

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران

دیرستان غیردولتی دخترانه سرکادش

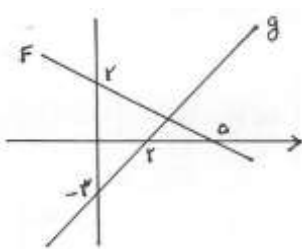

نام درس: حسابان

نام دبیر: فائزه جوادزاده

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

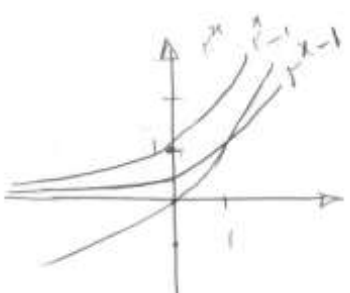
ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱	در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع ۵ جمله اول است. قدر نسبت دنباله را به دست آورید.		۱
۲	معادله $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$ را حل کرده و ریشه ها را بیابید.		۱
۳	در معادله $2x^2 - 8x + m = 0$ ، اگر یکی از جواب ها دو واحد از جواب دیگر بزرگتر باشد، m و هر دو جواب معادله را بیابید.		۱
۴	اگر نقطه $A(0,1)$ راس یک مربع و معادله یک ضلع آن $x+2y+1=0$ باشد اندازه ضلع و مساحت مربع را بدست آورید.		۱
۵	آیا دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-3}$ با هم مساوی اند. چرا؟		۱
۶	نمودار توابع f و g داده شده اند. ضابطه توابع $f+g$ و $f.g$ را بدست آورید.		۱
۷	برای دو تابع $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x(1-x)}$ تابع $f \circ g$ و دامنه آن را محاسبه کنید.		۱
۸	الف) نامعادله توانی $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را حل کنید. ب) نمودار تابع $y = 2^x - 1$ و $y = 2^{x-1}$ را به کمک نمودار $y = 2^x$ رسم کنید.		۱
۹	اگر $\log_5^4 = a$ حاصل \log_2^{25} را بیابید.		۱
۱۰	مساحت دایره مقابل چقدر است؟		۱.۲۵
۱۱	به کمک بسط $\cos(\alpha + \beta)$ نشان دهید:	$\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$	۱.۲۵
۱۲	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ و $\cos \beta = \frac{3}{5}$ و a و b حاده باشند. مطلوب است عبارت $\sin(\alpha + \beta)$		۱.۲۵
صفحه ی ۱ از ۲			

ردیف	محل مهر یا امضاء مدیر	ادامه ی سؤالات	ردیف
۱،۲۵		مقدار $\sin 22.5^\circ$ را محاسبه کنید.	۱۳
۱		ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x+1 & x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس با بررسی حدود چپ و راست، وجود حد تابع را در $X=0$ بررسی کنید.	۱۴
۳		حاصل حدهای مقابل را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{[x] + [-x]}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 6x + 5}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 5x \cdot \sin 3x}$	۱۵
۲		مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع f در $x=-1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 + [x] & x < -1 \\ x & -1 < x < 1 \\ 3x + b & x > 1 \end{cases}$	۱۶
صفحه ی ۲ از ۲			

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$s_1 = ۳۳ s_5 \Rightarrow \frac{a(1-q^1)}{1-q} = ۳۳ \times \frac{a(1-q^5)}{1-q} = ۳۳ \times \frac{a(1-q^5)}{1-q}$ $1-q^1 = ۳۳(1-q^5) \Rightarrow (1+q^5)(1-q^5) = ۳۳(1-q^5)$ $1+q^5 = ۳۳ \Rightarrow q^5 = ۳۲ \Rightarrow q = ۲$	
۲	$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 1 \cdot t + 16 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+8) = 0$ $t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$ $t = -8 \Rightarrow x^2 = -8$	
۳	$x^2 - 4x + \frac{m}{2} = 0$ $\alpha = \beta + 2$ $\alpha + \beta = 2\beta + 2 = 4 \rightarrow \beta = 1. \alpha = +3$ $\alpha\beta = 3 = \frac{m}{2} \rightarrow m = 6$	
۴	$A + 1 = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 0 + 2(1) + 1 }{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$ $s = \frac{9}{5}$	
۵	$D_f : x \geq 0 \cap x \geq 1 = x \geq 1$ $D_g = x^2 - x \geq 0$ $D_f \neq D_g, (-\infty, 0] \cup [1, \infty)$	
۶	$\left \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \right _5 \Rightarrow m = \frac{-2}{5} \rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + 2$ $\left \begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix} \right _2 \Rightarrow m = \frac{3}{2} \rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x - 3$ $f + g = -\frac{2}{5}x + 2 + \frac{3}{2}x - 3 = \frac{11}{10}x - 1$ $f \cdot g = \left(-\frac{2}{5}x + 2\right)\left(\frac{3}{2}x - 3\right) = \frac{3}{5}x^2 + \frac{21}{5}x - 6$	

$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad D_g : x - 3 \geq 0, [3, +\infty)$ $D_{f \circ g} : \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 1 \right\} = (3, +\infty) - \{4\}$ $x - 3 \neq 1, x \neq 4$	7
<p>(الف)</p> $2^{2x-2} > \frac{1}{2^1} \Rightarrow 2^{2x-2} > 2^{-1} \Rightarrow 2x - 2 > -1$ $2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$ <p>(ب)</p> 	8
$\log_{\delta}^{2^r} = a \rightarrow 2 \log_{\delta}^r = a \rightarrow \log_{\delta}^r = \frac{a}{2}$ $\log_r^{2^{\delta}} = 2 \log_r^{\delta} = \frac{2}{\log_{\delta}^r} = \frac{2}{\frac{a}{2}} = \frac{4}{a}$	9
$l = r\theta \Rightarrow \phi = r \times 2 \Rightarrow r = 3$ $s = \pi r^2 = 9\pi$	10
$-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} \right)$ $= -\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \right) = -\cos x + \sin x$	11
$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{63}{65}$ $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$	12
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45 = 1 - 2\sin^2 22.5$ $2\sin^2 22.5 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 22.5 = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	13
$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \cdot^+} f(x) = \cdot \\ \lim_{x \rightarrow \cdot} f(x) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \cdot$	14

<p>(الف)</p> $\lim_{x \rightarrow \bullet} \frac{\sin x}{[x] - [-x]} = \frac{\sin \bullet}{-1} = \bullet$ <p>(ب)</p> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 6x + 5} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{(x-1)(x-5)} \times \frac{2 + \sqrt{x-1}}{2 + \sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 - x + 1}{(x-1)(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{4(x-1)(x-5)} = \frac{1}{-16}$ <p>(پ)</p> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 5x \cdot \sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 2x)}{\sin 5x \cdot \sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 \sin^2 2x}{\sin 5x \cdot \sin 3x} = 2 \left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{15}$	۱۵
$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} 3x + b = -3 + b$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + [x]}{ x } = \frac{x^- - 2}{+1} = -1 \Rightarrow -3 + b = -1 \Rightarrow b = 2$	۱۶
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح: فائزه جوادزاده
جمع بارم: ۲۰ نمره	