

آکادمی کنکور دانشگاه تهرانی ها

شماره تلفن : 021-88683915

آدرس:

تهران - سعادت آباد - بلوار فرهنگ - کوی فرهنگ -
شهرک نیایش - خیابان 12 متری محمدی - پلاک 7

کلاس کنکور

اولین

موسسه ی

کنکوری

کشور

با کادر

رتبه های تک

رقمی

و دو رقمی

کنکور

مشاوره ی حضوری ، تلفنی و آنلاین با دانشجویان دانشگاه تهران

و صنعتی شریف





دو کلام حرف حساب :

در مورد این فصل باید بگوییم که حل مسائل این فصل دو پیشنیاز دارد ، اول درک مفهوم قوانین نیوتن و دوم آشنایی فوب و کامل با انواع نیروها ، بعد از شناخت و تسلط کافی بر روی این دو مطلب باید وارد مرحله حل مسئله و تست شد و یادمان باشد شرط تسلط جامع و کافی بر روی تست های آن حل مسائل زیار می باشد.

برای کسب درصده بالا در این فصل می بایست مفهوم و تکنیک را در کنار یکدیگر بیاموزیم و نگرش تک بُعدی در دینامیک ما را از کسب نتیجه مناسب دور فوادر کرد.

اگر به تست های سال های مختلف فوب دقت کنیم می بینیم که یک سری از شکل های دینامیکی از قریم همیشه مطرح بوده اند و هیچ وقت هم از مد نیافتاده اند ، پس یادمان نرود که آن شکل ها رو فوب حل و بررسی کنیم . مانند سطح شیب دار ، یا ماشین آتوور.

در ابتدای این جزوه به بیان مفاهیم اولیه (که شرط لازم برای حل مسائل دینامیک می باشند و متاسفانه بسیاری از داوطلبان تسلط کافی را بر روی نکات آنها ندارند و فقط فکر می کنند که بلدند!!) پرداخته و سپس به بیان نکات مهم تیپ های مهم مسائل این فصل می پردازیم.

انواع نیروها :

1) نیروی گرانشی بین دو جسم :

هرگاه دو جسم به جرم های m_1 و m_2 در فاصله r از هم قرار بگیرند این دو جسم نیروی گرانشی بر هم وارد می کنند که با حاصل ضرب جرمها نسبت مستقیم و با مجذور فاصله بین آنها نسبت عکس دارد.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

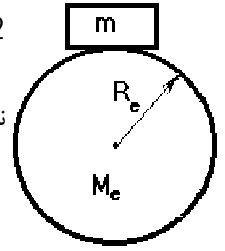
توجه : F نیروی گرانشی است این نیرو در راستای خط واصل دو جسم است .

G ثابت جهانی گرانش است که مقدار آن $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ می باشد که مقداری بسیار کوچک می باشد . بنابراین نیروی گرانشی میان جسمها با جرمهای کوچک قابل ملاحظه نیست.





2) نیروی وزن :



نیروی وزن ناشی از اثر جاذبه زمین به اجسام است. مقدار نیروی وزن متناسب با جرم جسم است.

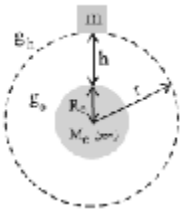
$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2} \quad \xrightarrow{g = G \frac{M_e}{R_e^2}} \quad w = mg$$



سؤال: آیا مقدار g در همه جای کره زمین یکنواخت است؟



ü برای مقایسه شتاب گرانشی روی سطح با شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین از این رابطه استفاده می‌کنیم:



$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

ü برای مقایسه شتاب گرانشی دو کره از این رابطه استفاده می‌کنیم :

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

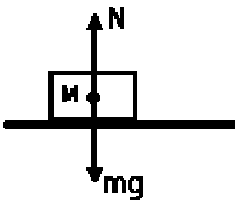
3) نیروی عمودی تکیه‌گاه :

تمام اجسام تحت تأثیر نیروی گرانش به طرف زمین کشیده می‌شوند. وقتی جسمی بر روی میز یا تکیه‌گاهی باشد از طرف تکیه‌گاه نیرویی برابر نیروی وزن جسم رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. در این صورت بر آیند نیروهای وارد بر جسم صفر می‌شود و جسم به حالت تعادل و سکون روی میز، یا تکیه‌گاه قرار می‌گیرد.

«نیرویی که از طرف تکیه‌گاه به طور عمودی بر جسم اثر می‌کند را نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌گویند.»

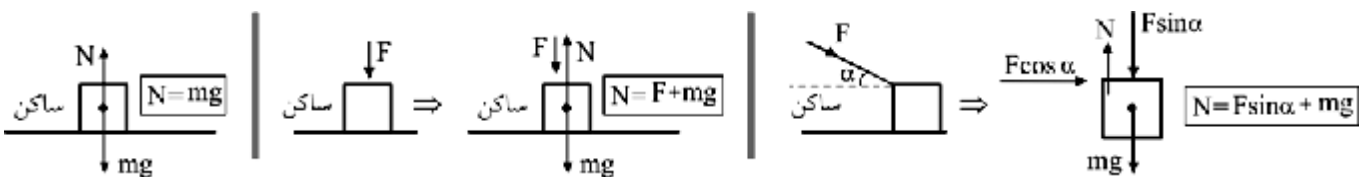
اگر فقط و فقط جسم روی سطح افقی باشد و نیروی دیگری در راستای قائم به آن وارد نشود آنگاه :

$$N = W$$



در غیر این صورت باید با توجه به نیروهای موجود اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه را بدست آورد:

به عنوان مثال (





4 (نیروی اصطکاک):

نیروی مقاومتی است که در مقابل حرکت اجسام پدید می‌آید. این نیرو همواره در خلاف جهت حرکت است و برای آنکه جسم شروع به حرکت کند باید توسط یک نیروی بزرگتر بر نیروی اصطکاک غلبه کند. به طور کلی بنا بر آنکه جسم ساکن است یا در حال حرکت می‌توان گفت نیروی اصطکاک بر دو نوع است :

الف - نیروی اصطکاک ایستایی:

جسمی را در نظر بگیرید که روی یک سطح افقی به حال سکون است. به جسم نیروی افقی F را وارد می‌کنیم. اگر جسم حرکت نکند یعنی به حال سکون باقی بماند می‌توان گفت که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. پس باید نیرویی به اندازه‌ی f_s وجود داشته باشد که نیروی F را خنثی کند. به این نیرو، نیروی اصطکاک «ایستایی» می‌گوییم.

باید بدانیم نیروی اصطکاک ایستایی همواره برابر نیروی محرک است :

$$f_s = F \text{ (محرک)}$$

اگر نیروی F را بزرگتر کنیم به طوری که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. در این حالت به f_s نیروی اصطکاک در آستانه حرکت گفته می‌شود و با $f_{s \max}$ نشان داده می‌شود و N نیروی عمودی تکیه‌گاه و μ_s ضریب اصطکاک ایستایی می‌باشد.

$$f_{s \max} = \mu_s \cdot N$$

ب - نیروی اصطکاک جنبشی:

هرگاه جسم جامدی روی سطح حرکت کند، نیرویی موازی سطح تماس به جسم از طرف سطح، وارد می‌شود که نیروی اصطکاک جنبشی نام دارد مقدار آن طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

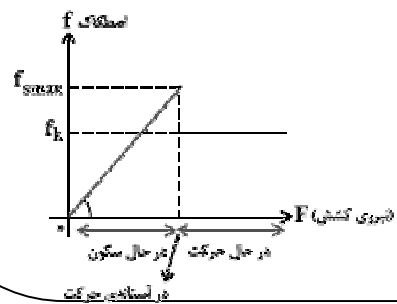
$$f_K = \mu_K \cdot N$$



- نیروی اصطکاک همیشه خلاف جهت حرکت است. (پس برای تشفیص جهت نیروی اصطکاک به جهت حرکت تویه می‌کنیم)
- اگر مسئله از ما نیروی اصطکاک را فواست ابتدا دقت می‌کنیم که جسم ساکن است یا در حال حرکت ، اگر ساکن بود می‌گوییم محرک $f_s = F$ است و اگر جسم در حال حرکت بود می‌گوییم $f_K = \mu_K \cdot N$ می‌باشد .
- در مسائلی که نمی‌دانیم که جسم ساکن است یا در حال حرکت ابتدا $f_{s \max}$ را بدست آورده و سپس از نمودار زیر استفاده می‌کنیم :

آیا $f_{s \max} < F$ است ؟ ← بله ← آنگاه نیروی اصطکاک از جنس جنبشی است ← $f_K = \mu_K \cdot N$

خیر ← آنگاه نیروی اصطکاک از جنس ایستایی است ← $f_s = F$ محرک



همواره $\mu_K < \mu_s$ است در نتیجه $f_K < f_{s \max}$ می‌باشد .

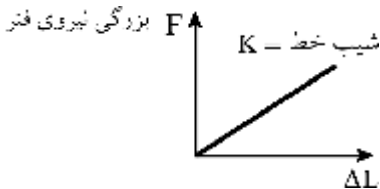


(5) نیروی سطح بر جسم (R):

برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم و نیروی اصطکاک بین سطح و جسم را نیروی سطح بر جسم گویند.

$$R = \sqrt{N^2 + f^2}$$

(6) نیروی وارد بر فنر :



$$F = K\Delta x$$

F: نیروی وارد بر فنر است واحد آن در سیستم SI, نیوتن می‌باشد.

K: ثابت فنر و از مشخصات فنر است که ضریب سختی فنر نیز نامیده می‌شود که به جنس فنر بستگی دارد و واحد آن N/m است.

Δx : تغییر طول یک فنر بعد از گذاشتن وزنه بوده و واحد آن در سیستم SI, متر است.



دو فنر را می‌توان به شکل سری یا موازی به یک جرم وصل کرد، که در زیر این دو حالت با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

	فنرهای موازی	فنرهای سری
ثابت فنر هم‌ارز	$K_T = K_1 + K_2$	$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$
پارامتر برابر	$\Delta x_1 = \Delta x_2$	$F_1 = F_2$

✓ اگر در مسئله ای دو جسم را با فنر بی جرم به هم متصل کنند می‌توانیم فنر را برداشته و به جای آن نخ قرار دهیم به طوری که نیروی کشش فنر را با نیروی کشش نخ مساوی فرض کنیم .





قوانین نیوتن :

قانون اول نیوتن : اگر بر آیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد ، سرعت آن جسم ثابت می ماند

به عبارت دیگر هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد ، وضعیت حرکت آن تغییری نخواهد کرد، اگر ساکن باشد، ساکن می ماند و اگر در حرکت باشد به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه خواهد داد.

✓ **اصل لختی یا اینرسی** : مقاومت اجسام در مقابل تغییر حرکت و سرعت را لختی یا اینرسی می نامند. این اصل مطابق با قانون اول نیوتن است. به

همین علت قانون اول نیوتن در باره حرکت را قانون لختی نیز می نامند.

✓ از دید قانون اول نیوتن ، میان جسم ساکن و جسمی که با سرعت ثابت و بطور مستقیم حرکت می کند تفاوتی وجود ندارد.

قانون دوم نیوتن : اگر بر جسمی نیرو وارد شود آن جسم شتابی پیدا می کند که با جرم جسم رابطه معکوس و با اندازه نیرو رابطه

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

مستقیم دارد.

پس به طور کلی برای مقایسه داریم :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1}$$

$$\Sigma F = ma$$

هرگاه به یک جسم چند نیرو وارد شود آنگاه :

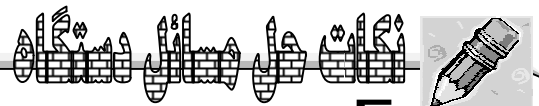
هرگاه چند جسم را با نخ یا میله و یا فنر به هم متصل کنیم به آن دستگاه می گوئیم . که برای حل مسائل دستگاه از

$$\Sigma F = \Sigma ma$$

رابطه روبرو استفاده می کنیم :

ΣF را برآیند نیروها می نامند که به صورت زیر در حل مسئله تعریف می کنیم :

(نیروهای باز دارنده - نیروهای محرک)



E نکات زیر پیرامون یک دستگاه برقرار است :

- ✓ در یک دستگاه شتاب کل دستگاه با شتاب تک تک اجزای آن برابر است .
- ✓ در یک دستگاه ابتدا قانون دوم نیوتن را برای کل دستگاه نوشته و شتاب کل را بدست می آوریم و سپس می توان به تعداد جسمها قانون دوم را بنویسیم و آنها را باهم حل کنیم . (در هر مورد ابتدا نیروی محرک و سپس نیروی مقاوم را با علامت منفی می نویسیم)
- ✓ در یک دستگاه اگر نخ بدون جرم باشد و تکه نشده باشد نیروی کشش در تمام نقاط آنها یکسان است .
- ✓ در رابطه قانون دوم نیوتن برای کل دستگاه نیروهای کشش نخ را نمی نویسیم .





قانون سوم نیوتن : هرگاه دو جسم بر هم اثر کنند ، نیرویی که جسم اول بر دوم وارد می کند مساوی و خلاف جهت نیرویی است که جسم دوم بر اول وارد می کند .

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

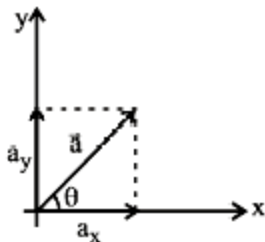
نیروی عمل و عکس العمل از یک جنس بوده و همدیگر را فنتی نمی کنند زیرا به دو جسم مختلف وارد می شوند .



- در هنگام تجزیه نیروها بهتر است یکی از محورها را موازی راستای حرکت و دیگری را عمود بر آن انتخاب کنیم .
- اگر بر جسم نیرویی وارد می شود که بر روی یکی از محورهای مختصات قرار ندارد در این صورت باید نیرو را به دو مؤلفه تجزیه نمود.

(قبلاً هم گفته ایم نیروهایی که سربراه نیستند را با تجزیه کردن به دو نیروی سربراه تبدیل می کنیم !!!)

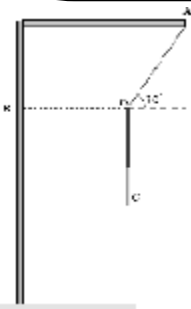
یادآوری : هر بردار که بر روی یکی از محورهای مختصات قرار ندارد را افسار گسیخته می نامیم و می توان بر حسب تصاویر (مؤلفه) آن بر روی محورها به دو بردار سر بره تجزیه نمود . اگر θ زاویه آن بردار با محور X باشد داریم :



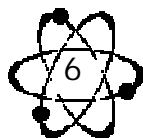
$$|a_x| = a \cos \theta$$

$$|a_y| = a \sin \theta$$

روش حل مسائل تعادل :



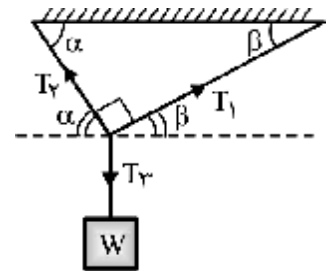
اگر مطابق شکل روبرو جسمی به حالت تعادل قرار گرفته باشد (منظور آن است که بر ایند نیروهای وارد بر آن جسم صفر است) ، برای حل مسئله ابتدا محورهای مختصات و نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم ، سپس نیروهای افسارگسیخته را به نیروهای سربراه تجزیه کرده و سپس نیروهای بالا را مساوی پایین و نیروهای چپ را مساوی راست قرار می دهیم .





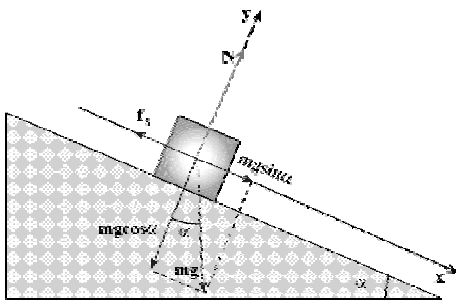
قضیه سینوس‌ها: روش دیگر برای حل مسائل تعادل قضیه سینوس ها است. در شکل مقابل جسم در تعادل است بنابراین برآیند سه نیروی متقاطع T_1 و T_2 و $T_3 = W$ برابر صفر است طبق قضیه سینوس ها می‌توانیم بگوییم :

$$\frac{T_1}{\sin(\alpha + 90)} = \frac{T_2}{\sin(\beta + 90)} = \frac{W}{\sin 90}$$



مسائل سطح شیبدار :

هرگاه جسم مطابق شکل مقابل بر روی سطح شیبدار قرار گیرد به طور کلی باید مراحل زیر را انجام دهیم :



1. محورهای مختصات را به گونه‌ای رسم کنیم که یکی به موازات سطح بوده و دیگری عمود بر آن باشد. (پون همانطور که قبلاً گفتیم یکی از محورهای مختصات بهتر است به هم راستا جهت حرکت باشد)

2. در سطح شیبدار نیروی وزن به دو مؤلفه $mg \sin \alpha$ و $mg \cos \alpha$ تجزیه می‌شود که اولی در امتداد سطح و دومی عمود بر سطح می‌باشد. (α زاویه میان سطح شیبدار با سطح افق است)

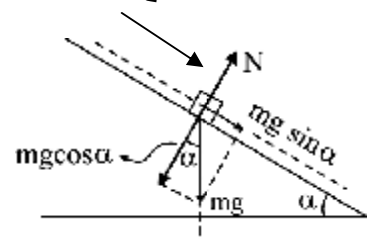
3. اگر نیروی دیگری در شکل افسارگسیخته بود آن را هم سربراه کنیم.

4. قانون دوم نیوتن را برای هریک از محورهای مختصات به طور جداگانه بنویسیم.

از آنجا که روش فوق وقت گیر و تحلیلی می‌باشد آن را برای زمانی پیشنهاد می‌کنیم که علاوه بر نیروهای عادی نیروی خارجی دیگری مانند F به جسم وارد شود اما در مسائل سطح شیبداری که نیروی خارجی به جسم وارد نمی‌شود چهار حالت کلی زیر وجود دارد که برای سرعت بیشتر پیشنهاد می‌کنیم حالات زیر را به خاطر بسپاریم :

(1) اگر جسم بر روی سطح شیبدار بدون اصطکاک به سمت پایین حرکت کند :

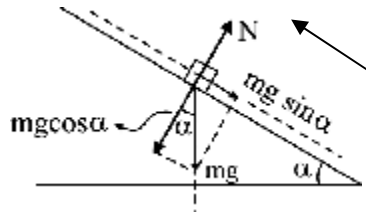
$$a = g \sin \alpha$$





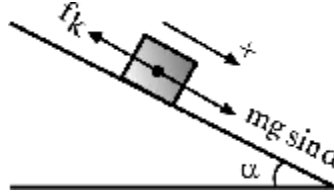
(2) اگر جسم بر روی سطح شیبدار بدون اصطکاک به سمت بالا حرکت کند :

$$a = -g \sin \alpha$$



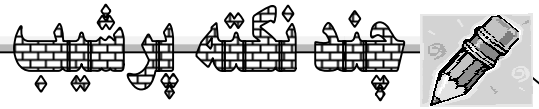
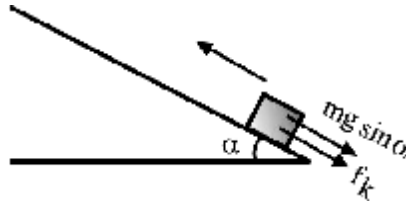
(3) اگر جسم بر روی سطح شیبدار دارای اصطکاک به سمت پایین حرکت کند :

$$a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$



(4) اگر جسم بر روی سطح شیبدار دارای اصطکاک به سمت بالا حرکت کند :

$$a = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$



نیروی عکس‌العمل سطح (N) در سطح افقی با وزن جسم برابر است ولی در سطح شیبدار با $mg \cos \theta$ برابر است .

(البته بازم می‌کم برای زمانیکه نیروی خارجی دیگری بر روی محور y ها وجود ندارد!) پس نیروی اصطکاک لغزشی برابر است با:

سطح افقی : $f_k = \mu_k mg$

سطح شیبدار : $f_k = \mu_k mg \cos \theta$

به طور کلی نکات مهم زیر در سطح شیبدار برقرار است آنها را اثبات کنید:

$$\mu_k = \tan \alpha$$

\dot{u} اگر جسمی بر روی سطح شیبداری با سرعت ثابت به سمت پایین حرکت کند در این صورت :

$$\mu_s = \tan \alpha$$

\dot{u} اگر جسمی بر روی سطح شیبداری در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین باشد در این صورت :

$$R = mg$$

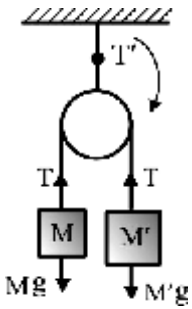
\dot{u} اگر جسمی بر روی سطح شیبدار با سرعت ثابت به سمت پایین حرکت کند یا ساکن باشد :





ماشین آتوود :

برای بدست آوردن نیروی کشش نخ و شتاب حرکت در ماشین آتوود از روابط زیر استفاده می کنیم :

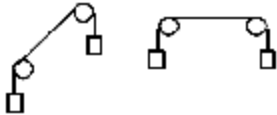


$$T = g \frac{2m \ m'}{m \ +m'}$$

$$a = g \frac{|m' - m|}{m' + m}$$

$$T' = 2T$$

- ☑ گاهی در ماشین آتوود نیروسنج بدون وزنی را میان نخها قرار می دهند در این حالت می توانیم به پای نیروسنج یک نخ قرار دهیم و نیروسنج همان نیروی کشش نخ را نشان می دهد .
- ☑ زاویه دار بودن ریسمان بدون برمی که بین دو قرقره ای ثابت قرار دارد ، مقدار نیروی کشش آن را تغییر نمی دهد .



تکانه :

تکانه یک جسم، حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است. تکانه را با نماد \vec{p} نمایش می دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه (kgm/s) است:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

تکانه کمیتی برداری است زیرا از حاصل ضرب یک عدد (m) در یک بردار (\vec{v}) حاصل شده است.



$$\vec{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

رابطه بین تکانه و نیرو :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

اگر معادله تکانه را بر حسب \vec{t} به ما برهنند با مشتق گرفتن از آن بر حسب \vec{t} نیروی لفظه ای بدست می آید

سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر اندازه تغییر تکانه می باشد .

برای بدست آوردن انرژی جنبشی بر حسب تکانه از رابطه روبرو استفاده می کنیم :

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{m_2}$$

