه $AM = MC$ پس AM میانه و ارتفاع و کمانه.



۲۱) این دو قضیه را بر حدیث هتت.

شکل متناهی:

$$\angle A_1 = \angle A_2$$

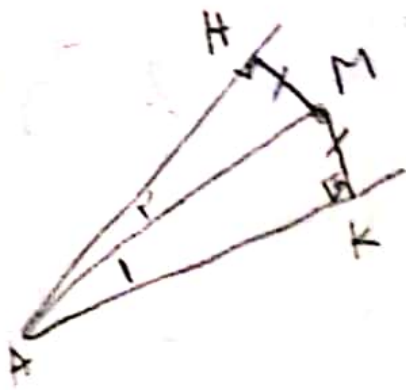
$$\angle K = \angle H = 90^\circ$$

$$AD = AD$$

$$\triangle AHD \cong \triangle ADK$$

$$\Downarrow$$

$$HD = DK$$



شکل سمت چپ

$$\left. \begin{array}{l} MH = MK \\ \angle H = \angle K = 90^\circ \\ AM = AM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نوتردیک ضلع}} \triangle AMH \cong \triangle AMK$$

$$\Downarrow$$

$$\angle AI = \angle AY$$

نتیجه : هر نقطه دلخواه روی نیم‌ایز زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

و برعکس هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد روی نیم‌ایز آن زاویه قرار دارد.

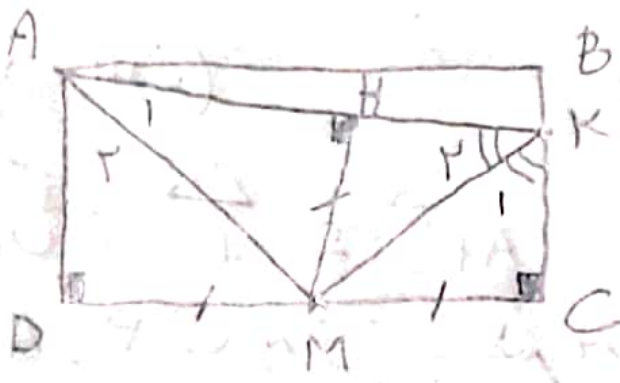
به عبارت دیگری توان گفت "مکان هندسی" نقاطی که از دو ضلع یک زاویه

به یک فاصله باشند، نیم‌ایز آن زاویه است. این جمله به این

معنی است که هر نقطه‌ای که خاصیتی که از هر دو ضلع یک زاویه را

دارد روی نیم‌ایز است و برعکس هر نقطه روی نیم‌ایز زاویه

خاصیتی که از هر دو ضلع یک زاویه را دارد.



(۲۲) مستطین است : فرض
 فرض : $DM = MC$ و $\angle K_1 = \angle K_2$
 حکم : $\angle A_1 = \angle A_2$

از M بر AK عمود می کشیم و پای عمود را H می نامیم.

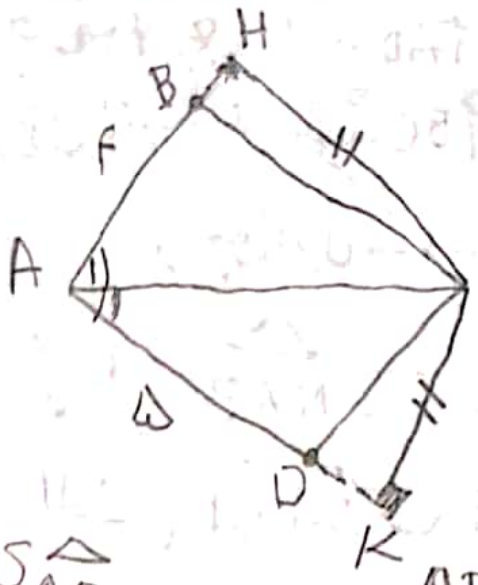
چون طبق قعرش M روی نیماز $\angle AKC$ قرار دارد پس طبق

آنچه در قسمت اول سوال قبل اثبات کردیم $MC = MH$

اما طبق قعرش $MC = MD$ پس طبق آنچه در قسمت دوم سوال

قبل ثابت کردیم چون $MD = MH$ پس M روی نیماز $\angle DAK$

قرار دارد یعنی $\angle A_1 = \angle A_2$



(۲۳) چون C روی نیماز زاویه A قرار دارد

پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است یعنی

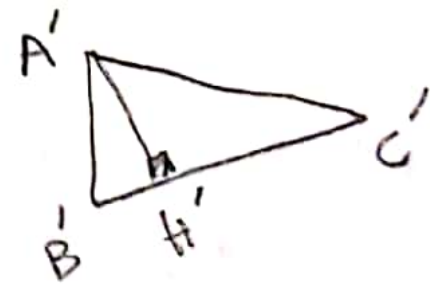
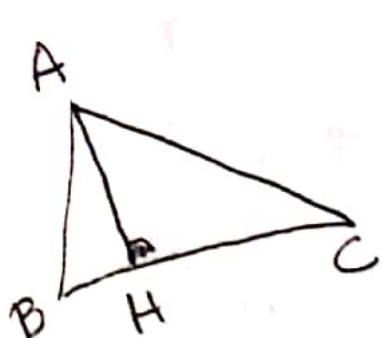
از آنجا که AB و AD { یا امتدادشان }

عمود کنیم و پای عمودها را H و K بنامیم

باید دانسته باشیم $CH = CK$

$$S_{\triangle ABC} = 12 \Rightarrow \frac{AB \cdot CH}{2} = 12 \Rightarrow CH = \frac{12 \times 2}{4} = 6 \Rightarrow CK = 6$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{CK \cdot AD}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \Rightarrow \text{مساحت کل} = 12 + 15 = 27$$



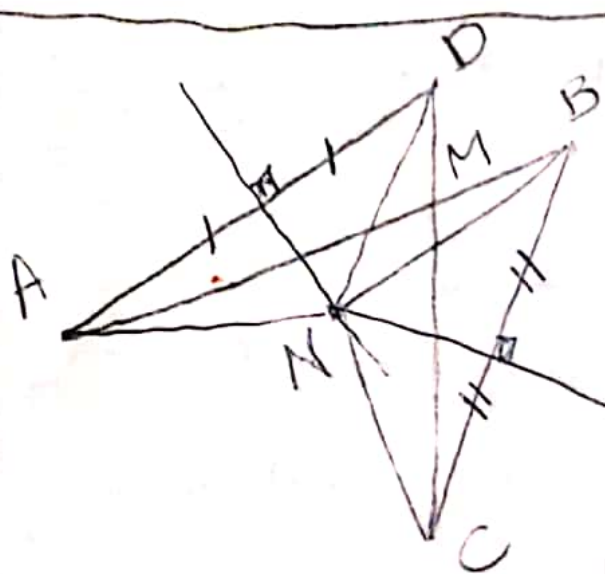
(۲۴) الف

فرض کنیم $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$

و A و B و C به ترتیب نظیر A و B و C باشند در این صورت

$$\left. \begin{array}{l} \angle H = \angle H' = 90^\circ \\ AC = A'C' \\ \angle C = \angle C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وگردید زادی صاده}} \triangle AHC \cong \triangle A'H'C' \Rightarrow AH = A'H'$$

و به همین ترتیب می توان تارای ارتفاع های نظیر دیگر را هم اثبات کرد.



(۲۴) ب) N را به A و D و هم وصل کنیم

به B و C وصل می کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} ND = NA \text{ (چون N روی عمود منصف AD است)} \\ NC = NB \text{ (چون N روی عمود منصف BC است)} \\ DC = AB \text{ (طبق فرض مسئله)} \end{array} \right.$$

پس $\triangle NCD \cong \triangle NAB$ (به حالت سه ضلع) پس طبق قضیه

الف) ارتفاع های NH و NA' از این دو مثلث هم عرضت با هم

برای می آیند. (برای پر هنر از شلوغی شکل این دو ارتفاع رسم نشده اند.)

اما این به این معناست که N از هر ضلع $\angle AMC$ به یک فاصله است پس مرکز دایره آن خواهد بود