

Contents

مجموعه چیست؟.....	۲
عضویت	۲
نماد عضویت.....	۲
مجموعه مرجع.....	۳
مجموعه تهی.....	۳
نمایش یک مجموعه.....	۳
نوشتن اعضا.....	۳
مجموعه و ترتیب اعضا.....	۴
مجموعه و تکرار اعضا.....	۴
مجموعه در مجموعه.....	۴
نمادهای ریاضی.....	۵
زیرمجموعه.....	۶
نمایش هندسی مجموعهها.....	۷
هاتعداد زیرمجموعه.....	۷
دو مجموعه برابر.....	۸
عملگرهای اصلی در مجموعهها.....	۹
اشتراک.....	۹
اجتماع.....	۹
تفاضل مجموعهها.....	۱۲
تعداد عضوهای اجتماع و تفاضل دو مجموعه.....	۱۴
احتمال.....	۱۵
آزمایش تصادفی.....	۱۵
پیشامد.....	۱۵
محاسبه احتمال.....	۱۶
تستهای چهارگزینه‌ای.....	۱۹

مجموعه چیست؟

تمرین

۱. کدام یک از بندهای زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟
 - الف) همهٔ روزهای بلند سال
 - ب) قدبلندترین فرد خانوادهٔ شما
 - پ) خطرناکترین حیوان کرهٔ زمین
 - ت) همهٔ اعداد صحیحی که از قرینه‌شان کوچک‌ترند.
 - ث) ۳ تا از مقسوم علیه‌های طبیعی ۲۵
 - ج) ۳ تا از مقسوم علیه‌های طبیعی ۲۶
 - چ) کوچکترین عدد اول
 - ح) بزرگترین عدد صحیح
 - خ) همهٔ اعداد بزرگ
 - د) سبک‌ترین فیل دنیا
 - ذ) پرفروش‌ترین کتاب ایران در سال ۱۴۰۰
 - ر) کتاب‌های پرفروش ایران در سال ۱۴۰۰

نشان دهید

۲. با استفاده از نمادهای \in و \notin مشخص کنید هر یک از اعداد ستون سمت چپ عضو کدام یک از مجموعه‌های ستون سمت راست است و عضو کدام نیست.

۰	$A =$ مجموعه اعداد صحیح زوج
۲	$B =$ مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر از ۱
-۳	$C =$ مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۰
-۲	$D =$ مجموعه اعداد اول فرد

۳. می‌دانیم $x \in \mathbb{Z}$ و $x^2 \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $x^3 \notin \{-8, 8, -6, 6, 1, 2, 3\}$. عدد x را پیدا کنید.

مجموعه مرجع

۴. برای هر یک از مجموعه‌های سمت راست مشخص کنید کدام یک از مجموعه‌های سمت چپ می‌تواند یک مجموعه مرجع باشد و کدام نمی‌تواند.

مجموعه اعداد زوج	\mathbb{N} (مجموعه اعداد طبیعی)
مجموعه اعداد اول	\mathbb{Z} (مجموعه اعداد صحیح)
مجموعه اعداد مربع کامل	\mathbb{Q} (مجموعه اعداد گویا)
مجموعه اعداد منفی	

مجموعه تهی

۵. ابتدا برای هر یک از مجموعه‌های زیر یک نام انتخاب کنید. سپس با نوشتن یک تساوی مثل $A = \emptyset$ نشان دهید کدام یک از مجموعه‌ها تهی و با نوشتن یک نامساوی مثل $A \neq \emptyset$ نشان دهید که ناتهی است.
الف) مجموعه مثلث‌هایی که دو زاویه قائمه دارند.

ب) مجموعه چهارضلعی‌هایی که فقط دو زاویه قائمه دارند.

پ) مجموعه چندضلعی‌هایی که قطر ندارند.

ت) مجموعه اعداد صحیح بین ۱ و ۲

ث) مجموعه اعداد گویای بین ۱ و ۲

ج) مجموعه اعدادی که نه مثبت و نه منفی‌اند.

چ) مجموعه اعدادی که هم مثبت و هم منفی‌اند.

ح) مجموعه افرادی که روز ۳۱ مهرماه بدنیا آمده‌اند.

خ) مجموعه مجموعه‌هایی که هیچ عضوی ندارند.

۶. آیا $0 \in \emptyset$ ؟ آیا $0 = \emptyset$ ؟ آیا $\emptyset = \{0\}$ ؟

نمایش یک مجموعه

نمایش صحیح

۷. مجموعه A که شامل همه شماره‌های صحیح عدد ۳۹ است را با نوشتن اعضا مشخص کنید و سپس درستی یا نادرستی هر یک از موارد زیر را تعیین کنید.

الف) $9 \in A$ ب) $3 = A$ پ) $0 \notin A$ ت) $13 \in A$ ث) $-1 \notin A$ ج) $\{1, 3, 13\} \in A$

۸. هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.
 الف) مجموعه کشورهای همسایه ایران که با ایران مرز خاکی مشترک دارند.
 ب) مجموعه مقسوم علیه‌های عدد ۱۲-
 پ) مجموعه اعداد اول کمتر از ۵۳
 ت) مجموعه مضارب طبیعی ۳
 ث) مجموعه مضارب صحیح ۵

۹. آیا می‌توان مجموعه اعداد اول را با نوشتن اعضا مشخص کرد؟
 ۱۰. کدام یک از توصیف‌های زیر مجموعه $\{2, 4, 6, 8\}$ را مشخص می‌کند و کدام نه؟
 الف) چهار عدد زوج متوالی
 ب) اعداد زوج کوچک‌تر از ۱۰
 پ) اعداد زوج بین ۱ تا ۹
 ت) مقسوم علیه‌های طبیعی زوج و یک رقمی ۲۴

مجموعه و ترتیب اعضا

۱۱. فرض کنید $\{a, b, c\} = \{1, 2, 3\}$. عبارت a^{b^c} چند مقدار مختلف دارد؟
 ۱۲. آیا "اولین عدد اول" یک مجموعه مشخص می‌کند؟

مجموعه و تکرار اعضا

۱۳. می‌دانیم $A = \{4, -1, 2 - x\}$ و $B = \{x + 1, 4, -1\}$. اگر $A = B$ آنگاه همه مقادیر ممکن برای x را بدست آورید.
 ۱۴. مجموعه B که شامل همه حروف کلمه *bubble* است را با نوشتن اعضا مشخص کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) چند عضو است؟
 ب) آیا $bb \in B$ ؟
 ج) آیا $\{b, b\} \in B$ ؟
 ۱۵. اگر $\{a, b, c, d\} = \{-1, 2, 3\}$ آنگاه بزرگترین مقدار ممکن برای عبارت $a^b \times c^d$ چند است؟

مجموعه و مجموعه

۱۶. اگر $A \in B$ و $B \in C$ باشد آیا می‌توان نتیجه گرفت که $A \in C$ ؟ با ذکر مثال توضیح دهید.
 ۱۷. هر یک از مجموعه‌های زیر چند عضو دارند؟

الف) $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ب) $B = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

پ) $C = \{\{1\}, \{3-2, 1\}, \{1, 0, \emptyset\}\}$ ت) $D = \{\{0, 1, \{\}\}\}$

نمادهای ریاضی

۱۸. اگر $A = \{x \mid 3x = 6\}$ آیا $A = 2$ ؟

۱۹. کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر با تهی است؟

الف) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x+1=1\}$ ب) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x+1=x\}$ پ) $\{x \in \mathbb{Z} \mid 3x^2 = 2-x\}$

۲۰. مجموعه‌های زیر را یک بار با «نوشتن اعضا» و یک بار با استفاده از «نمادهای ریاضی» نشان دهید:

الف) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰

ب) مجموعه اعداد صحیح زوج که مضرب ۳ هستند.

پ) مجموعه اعداد طبیعی فرد و کوچک‌تر از ۲۰۰

ت) مجموعه اعداد طبیعی که مجموع ارقام هر یک از آنها ۱ است.

ث) مجموعه اعداد گویایی که برابر با کسری هستند که صورت و مخرج آنها دو عدد طبیعی متوالی است.

۲۱. مجموعه‌های زیر را با نوشتن حداکثر ۵ عضو مشخص کنید.

الف) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 10\}$ ب) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 1 = 8\}$ پ) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x-1} \in \mathbb{Z}\}$

ت) $\left\{x \mid \frac{x+1}{5} \in \mathbb{Z}\right\}$ ث) $\{2^x \times 3^y \mid x, y \in \mathbb{N}, x+y=5\}$ ج) $\{x \mid x^2 \in \mathbb{N}\}$

چ) $\{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ ح) $\left\{2x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{N}\right\}$ خ) $\left\{\frac{x}{3} \mid 2x \in \mathbb{N}\right\}$

د) $\left\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$ ذ) $\left\{\frac{x}{2} \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}, \frac{x}{5} \notin \mathbb{Z}\right\}$ ر) $\{(-1)^n n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}$

۲۲. مجموعه‌های زیر را با استفاده از نمادهای ریاضی نشان دهید.

الف) $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ب) $\{55, 50, 45, \dots, -15\}$ پ) $\left\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \dots\right\}$

ت) $\{0, 7, 26, 63, 124, \dots\}$ ث) $\{2, 11, 101, 1001, \dots\}$ ج) $\{9, 99, 999, \dots\}$

چ) $\{0/4, 0/44, 0/444, \dots\}$ ح) $\{0, 1/5, -3, 4/5, \dots\}$ خ) $\left\{1, \frac{1}{4}, 9, \frac{1}{16}, \dots\right\}$

زیر مجموعه

۲۳. مجموعه‌های زیر را نسبت به رابطه زیرمجموعه بودن با هم مقایسه کنید (کدام زیرمجموعه دیگری است و کدام نیست)؟

(الف) مجموعه پروازهای تهران به پاریس. مجموعه پروازهای شرکت هواپیمایی هما.

(ب) مجموعه انسان‌هایی که اهل تهران نیستند. مجموعه انسان‌هایی که اهل ایران نیستند.

(پ) مجموعه ایرانیانی که ترک‌زبان هستند. ترک‌زبان‌هایی که کشاورزند.

(ت) مجموعه دانش‌آموزانی که معدل آنها ۲۰ است. مجموعه دانش‌آموزانی که همه نمرات آنها ۲۰ شده است.

(ث) مجموعه دانش‌آموزانی که معدل آنها ۱۹ است. مجموعه دانش‌آموزانی که همه نمرات آنها ۱۹ شده است.

$$(ج) \quad B = \left\{ x \mid \frac{x}{6} \in \mathbb{Z} \right\}. A = \left\{ x \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(چ) \quad B = \{x+2 \mid x \in \mathbb{Z}\}. A = \{x+1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$(ح) \quad B = \left\{ x \mid \frac{6}{x} \in \mathbb{Z} \right\}. A = \left\{ x \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{N} \right\}$$

۲۴. فرض کنید $\{a, b, c, d\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$. بزرگ‌ترین مقدار عبارت $\frac{a^b}{c^d}$ چند است؟

۲۵. اگر $A = \{\emptyset, 1, \{2\}\}$ کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

(الف) $\emptyset \in A$ (ب) $\{\emptyset, 2\} \subseteq A$ (پ) $\{2\} \subseteq A$

(ت) $\{\{1\}, \{2\}\} \not\subseteq A$ (ث) $\{1, 2\} \subseteq A$

۲۶. اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 3 = 0\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2\}$ آیا $A \subseteq B$ ؟

۲۷. همه زیرمجموعه‌های A مجموعه‌ای به نام **مجموعه توانی** A تشکیل می‌دهند که با \tilde{A} (بخوانید A کلاه) نمایش می‌دهیم. مثلاً

$$\text{اگر } A = \{0, 1\} \text{ آنگاه } \tilde{A} = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

(الف) اگر $A = \emptyset$ آنگاه \tilde{A} را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

(ب) اگر $A = \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ آنگاه \tilde{A} را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

پ) اگر X یک مجموعه باشد کدام مورد زیر درست و کدام نادرست است؟

$$X \in \tilde{X} \quad (۱) \quad X \subseteq \tilde{X} \quad (۲) \quad \emptyset \in \tilde{X} \quad (۳) \quad \emptyset \subseteq \tilde{X} \quad (۴) \quad X = \tilde{X} \quad (۵)$$

۲۸. a را طوری پیدا کنید که $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$ یک مجموعه توانی باشد.

۲۹. نشان دهید اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$.

۳۰. آیا می‌توان مجموعه A را طوری پیدا کرد که $\tilde{A} = \emptyset$ ؟

۳۱. اگر $A \not\subseteq B$ و $B \not\subseteq C$ آیا می‌توان نتیجه گرفت که $A \not\subseteq C$ ؟ با ذکر مثال توضیح دهید.

۳۲. فرض کنید $A = \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳\}$. همه زیرمجموعه‌هایی از A را پیدا کنید که مجموع اعضای هر یک از آنها صفر است.

۳۳. فرض کنید $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$. همچنین فرض کنید $a \in A$ ، $b \in B$ ، $c \in C$ و $d \notin A$ ، $e \notin B$ ، $f \notin C$. کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) $a \in C$ ب) $b \in A$ پ) $c \notin A$ ت) $d \in B$ ث) $e \notin A$ ج) $f \notin A$

۳۴. یک مجموعه سه عضوی پیدا کنید که هر عضو آن زیرمجموعه آن نیز باشد.

تئوری مجموعه‌ها

۳۵. در هر مورد نمودار ون مناسبی برای دو مجموعه A و B رسم کنید که رابطه این دو مجموعه را بهتر نشان دهد.

الف) A : مجموعه اعداد زوج B : مجموعه اعداد طبیعی که رقم یکان آنها صفر است.

ب) A : مجموعه دختران پایه نهم B : مجموعه پسران پایه نهم

پ) A : مجموعه اعداد سه رقمی B : مجموعه اعداد زوج

ت) A : مجموعه مثلث‌هایی که متساوی الساقین نیستند. B : مجموعه مثلث‌هایی که متساوی الاضلاع نیستند.

ث) هر x که عضو A نباشد آنگاه $x \notin B$ و هر x که عضو B نباشد، آنگاه $x \notin A$.

تئوری مجموعه‌ها

۳۶. اگر X یک زیرمجموعه ناتهی از اعداد طبیعی باشد آنگاه منظور از «ضربان X » حاصلضرب اعضای X است. مثلاً ضربان

$$\{۲, ۳, ۷\}$$
 برابر با ۴۲ است.

الف) اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه دارد که ضربان هر یک از آنها عددی فرد است؟

ب) اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه دارد که ضربان هر یک از آنها عددی با رقم یکان ۵ است؟

۳۷. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2n-5$ عضو شانزده برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n-2$ عضو است. مقدار n چقدر است؟

۳۸. یک مجموعه $n+6$ عضو 1920 زیرمجموعه بیشتر از یک مجموعه $n+2$ عضو دارد. مقدار n چقدر است؟

۳۹. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $4n+5$ عضو چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2n-1$ عضو است؟

۴۰. فرض کنید A یک مجموعه 101 عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های 50 عضو آن بیشتر است یا تعداد زیرمجموعه‌های 51 عضو آن؟

۴۱. چند زیرمجموعه از $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ می‌توان یافت که هر یک شامل حداقل یک عدد اول باشد؟

هویت مجموعه پیرا پیر

۴۲. نشان دهید:

$$\emptyset \neq \{\emptyset\} \quad \text{الف)}$$

$$\{\emptyset\} \neq \{\{\emptyset\}\} \quad \text{ب)}$$

۴۳. اگر دو مجموعه $A = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{\{c\}, \{c, d\}\}$ مساوی باشند درباره a, b, c, d چه می‌توان گفت؟

۴۴. فرض کنید A, B, C سه زیرمجموعه نابرابر از حروف فارسی باشند. توضیح دهید چرا دست‌کم یک حرف فارسی وجود دارد که یا دقیقاً عضو یکی از این سه مجموعه یا دقیقاً عضو دوتا از این سه مجموعه است.

۴۵. با فرض اینکه $A = \{x - y \mid x, y \in \mathbb{N}\}$ آنگاه A با کدام یک از زیرمجموعه‌های \mathbb{Z} برابر است؟

۴۶. همه اعداد طبیعی مربع کامل را با A و همه اعداد طبیعی که تعداد شمارنده‌های آنها عددی فرد است را با B نشان می‌دهیم. آیا $A = B$ ؟

۴۷. ثابت کنید اگر $A \subseteq \emptyset$ آنگاه $A = \emptyset$.

۴۸. اگر $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 10\} \subseteq X$ آنگاه X برابر با چه مجموعه‌ای است؟

۴۹. کدام یک از تساوی‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

$$\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{20}{x} \in \mathbb{Z}\right\} = \{20x \mid x \in \mathbb{Z}\} \quad \text{ب)} \quad \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{12} \in \mathbb{Z}\right\} = \{12x \mid x \in \mathbb{Z}\} \quad \text{الف)}$$

$$\{4x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{4x + 3 \mid x \in \mathbb{Z}\} \quad \text{ت)} \quad \{2x \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2x + 6 \mid x \in \mathbb{Z}\} \quad \text{پ)}$$

$$\{4x | x \in \mathbb{Z}\} = \{8x + 4 | x \in \mathbb{Z}\} \quad \text{ث}$$

عملگرهای اصلی در مجموعه‌ها

اشتراک

۵۰. هر حرف انگلیسی زیر از چند پاره خط تشکیل شده است. اشتراک این پاره خط‌ها را برای هر حرف زیر پیدا کنید.

A E H I K M T Y Z

۵۱. مثالی از سه مجموعه مانند A ، B و C پیدا کنید درحالی‌که $B \neq C$ ولی $A \cap B = A \cap C$.

۵۲. به کمک نمودار ون نشان دهید همیشه $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.

۵۳. حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} & \{0,1\} \cap \{\{0,1\}\} \\ \text{ب)} & \{0,1\} \cap \{0,1\} \\ \text{پ)} & \{0, \emptyset, 1\} \cap \{\{0,1\}\} \\ \text{ت)} & \{-1,0\} \cap \{-1,1\} \cap \{1,0\} \end{array}$$

اجتماع

۵۴. ثابت کنید اگر $A \subseteq B \subseteq C$ آنگاه $A \cup B = B \cap C$.

۵۵. متمم مجموعه A همهٔ عضوهایی از مجموعهٔ مرجع هستند که عضو A نیستند. متمم مجموعهٔ A را با A' (بخوانید A پریم) نشان می‌دهند. با توجه به جدول مشخصات فنی خودروهایی که در متن درس آمده است به سؤالات زیر پاسخ دهید:

تذکر: مجموعهٔ مرجع را همهٔ خودروهایی در نظر بگیرید که در این جدول آمده است.

• $S \cup L$ و $S' \cap L'$ را پیدا کنید.

الف) $(S \cup L)'$ و $S' \cap L'$ را پیدا کنید.

ب) با استفاده از نمودار ون ثابت کنید همیشه $(A \cup B)' = A' \cap B'$

پ) $(L \cap G)'$ و $L' \cup G'$ را پیدا کنید.

ت) با استفاده از نمودار ون ثابت کنید همیشه $(A \cap B)' = A' \cup B'$

ث) $(S \cap L \cap G)'$ را پیدا کنید.

۵۶. مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} & \{0,1\} \cup \{\{0,1\}\} \\ \text{ب)} & \{0,1\} \cup \{0,1\} \\ \text{پ)} & \{0, \emptyset, 1\} \cup \{\{0,1\}\} \end{array}$$

۵۷. به کمک نمودار ون نشان دهید همیشه $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$.

۵۸. مثالی از سه مجموعه مانند A ، B و C پیدا کنید درحالیکه $B \neq C$ ولی $A \cup B = A \cup C$.
 ۵۹. فرض کنید در مورد مجموعه E می‌دانیم که:

$$(1) E \cap \{3, 5, 8, 11\} = \{5, 8\}$$

$$(2) E \cup \{4, 5, 11, 13\} = \{4, 5, 7, 8, 11, 13\}$$

$$(3) E \subset \{5, 7, 8, 9, 11, 13\}$$

$$(4) 13 \in E$$

E چند عضو دارد؟

۶۰. در جدول زیر تقاطع هر سطر با هر ستون اشتراک دو مجموعه‌ای است که در همان سطر و ستون آمده است.

مثلاً $A \cap C = \{1, 7\}$. اگر $A \cup B = C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ آنگاه به جای X چند مجموعه متفاوت می‌توان

نوشت؟

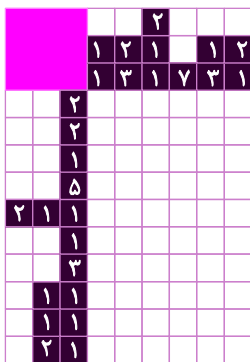
\cap	A	B
C	$\{1, 7\}$	$\{4, 5\}$
D	$\{2, 3, 9\}$	X

۶۱. در جورچین زیر باید بعضی از خانه‌های سفید را سیاه کنید تا نقاشی مرموز پدیدار شود. در هر ردیف چند عدد نوشته شده‌اند که به

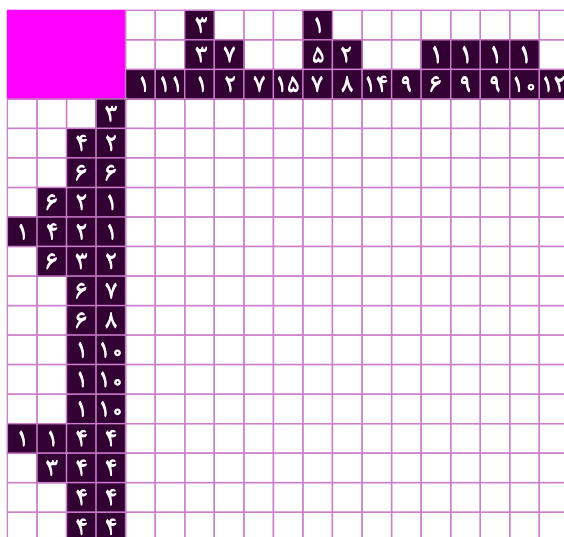
ترتیب تعداد خانه‌های به هم چسبیده (بلوک) در آن ردیف را نشان می‌دهند.

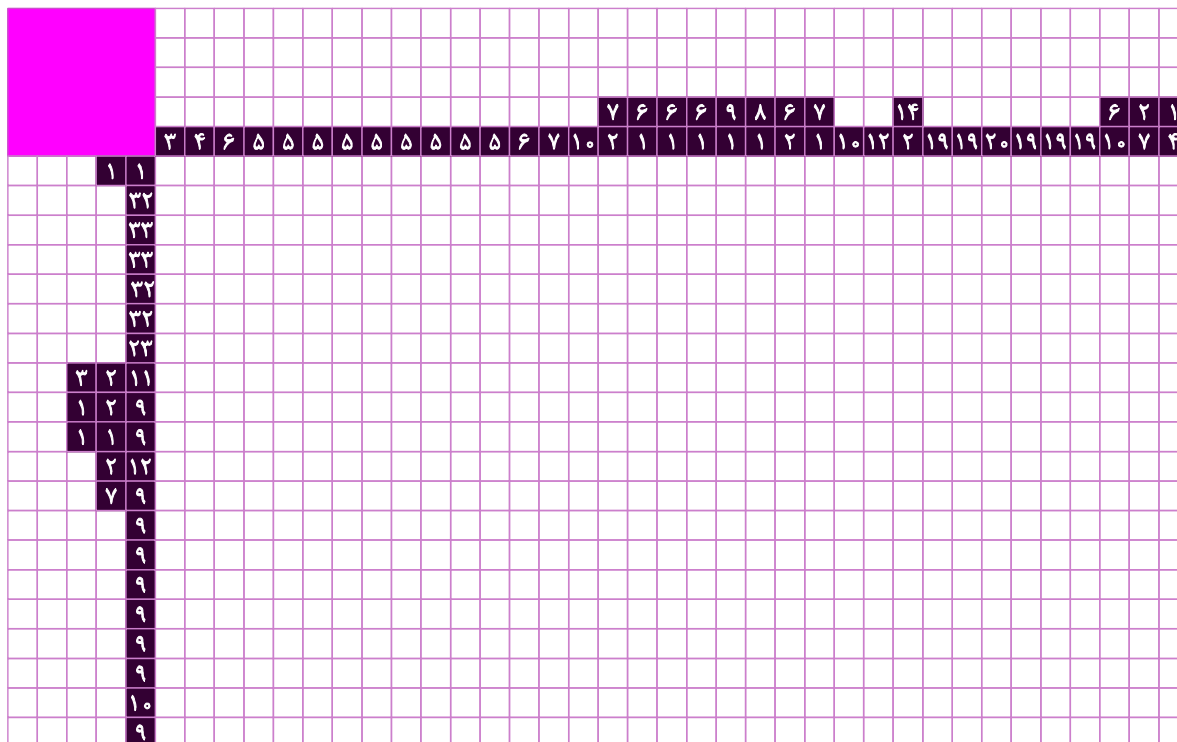
نکته ۱: بین بلوک‌ها در یک ردیف (یا در یک ستون) باید دست کم یک خانه سفید وجود داشته باشد تا به هم نچسبند.

نکته ۲: ترتیب بلوک‌ها در یک ردیف (یا در یک ستون) باید به ترتیب اعداد همان ردیف (یا ستون) باشد. مثلاً:



جورچین زیر را حل کنید تا نقاشی‌های مرموز پدیدار می‌شوند. (راهنمایی: ابتدا اعداد بزرگ را در یک ردیف (یا ستون) پیدا کنید و ببینید این بلوک بزرگ در سمت راست ترین یا چپ ترین خانه‌های آن ردیف (در بالاترین یا پایین ترین خانه‌های آن ستون) قرار گرفته باشد، کدام خانه‌ها حتماً در اشتراک قرار می‌گیرد.)





تشخیص مجموعه‌ها

۶۲. به سه نفر هر یک بشقابی شامل یک موز، یک پرتقال، یک سیب، یک خیار، یک انار، یک هلو و یک گلابی داده شده است. هر نفر فقط همه میوه‌هایی را می‌خورد که دوست داشته باشد. بشقاب هر یک از آنها بعد از صرف میوه به صورت زیر است:



الف) مجموعه میوه‌هایی را مشخص کنید که هر سه نفر برای خوردن دوست دارند.

ب) مجموعه میوه‌هایی را مشخص کنید که هیچ یک از این سه نفر برای خوردن دوست ندارند.

۶۳. اگر $A - B = A$ باشد، چه رابطه‌ای بین A و B برقرار است؟

۶۴. به کمک نمودار ون مثالی برای سه مجموعه A ، B و C پیدا کنید که:

$$A - (B - C) \neq (A - B) - C \quad \text{الف)}$$

$$A - (B - C) = (A - B) - C \quad \text{ب)}$$

۶۵. درباره سه مجموعه A ، B و C می‌دانیم که:

$$A - B = \{2, 4, 8\} \quad (1)$$

$$B - C = \{3, 6\} \quad (2)$$

$$C - A = \{1, 5, 9\} \quad (3)$$

اگر $A \cup B \cup C$ مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی باشد $A \cap B \cap C$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۶۶. با توجه به اطلاعات داده شده جدول عضویت زیر را با دو علامت \in و \notin پر کنید. اگر در مورد عضویت اطلاعات کافی نیست از علامت \circ استفاده کنید.

	A	B	C
a			
b			
c			
d			
e			

$$A \subset B$$

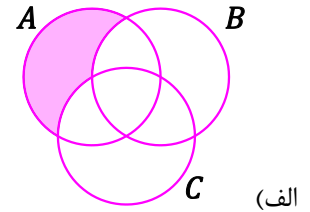
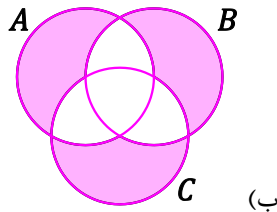
$$C \not\subset B$$

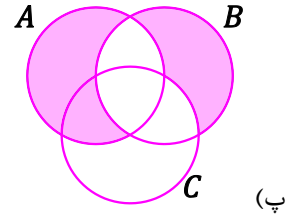
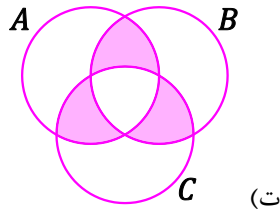
$$B - A = \{c, d\}$$

$$A - C = \{a, e\}$$

$$A \cup B = \{a, c, d, e\}$$

۶۷. برای هر یک از نمودارهای زیر و با استفاده از عملگرهای مجموعه، عبارتی بر حسب A ، B و C بنویسید که بخش خاکستری را توصیف کند.





۶۸. اگر $\{2^x | x \in \mathbb{N}\}$ یک مجموعه مرجع باشد و $A = \{4^x | x \in \mathbb{N}\}$ آنگاه A' را با نماد ریاضی مشخص کنید.

۶۹. اگر $\{5x | x \in \mathbb{Z}\}$ یک مجموعه مرجع باشد و $B = \{10x | x \in \mathbb{Z}\}$ آنگاه B' را با نماد ریاضی مشخص کنید.

۷۰. اگر $A = \{3x | x \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{2x | x \in \mathbb{Z}\}$ آنگاه $A - B$ را با نماد ریاضی مشخص کنید.

۷۱. اگر $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cup B' = \{a, b, c, f\}$ آنگاه مجموعه A را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۷۲. پنج مجموعه نامتناهی (شمارش اعضای آنها بی پایان باشد) پیدا کنید که دو به دو جدا از هم باشند (اشتراک هر دوی آنها تهی باشد) و اجتماعشان برابر با \mathbb{Z} شود.

تعداد اعضای اجتماع و اشتراک دو مجموعه

۷۳. در یک کلاس ۴۰ نفره ۱۲ دانش آموز هر دو کلاس آلمانی و انگلیسی را ثبت نام کردند. در کلاس آلمانی ۲۲ نفر ثبت نام کردند. اگر

هر دانش آموز حداقل در یک کلاس ثبت نام کرده باشد، چند دانش آموز فقط در کلاس انگلیسی ثبت نام کرده اند؟

۷۴. در یک کلاس ۴۰ درصد از دانش آموزان در کلاس نقاشی و ۷۰ درصد در کلاس موسیقی ثبت نام کرده اند. اگر ۱۵ درصد از دانش آموزان

در هر دو کلاس ثبت نام کرده باشند، چند درصد از دانش آموزان در هیچ کدام از این کلاس ها ثبت نام نکرده اند؟

۷۵. می دانیم $n(S) = 5$ و $n(F) = 7$:

الف) کمترین و بیشترین تعداد عضوهای $S \cap F$ چند است؟

ب) کمترین و بیشترین تعداد عضوهای $S \cup F$ چند است؟

۷۶. دانش آموزان نهم یک مدرسه که ۲۰۰ نفرند از ۱ تا ۲۰۰ شماره گذاری شده اند. شماره های مضرب ۵ در کلاس نجوم و شماره

های مضرب ۷ در کلاس خوش نویسی ثبت نام کرده اند. چند نفر در هیچ کلاسی ثبت نام نکرده اند؟

احتمال

آزمایش تصادفی

۷۷. هر یک از موارد زیر یک آزمایش تصادفی است که سه نفر به نام‌های آرشام، بهراد و پویا آن را انجام می‌دهند. برآمدها را تشخیص دهید و یک فضای نمونه برای هر مورد مشخص کنید.
- الف) آزمایش تصادفی ۱: با ترتیب تصادفی در صندلی عقب یک ماشین می‌نشینند.
- ب) آزمایش تصادفی ۲: یک دور بازی پرتاب دارت انجام می‌دهند.
- پ) آزمایش تصادفی ۳: به طور تصادفی دور یک میز گرد می‌نشینند.

پیشامد

۷۸. یک عدد طبیعی یک رقمی به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. اکنون به سؤالات زیر پاسخ دهید:
- الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی چیست؟
- ب) A : پیشامد این است که عدد انتخاب شده زوج باشد. پیشامد A را مشخص کنید.
- پ) B : پیشامد این است که عدد انتخاب شده مربع کامل باشد. B را مشخص کنید.
- ت) C : پیشامد این است که عدد انتخاب شده عددی مرکب باشد. C را مشخص کنید.
- ث) D : پیشامد این است که C رخ ندهد. D را مشخص کنید.
- ج) E : پیشامد این است که A یا B رخ بدهند. E را مشخص کنید.
- چ) F : پیشامد این است که B و C رخ بدهند. F را مشخص کنید.
- ح) اگر برآمد یک آزمایش عدد ۲ باشد کدام یک از پیشامدهای بالا رخ داده است؟
- خ) X : پیشامد این است که فقط یکی از پیشامدهای بالا رخ دهد. X را مشخص کنید.
۷۹. دو پیشامد A و B را مکمل همدیگر می‌گوییم هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشد:

$$(1) A \cup B = S \quad (S \text{ فضای نمونه است})$$

$$(2) A \cap B = \emptyset$$

دو تاس به طور تصادفی می‌اندازیم. در هر مورد نشان دهید دو پیشامد مکمل همدیگر نیستند. سپس مکمل هر یک از پیشامدها را مشخص کنید.

(الف) پیشامد اینکه هر دو تاس زوج بیایند. پیشامد اینکه هر دو تاس فرد بیایند.

(ب) پیشامد اینکه حداقل یکی از تاس‌ها زوج بیاید. پیشامد اینکه حداقل یکی از تاس‌ها فرد بیاید.

(پ) پیشامد اینکه فقط یکی از تاس‌ها زوج بیاید. پیشامد اینکه هر دو تاس‌ها فرد بیاید.

محاسبه احتمال

۸۰. جعبه‌ای شامل ۱ مهره قرمز و ۱۰۰ مهره آبی است. دو مهره به طور تصادفی از این جعبه بیرون می‌کشیم. احتمال رخ دادن کدام پیشامد ۰ کدام پیشامد ۱ و کدام پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟
(الف) پیشامد اینکه هر دو مهره آبی باشند.

(ب) پیشامد اینکه هر دو مهره قرمز باشد.

(پ) پیشامد اینکه حداقل یکی از این مهره‌ها آبی باشد.

(ت) پیشامد اینکه حداقل یکی از این مهره‌ها قرمز باشد.

۸۱. فرض کنید A و B دو پیشامد هستند که $A \subseteq B$. در مورد درستی هر یک از گزاره‌های زیر چه می‌توان گفت؟

(الف) اگر پیشامد A رخ دهد آنگاه پیشامد B نیز رخ می‌دهد.

(ب) اگر پیشامد B رخ دهد آنگاه پیشامد A نیز رخ می‌دهد.

(پ) احتمال رخ دادن پیشامد A کمتر از احتمال رخ دادن پیشامد B است.

۸۲. دو تاس می‌اندازیم. بدون محاسبه احتمال رخ دادن پیشامدهای زیر را با هم مقایسه کنید:

A : پیشامد اینکه حاصلضرب عدد دو تاس فرد باشد.

B : پیشامد اینکه مجموع عدد دو تاس زوج باشد.

۸۳. یک سکه را ۴ بار پرتاب می‌کنیم. بدون محاسبه احتمال رخ دادن پیشامدهای زیر را با هم مقایسه کنید.

A : پیشامد این است که فقط یکی از پرتاب‌ها رو بیاید.

B : پیشامد این است که فقط سه تا از پرتاب‌ها رو بیاید.

C : پیشامد این است که فقط سه پرتاب پشت سر هم رو بیاید.

۸۴. در یک آزمایش تصادفی احتمال رخ دادن پیشامد A با احتمال رخ دادن پیشامد B مساوی است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که $A = B$ ؟

۸۵. دو عدد دو رقمی مختلف را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این دو عدد پشت سر هم باشند چقدر است؟

۸۶. احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای زیر را به‌دست آورید.

الف) ۳ بار یک سکه را می‌اندازیم. پیشامد اینکه حداقل دو بار شیر بیاید.

ب) ۱۰ بار یک سکه را می‌اندازیم. پیشامد اینکه حداقل یک بار خط بیاید.

۸۷. فرض کنید A ، B و C سه پیشامد برای یک فضای نمونه متناهی هستند که اشتراک هر دو پیشامد تهی است.

الف) آیا ممکن است $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.4$ و $P(C) = 0.4$ ؟

ب) آیا ممکن است $P(A) = 0.8$ ، $P(B) = 0.6$ و $P(C) = -0.4$ ؟

پ) آیا ممکن است $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{1}{6}$ و $P(C) = \frac{1}{4}$ باشد؟

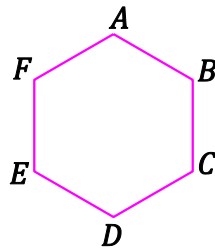
ت) اگر $P(A) = 1$ باشد، در مورد $P(B)$ و $P(C)$ چه می‌توان گفت؟

۸۸. دو پیشامد A و B طوری هستند که $A \cup B = S$ و $A \cap B = \emptyset$. اگر $2 \times P(A) = 3 \times P(B)$ احتمال رخ دادن هر یک از این دو پیشامد را به‌دست آورید.

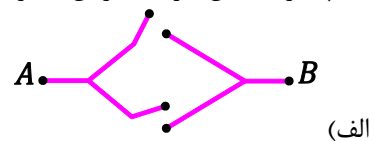
۸۹. اگر در مورد دو پیشامد A و B بدانیم $P(A \cup B) = P(A \cap B)$ ، آنگاه در مورد درستی کدام گزاره یقین دارید؟

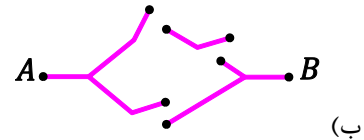
الف) $P(A) = P(B)$ ب) $P(A) < P(B)$ پ) $A = B = S$

۹۰. سه رأس از رئوس یک شش ضلعی منتظم را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد مثلث حاصل از این سه رأس متساوی الاضلاع باشد؟ قائم الزاویه چطور؟



۹۱. هر شکل زیر یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که هر کلید به‌طور تصادفی و با احتمال یکسانی باز یا بسته می‌شود. در هر مورد حساب کنید چقدر احتمال دارد تا جریان الکتریکی بین A و B برقرار شود؟





۹۲. از کیسه‌ای شامل a مهره سفید و b مهره سیاه یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم. اگر احتمال سفید بودن این مهره برابر با $\frac{2}{5}$

باشد کدام گزاره درست و کدام نادرست است؟

الف) تعداد مهره‌های سیاه ۳ عدد است.

ب) تعداد مهره‌های سفید زوج است.

ج) تعداد مهره‌های سیاه فرد است.

۹۳. یک کیسه‌ای شامل ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. سه بار و هر بار یک مهره به طور تصادفی از این کیسه خارج می‌کنیم و دوباره به کیسه برمی‌گردانیم.

الف) احتمال اینکه حداقل یک مهره سفید خارج شود چقدر است؟

ب) احتمال اینکه هر سه بار مهره سفید خارج شود چقدر است؟

۹۴. در کاسه‌ای ۳ مهره قرمز، ۸ مهره زرد و ۱۳ مهره سبز و در کاسه دیگر ۵ مهره قرمز، ۷ مهره زرد و ۶ مهره سبز وجود دارد. به‌طور

تصادفی یک مهره از هر کاسه بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه این دو مهره هم‌رنگ باشند چقدر است؟

۹۵. در جعبه‌ای ۷ لامپ سالم و ۲ لامپ سوخته وجود دارد. ۲ لامپ از این جعبه خارج می‌کنیم. احتمال اینکه هنوز در این جعبه لامپ

سوخته وجود داشته باشد چقدر است؟

۹۶. در کیسه‌ای ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. دو مهره از این کیسه خارج می‌کنیم:

الف) اگر مهره اول آبی باشد، احتمال اینکه مهره دوم قرمز باشد چقدر است؟

ب) اگر رنگ مهره اول را ندانیم، با چه احتمالی مهره دوم قرمز است؟

۹۷. در یک کلاس ۳۲ نفره که دانش آموزان در چهار ردیف هشت‌تایی نشسته‌اند، ۲ نفر را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. مطلوبست

احتمال اینکه:

الف) هر دو نفر از یک ردیف باشند.

ب) دو نفر از دو ردیف مختلف باشند.

پ) یکی از ردیف اول و دومی از ردیف سوم باشند.

ت) دو نفر کنار هم نشسته باشند.

۹۸. دانش آموزی یک جعبه مداد رنگی ۶ رنگه دارد. او به تصادف این مدادها را داخل جعبه کنار هم چیده است. احتمال اینکه رنگ‌های

آبی و قرمز کنار هم نباشند چقدر است؟

۹۹. در سالی که کیسه نیست، احتمال اینکه ۵۳ تا سه‌شنبه یا ۵۳ تا چهارشنبه داشته باشیم چقدر است؟
 ۱۰۰. از کیسه‌ای شامل a مهره سفید و b مهره سیاه دو مهره به صورت متوالی خارج می‌کنیم. ثابت کنید احتمال اینکه

مهره دوم سفید باشد برابر با $\frac{a}{a+b}$ است.

۱۰۱. یک کیسه‌ای شامل a مهره سفید و b مهره سیاه است. سه بار و هر بار یک مهره به طور تصادفی از این کیسه خارج می‌کنیم و دوباره به کیسه برمی‌گردانیم. فرض کنید احتمال اینکه حداقل یک مهره سفید خارج شود برابر با $0/936$ باشد. در یک بار خارج کردن مهره، احتمال سفید بودن چقدر است؟

تست‌های چهار گزینه‌ای

- اگر $A = \{1, \{2\}, 3, 4\}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر یک مجموعه تک‌عضوی را مشخص می‌کند؟
 (۱) اولین عضو A (۲) دومین عضو A (۳) بزرگترین عدد عضو A (۴) همه گزینه‌ها
- در میان ۸ نفر، ۵ نفر عینک می‌زنند و ۶ نفر ساعت دارند. چند نفر هم عینک می‌زنند و هم ساعت دارند؟
 (۱) حداکثر ۳ نفر (۲) حداقل ۳ نفر (۳) دقیقاً ۳ نفر (۴) حداقل ۵ نفر
- شاهزاده خانمی ۲۵ خواستگار دارد. هیچ‌یک از این خواستگاران هم زیبا، هم پولدار و هم باهوش نیست. ۸ نفر زیبا، ۱۷ نفر پولدار و ۱۳ نفر باهوش هستند. ۶ نفر نه زیبا هستند، نه پولدار و نه باهوش. اگر خواستگاری که انتخاب می‌شود باید هم زیبا و هم باهوش باشد، چند نفر از خواستگاران شانس انتخاب شدن دارند؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۲۱
- اگر S_1 و S_2 دو سطح کروی باشند، $S_1 \cap S_2$ ممکن است کدام یک از موارد زیر باشد؟
 الف) یک نقطه باشد. (ب) یک دایره باشد. (پ) تهی باشد.
 (۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ب» (۴) «الف» و «ب» و «پ»
- A ، B و C به ترتیب برابر با مجموعه ضرب‌های طبیعی 10 ، 20 و 30 هستند. باتوجه به این موضوع کدام گزینه درست است؟
 (۱) $A \subseteq B \subseteq C$
 (۲) $C \subseteq B \subseteq A$
 (۳) $A \subseteq B \cup C$
 (۴) $B \cup C \subseteq A$
- تعداد مجموعه‌های E به‌گونه‌ای که $E \subset \{1, 2\} \subset E \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، برابر است با:

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۷. فرض کنید A یک مجموعهٔ ۱۰۱ عضوی است. زیرمجموعه‌های عضوی، تعدادشان بیش از سایر گزینه‌هاست.

۱ (۱) ۲ (۲)
۱۰۰ (۳) ۱۰۱ (۴)

۸. اگر $B - A = B$ ، آنگاه $A \cap B$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ (۱) B (۲) مجموعهٔ مرجع (۳) \emptyset (۴)

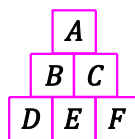
۹. برای سه مجموعهٔ A ، B و C ، مجموعهٔ $(A - B) \cap (B - C)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ (۱) B (۲) C (۳) \emptyset (۴)

۱۰. اگر $A = \{\emptyset\}$ و $B = P(A)$ باشد، آنگاه $A \cap B$ برابر با کدام گزینه است؟ $P(A)$ مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های A است.

۱ (۱) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ (۲) \emptyset (۳) $\{\emptyset\}$ (۴)

۱۱. در شکل زیر، هر حرف نشانگر یک مجموعه است که برابر با اشتراک دو مجموعهٔ زیرین خودش است. مثلاً: $B = D \cap E$. با توجه به این موضوع کدام گزینه درست است؟



۱ (۱) $A \cap C \cap F = A$, $A \cup B \cup D = D$

۲ (۲) $A \cap C \cap F = F$, $A \cup B \cup D = A$

۳ (۳) $A \cap C \cap F = F$, $A \cup B \cup D = D$

۴ (۴) $A \cap C \cap F = A$, $A \cup B \cup D = A$

۱۲. برای سه مجموعهٔ P ، Q و R مجموعهٔ $P - (Q \cap R)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ (۱) $P - (Q \cup R)$ ۲ (۲) $(P \cap Q) - R$ ۳ (۳) $(P - Q) \cup (P - R)$ ۴ (۴) $(P - Q) \cap (P - R)$

۱۳. اگر $n(A \cup B \cup C) = 100$ ، $n(A) = 4x$ ، $n(B) = 6x$ ، $n(C) = 5x$ ، $n(A \cap B) = 20$ ، $n(B \cap C) = 15$ ،

$n(A \cap C) = 25$ و $n(A \cap B \cap C) = 10$ باشد، مقدار x کدام است؟

۱ (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۴. بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ A کدام است؟

$$A = \{x(x-1) \mid x \in \{0, 1, -1, 3, -3\}\}$$

۱ (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۱۲ (۴)

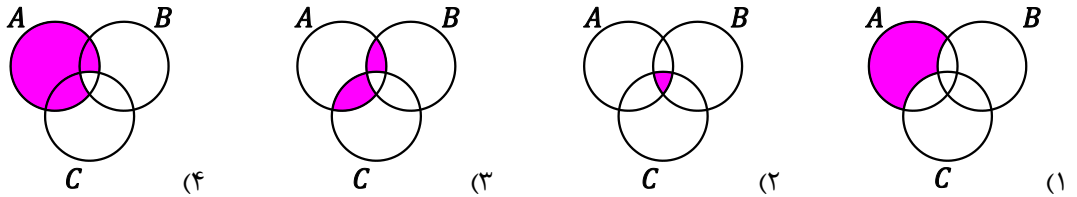
۱۵. در یک مهمانی نسبت تعداد افرادی که بستنی خوردند به تعداد افرادی که شیرینی خوردند برابر با ۳ به ۲ است. اگر ۵۰ نفر در این مهمانی شرکت کرده باشند، حداکثر چند نفر هم بستنی و هم شیرینی خوردند؟

- ۲۴ (۱) ۲۷ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴)

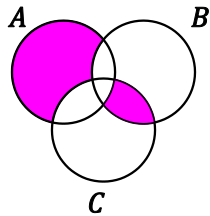
۱۶. از بین S نفر نامزد برای انتخاب ریاست یک شرکت، X درصد مرد هستند. Y درصد از مردان متأهل و بقیه مجردند. Z درصد از زنان متأهل و بقیه مجردند هستند. در این انتخابات شانس همه برای کسب مقام ریاست یکسان است. کدام یک از اطلاعات زیر لازم و کافی است تا بتوانیم احتمال اینکه یک زن متأهل رئیس این شرکت شود، محاسبه کنیم؟

- S, X, Y, Z (۱) X, Y, Z (۲) S, Y, Z (۳) X, Z (۴)

۱۷. کدام گزینه اشتراک $A-B$ و $A-C$ را نمایش می‌دهد؟



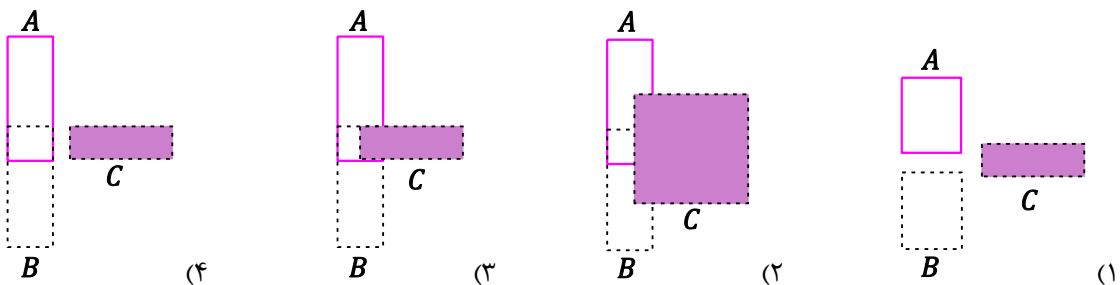
۱۸. اگر $A = \{x \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ ، $B = \{x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ و $C = \{2x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ باشد، آنگاه ناحیه رنگی



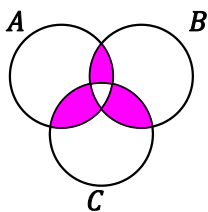
شکل زیر چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

۱۹. مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب مجموعه شماره‌های ۱۳۹۸، ۱۳۹۹ و ۱۴۰۰ هستند. کدام نمودار ون برای این سه مجموعه مناسب‌تر است؟

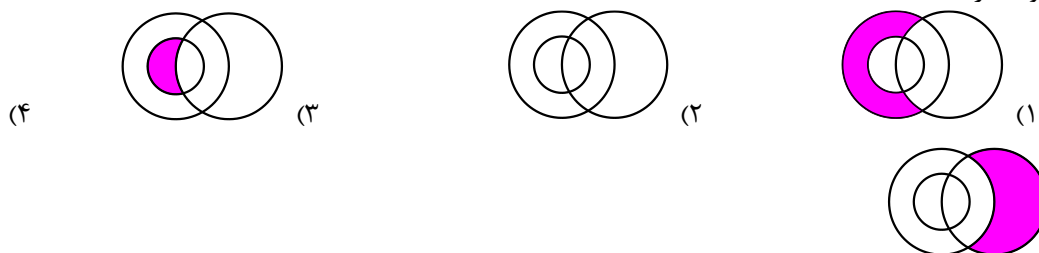


۲۰. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$ ، $B = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 100^2\}$ و $C = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100}\}$ باشد، ناحیه رنگی چند عضو دارد؟

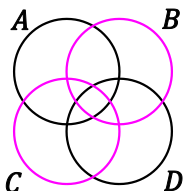


- ۱۷ (۴) ۱۶ (۳) ۱۵ (۲) ۱۴ (۱)

۲۱. در هر شکل، هر دایره نمایش یکی از مجموعه‌های A یا B یا C است. اگر بخواهیم $(A-B)-C$ را رنگی کنیم، کدام گزینه نمی‌تواند درست باشد؟



۲۲. می‌خواستیم مجموعه‌های A ، B ، C و D را در نمودار ون در حالت کلی نمایش دهیم. اما به اشتباه شکل روبه‌رو را رسم کرده‌ایم.



- کدام دلیل، یکی از دلایل نادرست بودن شکل است؟
 (۱) عضوی که در $A \cap C$ باشد ولی در $B \cup D$ نباشد، در شکل وجود ندارد.
 (۲) عضوی که در $B \cap D$ باشد ولی در $A \cap C$ نباشد، در شکل وجود ندارد.
 (۳) عضوی که در $A \cup C$ باشد ولی در $B \cap D$ نباشد، در شکل وجود ندارد.
 (۴) هیچ‌کدام

۲۳. مجموعه همه زیرمجموعه‌های X را با $P(X)$ نشان می‌دهیم. اگر $P(A) \subseteq B$ آنگاه کدام یک از موارد زیر درست است؟

- الف) $A \subseteq B$ ب) $A \in B$ پ) $P(A) \in P(B)$
 (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) فقط «الف» (۴) فقط «ب»

۲۴. مجموعه‌ای A عضوی است. اگر $B = \{x^2, x^2 + 1, x^2 + 2, -x^2\}$ باشد و بدانیم $B \subset A$ و $n(A-B)$ است، x چند عدد متمایز می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) بی‌شمار (۴)

۲۵. اگر $A_i = \{x^i \in N \mid x^i < i, i \in N\}$ و $B_i = \{x^i \in N \mid x^i < i, i \in N\}$ باشد، آنگاه به‌ازای چند مقدار از i ، مجموعه $A_i \cap B_i$ یک عضو دارد؟

- ۶۲ (۱) ۶۳ (۲) ۶۴ (۳) ۶۵ (۴)

۲۶. $\frac{1}{8}$ تعداد عضوهای مجموعه A و $\frac{1}{7}$ تعداد عضوهای مجموعه B با هم مشترکند. اگر $n(A \cup B) = 70$ باشد، $n(A \cup B)$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۷. اگر در مورد دو مجموعه A و B بدانیم $A \neq B$ ، آنگاه کدام یک از بندهای زیر درست است؟

- الف) $n(A) \neq n(B)$ ب) $A \notin B$ پ) $A \cap B = \emptyset$
 (۱) «الف» و «ب» (۲) فقط «ج» (۳) «الف» و «ب» و «پ» (۴) هیچ کدام

۲۸. اگر $A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $A - C = \{2, 3, 6, 7\}$ ، آنگاه $A \cap C$ حداقل دارای چند عضو است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. می‌دانیم $A = \{4, -1, 2 - x\}$ و $B = \{x + 1, 4, -1\}$. اگر $A = B$ آنگاه، مجموع مقادیر ممکن برای x برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۵ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۰. اگر $\{a, b, c, d\} = \{1, 2, 3\}$ آنگاه بزرگ‌ترین مقدار عبارت $a^b - c^d$ برابر با چند است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) -۷

۳۱. اگر $\{a, b, c, d\} \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ ، آنگاه بزرگ‌ترین مقدار عبارت $\frac{ab-c}{d}$ برابر با چند است؟

- (۱) $49/5$ (۲) $44/5$ (۳) ۸۸ (۴) ۹۸

۳۲. عملگر * را بین دو مجموعه به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A * B = \left\{ \frac{x}{y} \mid x \in A, y \in B \right\}$$

۳۳. اگر $A = B = \{1, 2, 4\}$ آنگاه $n(A * B)$ چند است؟

- (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

۳۴. اگر $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $A \cap B = \{1, 6, 7\}$ و $n(A) = m$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $3 \leq m \leq 7$ (۲) $4 \leq m \leq 6$ (۳) $4 < m \leq 6$ (۴) $3 < m \leq 7$

۳۵. اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۳۵ عضو است. به مجموعه B ده عضو جدید اضافه می‌کنیم. اجتماع مجموعه A و مجموعه

جدید B دارای ۳۷ عضو می‌شود. به اشتراک مجموعه A و مجموعه جدید B چند عضو اضافه شده است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶. نتایج یک آمارگیری از ۱۰۰۰ نفر نشان داده است که ۷۰ درصد آن‌ها از تلفن همراه، ۸۵ درصد آن‌ها از تلفن ثابت و ۴۷ درصد آن‌ها از رایانه استفاده می‌کنند. دست کم چند نفر از آنها از هر سه وسیله استفاده می‌کنند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۱۷۰ (۴) ۲۰

۳۷. چهار مجموعه A ، B ، C به ترتیب مجموعه دوستان آذر، بهار و کمند هستند. می‌دانیم هر کس که دوست آذر است، دوست بهار نیز هست. هیچ کسی دوست مشترک آذر و کمند نیست. کدام مجموعه حتماً تهی است؟

- (۱) $(B-A) \cap C$ (۲) $(C-A) \cap B$ (۳) $(C-B) \cap A$ (۴) $(B-C) \cap A$

۳۸. می‌دانیم $A \subseteq B \subseteq C$ است. اگر $n(A) = 3$ و $n(C) = 8$ باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد تعداد عضوهای مجموعه B درست است؟

- (۱) $n(B) = 5$ (۲) $4 \leq n(B) \leq 7$ (۳) $0 \leq n(B) \leq 5$ (۴) $3 \leq n(B) \leq 8$

۳۹. اگر اعضای مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -20 < 6x < 200\}$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، بیستمین عضو کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۷ (۴) ۹۶

۴۰. اگر اعضای مجموعه $\left\{2x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}, -20 < x < 200\right\}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، بیستمین عضو این مجموعه کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۳۸ (۳) ۷۸ (۴) ۹۶

۴۱. اگر بدانیم $A \not\subseteq B$ و $B \not\subseteq C$ ، آنگاه کدام موارد زیر نمی‌توانند درست باشند؟

- (الف) $A \subseteq C$ (ب) $C \subseteq A$ (پ) $C \subseteq B$

- (۱) فقط «الف» و «پ» (۲) فقط «الف» و «ب» (۳) فقط «ب» و «پ» (۴) «الف» و «ب» و «پ»

۴۲. ۵ جفت جوراب به رنگ‌های مختلف داخل سبد بود. از این سبد ۲ لنگه جوراب به‌طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه این ۲ لنگه هم‌رنگ باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۴۳. دو تاس داریم که سه وجه از تاس اول آبی و سه وجه دیگر آن قرمز است. می‌خواهیم وجه‌های تاس دوم را طوری رنگ بزنیم که در پرتاب دو تاس، احتمال هم‌رنگ بودن دو تاس مساوی با احتمال هم‌رنگ نبودن دو تاس باشد. چند وجه از تاس دوم را آبی کنیم؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۴۴. سه سکه داریم. روی یک طرف سکه اول عدد ۱ و پشت آن عدد ۲ را نوشته‌ایم. به همین ترتیب اعداد ۳ و ۴ را در دو طرف سکه دوم و اعداد ۵ و ۶ را در دو طرف سکه سوم نوشته‌ایم. در پرتاب این سه سکه، احتمال این که مجموع عددهای خوانده شده زوج باشد برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۵. سه جعبه داریم که درون هر یک ۲ مهره است. در جعبه اول هر دو مهره آبی هستند. در جعبه دوم هر دو مهره قرمز هستند. در جعبه سوم یک مهره آبی و یک مهره قرمز است. یک جعبه را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. اگر این مهره قرمز باشد، احتمال اینکه مهره دیگر آبی باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۶. سکه سالمی را چندین بار پشت سر هم پرتاب می‌کنیم. در تمام ۱۹ پرتاب اول، شیر می‌آید. احتمال اینکه در پرتاب بیستم خط بیاید، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{19}{20}$ (۳) کمتر از $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۴۷. سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تعداد «رو»ها بیشتر از «پشت»ها بیاید چقدر است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۴۸. دو تاس را به طور تصادفی می‌اندازیم. کدام گزینه مقایسه درستی برای احتمال رخ دادن سه پیشامد زیر است؟

A : پیشامد اینکه مجموع دو تاس فرد بیاید.

B : پیشامد اینکه مجموع دو تاس زوج بیاید.

C : پیشامد اینکه حاصلضرب دو تاس زوج بیاید.

(۱) $P(A) = P(B) = P(C)$ (۲) $P(A) < P(B) < P(C)$

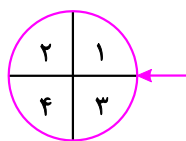
(۳) $P(A) = P(B) < P(C)$ (۴) $P(A) < P(B) = P(C)$

۴۹. دو کیسه داریم که درون هر یک از آنها تعدادی توپ آبی و قرمز وجود دارد. احتمال آبی بودن توپی که به طور تصادفی از کیسه اول خارج می‌کنیم برابر با $\frac{1}{3}$ و احتمال آبی بودن توپی که به طور تصادفی از کیسه دوم خارج می‌کنیم برابر با $\frac{1}{3}$ است. اگر این دو کیسه را در کیسه دیگری (کیسه سوم) خالی کنیم، در مورد احتمال آبی بودن توپی که به طور تصادفی از کیسه سوم خارج می‌کنیم، کدام گزینه درست است؟

(۱) می‌تواند هر عددی بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ باشد. (۲) برابر با میانگین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است.

(۳) برابر با $\frac{1}{6}$ است. (۴) می‌تواند هر عددی بین ۰ و ۱ می‌تواند باشد.

۵۰. دو چرخنده مانند شکل زیر داریم. هر دو را می‌چرخانیم. احتمال اینکه چرخنده دوم عددی بیشتر از چرخنده اول بیاید چقدر است؟



چرخنده دوم



چرخنده اول

(۱) $\frac{0}{4}$ (۲) $\frac{0}{5}$

(۳) $\frac{0}{6}$ (۴) $\frac{0}{8}$