

آمار و احتمالات در هیدرولوژی^۱

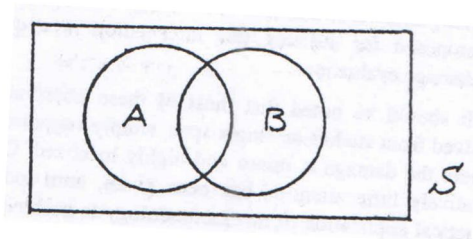
بخش ۱: مفاهیم احتمالی در هیدرولوژی

فضای نمونه:

از مفاهیم مهمی که در احتمالات مورد استفاده فراوان قرار می گیرد فضای نمونه می باشد. مجموعه ای که عناصر آن، نمایشگر تمام نتایج ممکنه در یک آزمایش باشد فضای نمونه [sample space] نامیده می شود و با S نمایش داده می شود. (بنابراین احتمال وقوع فضای نمونه، یعنی وقوع به هر حال هر یک از پیشامدهای ممکن، برابر ۱ می باشد)

دیاگرام ون:

در احتمالات حوادث یک مجموعه و فضای نمونه را می توان به صورت نمودار زیر نشان داد که آنرا اصطلاحاً [Venn Diagram] دیاگرام ون می نامند.



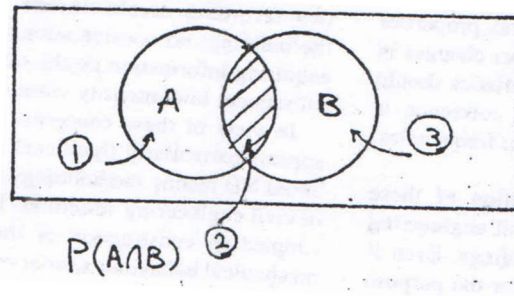
در این دیاگرام فضای نمونه S و پیشامدهای A و B در درون این فضا نمایش داده شده است.

بکارگیری دیاگرام ون در فهم بهتر مسئله کمک می کند.

اشتراک حوادث:

علامت " $\cap$ " را در احتمالات جهت نشان دادن اشتراک حوادث بکار می برند. $A \cap B$ را اشتراک دو حادثه A و B گویند، علامت " $\cap$ " را به معنی "و همچنین" نیز می توان در نظر گرفت.

^۱ جزوه هیدرولوژی آماری دکتر علیرضا برهانی-انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی



در دیاگرام روبرو فضای هاشور خورده اشتراک A و B را نشان می دهد و آن برابر احتمال وقوع A و B می باشد. احتمال را از این به بعد با P نشان می دهیم.

اجتماع حوادث:

علامت " U " به معنای "این یا آن یا هر دو" را در احتمالات جهت نشان دادن اجتماع وقوع حوادث بکار می گیرند. $P(A \cup B)$ به معنای احتمال وقوع A و B و یا هر دو می باشد. در دیاگرام فوق این فضا برابر مجموع فضاهای ۱ و ۲ و ۳ می باشد.

(۱)

$$P(A \cup B) = 1 + 2 + 3$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

در احتمالات حوادث را می توان به دو دسته وابسته و غیر وابسته تقسیم کرد.

حوادث وابسته [Dependent Events]

حوادثی هستند که حدوث یکی در حادث شدن بقیه مؤثر باشد. پس در حوادث وابسته وقتی حادثه A اتفاق افتاد در احتمال وقوع حادثه B وابسته به آن تاثیر می گذارد و یک حالت شرطی پیش می آید.

بدین ترتیب که احتمال وقوع B . $P(B)$. با احتمال وقوع B به شرطی که A حادث شده باشد یکی نیستند. برای نشان دادن شرط از علامت "/" استفاده می کنند.

$$P(B) \neq P(B/A)$$

پس در حوادث وابسته:

محاسبه احتمال شرطی $P(B/A)$ از رابطه زیر می باشد:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \quad (2)$$

حوادث غیر وابسته:

حوادثی را غیر وابسته و مستقل [Independent Events] گویند که حادث شدن یکی در احتمال وقوع بقیه مؤثر نباشد. اگر حادثه A و B غیر وابسته باشند، داریم:

$$P(B/A) = P(B) \quad (3)$$

$$P(A/B) = P(A)$$

و بنابراین از (2) و (3) چنین استنباط می شود که در حوادث غیر وابسته باید شرط برقرار باشد:

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B) \quad (4)$$

و رابطه (1) بصورت روبرو درخواهد آمد:

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \quad (5)$$

همچنین می توان حوادث را به دو دسته نقیض و غیر نقیض تقسیم نمود.

دو حادثه A و B را نقیض گویند اگر نتوان این دو حادثه را در یک جا جمع نمود، در غیر اینصورت دو حادثه را غیر نقیض گویند. توجه داشته باشید که دو حادثه ممکن است از نظر زمانی با هم فرق داشته باشند و در عین حال نقیض باشند.

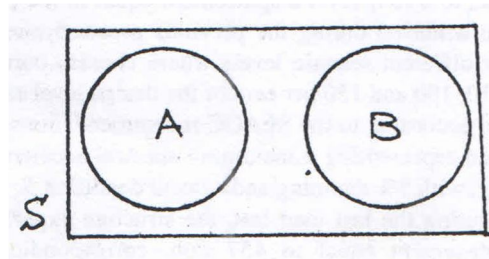
در حوادث نقیض، طبق تعریف، احتمال اشتراک دو حادثه برابر صفر است، پس:

$$P(B \cap A) = 0 \quad (6-1)$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0}{P(A)} = 0$$

$$P(B/A) = 0 \quad (6-2)$$

و رابطه (1) به صورت زیر در می آید:



$$P(B \cup A) = P(A) + P(B) \quad (7)$$

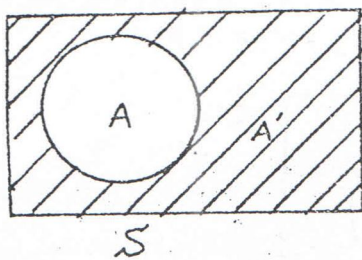
دیاگرام فوق وضعیت دو حادثه نقیض A و B را نشان می دهد.

حوادث متمم (مکمل):

AB را متمم (مکمل) A گویند و:

$$P(A) = 1 - P(A') \quad (8)$$

در دیاگرام زیر فضای هاشور خورده فضای A' را نسبت به A نشان می دهد. A' درست حادثه عکس A است. احتمال وقوع یک حادثه $P(A)$ و احتمال عدم وقوع آن $P(A')$ (مثلاً سیل، بارندگی، ... با شدت خاصی) را دو حادثه متمم می گویند.



حوادث هیدرولوژیک:

حوادث در هیدرولوژی اغلب به صورت وابسته هستند و هر چه زمان مورد نظر در حوادث کمتر شود این وابستگی شدیدتر شده و اگر زمان وسیعتری در نظر باشد حوادث از وابستگی کمتری برخوردارند. در حوادث مربوط به سیلاب، برای مثال، سیلابهای حداکثر سالیانه دارای وابستگی نزدیک به صفر هستند در صورتیکه جریانهای فصلی و ماهانه دارای وابستگی بیشتری می باشند و این وابستگی در جریانهای روزانه شدیدتر است. بدیهی است وابستگی در احتمالات بین دو حادثه A و B لزوماً دلیل بر وجود رابطه علت و

معلولی بین این دو حادثه نیست و تنها یک رابطه احتمالاتی و شانس وقوع را با توجه به شرایط نشان می دهد. برای مثال بالا بودن جریان یک ماه احتمال بالا بودن جریان در ماه بعدی را افزایش می دهد (وجود همبستگی و وابستگی) اما بدیهی است جریان هر ماه با ماه بعدی رابطه علت و معلولی ندارند.

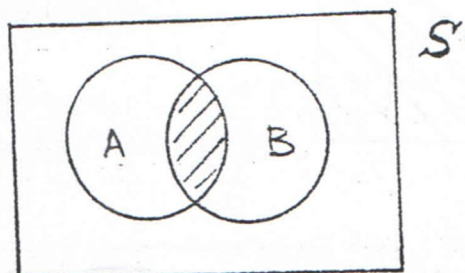
مثال ۱:

ظرفیت کانال رودخانه ای 100cms (مترمکعب در ثانیه = cms) است و جریانهای شدیدتر از این مقدار حالت طغیانی داشته و ایجاد خسارت می کنند. اگر احتمال وقوع طغیان در هر سال در این رودخانه برابر ۰,۰۵ باشد، احتمال وقوع طغیان (سیل) در دو سال متوالی در این رودخانه چقدر خواهد بود.

حل:

با توجه به زمان (سال) می توان حوادث سیل در دو سال متوالی را غیر وابسته فرض می نمود. البته توجه داشته باشید که اگرچه جریانهای پیک (سیلابها) سالیانه معمولاً مستقل از هم می باشند، اما حجم سالیانه جریان رودخانه (کل جریان) در سالهای متوالی ممکن است دارای همبستگی باشند.

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.05 \text{ احتمال وقوع سیل در سال اول} \\ P(B) = 0.05 \text{ احتمال وقوع در سال دوم} \end{array} \right\} \text{طبق تعریف احتمال وقوع در هر سال}$$



طبق صورت مسئله اشتراک A و B را بایستی پیدا کنیم.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

حوادث مستقل

$$(0.05)(0.05) = 0.0025$$

مثال ۲:

از دو طرف شهری دو رودخانه می گذرد احتمال طغیان رودخانه سمت غرب در هر سال برابر ۰,۱ و احتمال طغیان رودخانه سمت شرق برابر ۰,۲۲ است. احتمال طغیان هر دو رودخانه در سال (در یک زمان از سال) برابر ۰,۰۶ است. (a) احتمال وقوع سیل در این شهر در هر سال چقدر است؟ (b) احتمال اینکه این سیل تنها از یکی از رودخانه ها باشد چیست؟

حل:

$$P(A) = 0.10$$

A : حادثه سیل از رودخانه سمت غرب

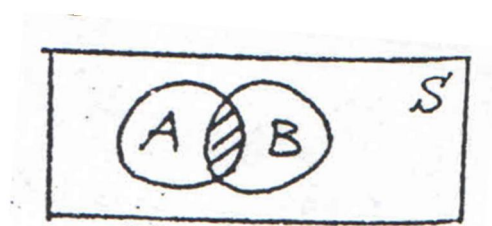
$$P(B) = 0.22$$

B : حادثه سیل از رودخانه سمت شرق

$$P(A \cap B) = 0.06$$

.....

$$P(A \cup B) = \text{احتمال وقوع سیل از رودخانه غربی یا شرقی یا هر دو} = \text{احتمال وقوع سیل در شهر (a)}$$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.10 + 0.22 - 0.06 = 0.26$$

.....احتمال وقوع A.B با هم - احتمال وقوع سیل در شهر = احتمال وقوع B تنها یا احتمال وقوع A تنها = احتمال وقوع سیل (b) تنها از یکی از رودخانه ها

در دیاگرام این صفحه این فضا مربوط به فضای غیر هاشور خورده حوادث A و B می باشد.

$$P(C) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.26 - 0.06 = 0.20$$

مثال ۳ :

سدی در بالادست شهری احداث شده است، بر اساس مطالعات احتمال شکستن سد در هر سال برابر ۰,۰۱ است و احتمال اینکه در این صورت بیش از ۱۰ نفر کشته شوند برابر ۰,۸۰ است. (a) احتمال اینکه در یک سال هم سد بشکند و هم بیش از ۱۰ نفر کشته شود چقدر است. (b) احتمال اینکه در صورت شکست سد بیش از ۱۰۰ میلیون تومان خسارات مالی وارد شود برابر ۰,۵۰ است. اگر سد شکست احتمال اینکه بیش از ۱۰ نفر کشته شده و بیش از ۱۰۰ میلیون تومان خسارات وارد شود چیست. همچنین احتمال اینکه بیش از ۱۰ نفر کشته شده و یا بیش از ۱۰۰ میلیون تومان خسارت وارد شود چیست؟

حل:

A : شکستن سد

B : کشته شدن بیش از ۱۰ نفر

$$P(A) = 0.01$$

$$P(B/A) = 0.80$$

$$P(A \cap B) = ?$$

$$P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A) = (0.80)(0.01) = 0.008 \text{ یا } 0.8\%$$

(b) اگر سد شکست :

$$C/A=E$$

و

$$B/A=D$$

فرض کنید:

C : خسارت بیش از ۱۰۰ میلیون تومان

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = P(D) = 0.80$$

طبق صورت مسئله

$$P(C/A) = P(E) = 0.50$$

در اینجا بدنبال $P(D \cap E)$ هستیم

$$P(D \cap E) = P(D) \cdot P(E)$$

با فرض مستقل بودن E, D

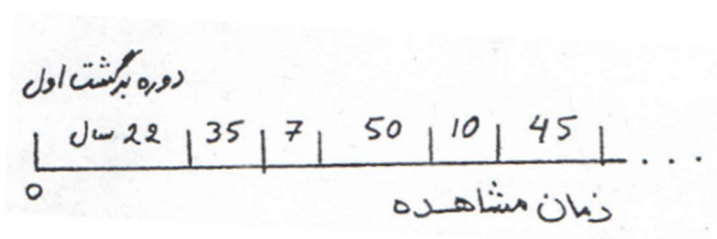
$$= (0.80)(0.50) = 0.40 \text{ یا } 40\%$$

$$P(D \cup E) = P(D) + P(E) - P(D \cap E)$$

$$= 0.8 + 0.5 - 0.4 = 0.90 \text{ یا } 90\%$$

دوره برگشت و ریسک: [Risk, Return Period]

مفاهیم دوره برگشت و ریسک از اساسی ترین مفاهیم هیدرولوژی آماری هستند که عدم درک صحیح این مفاهیم باعث خطاهایی در هر گونه محاسبات مربوط به آنها خواهد شد. در هیدرولوژی و در مبحث احتمالات وقوع هر پیشامدی را تنها با توجه به احتمال وقوع آن پیشامد می توان بیان نمود و هرگز نمی توان پیش بینی قطعی در مورد حادثه ای در آینده نمود. وقتی عنوان می شود دوره برگشت، مثلاً سیلی با شدت 100cms در ایستگاهی ۳۰ سال است این بدان معنی نیست که دقیقاً هر ۳۰ سال یکبار این سیل تکرار می شود بلکه ممکن است در هر زمانی در آینده اتفاق بیافتد، البته با احتمالات متفاوت. این سیل ممکن است ۵ سال دیگر، ۱۰ سال دیگر، ۳۰ سال دیگر، ۵۰ یا ۱۰۰ سال دیگر اتفاق بیافتد. اگر زمان را (زمان مشاهده را) بسیار طولانی در نظر بگیریم و در طول این زمان طولانی فاصله دوره برگشتهای این سیل را یادداشت کنیم ممکن است مقادیر زیر مشاهده شوند:



اگر میانگین این دوره برگشتها را برای این سیل محاسبه کنیم برابر ۳۰ خواهد شد، پس :

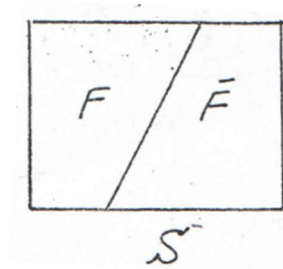
"دوره برگشت، T_x به دوره ای گفته می شود که متغیر X با شدت x و احتمال وقوع $P(X \geq x)$

بطور متوسط در آن دوره تکرار شود."

اگر احتمال وقوع سیلی در هر سال برابر ۰,۲۰ باشد این بدان معنی است که در هر سال احتمال سیلی با این شدت یا بیشتر ۰,۲۰ است و بطور میانگین در هر ۵ سال یکبار این سیل (با این شدت یا بیشتر) به وقوع خواهد پیوست. رابطه دوره برگشت و احتمال وقوع چنین است:

$$T_x = \frac{1}{P(X \geq x)}$$

اگر وقوع سیل را F نشان دهیم، توجه داشته باشید که:



$$P(F) + P(\bar{F}) = 1$$

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F)$$

$$P(F) = P(X \geq x)$$

$$P(\bar{F}) = P(X \leq x)$$

پس:

$$T_X = \frac{1}{1 - P(X \leq x)} = \frac{1}{1 - P(\bar{F})} \quad (9)$$

احتمال اینکه سیل، F ، برای چندین سال متوالی (n) اتفاق نیافتد، با فرض مستقل بودن حوادث سیل در سالهای متوالی، برابر است با:

$$P(\bar{F}_1 \cap \bar{F}_2 \cap \bar{F}_3 \dots \cap \bar{F}_n) = P_1(\bar{F}) \cdot P_2(\bar{F}) \dots P_n(\bar{F}) \quad (9-1)$$

و از آنجاییکه احتمال وقوع و یا عدم وقوع سیل در هر سال ثابت است پس:

$$= [P(\bar{F})]^n = \left(1 - \frac{1}{T_X}\right)^n \quad (10)$$

ریسک:

احتمال اینکه حادثه ای حداقل یک بار در طول n سال متوالی اتفاق بیافتد، ریسک آن حادثه در طی

n سال متوالی گویند و با R نشان می دهند. توجه داشته باشید که:

$1 = \text{احتمال عدم وقوع حادثه در طول } n \text{ سال متوالی} + \text{احتمال وقوع یکبار حادثه در } n \text{ سال متوالی}$

و از رابطه (10):

$$R + \left(1 - \frac{1}{T_X}\right)^n = 1 \rightarrow R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T_X}\right)^n \quad (11)$$

$$T_X = \frac{1}{1 - (1 - R)^{1/n}}$$

و یا

سریهای زمانی [Time Series]:

مقادیر ثبت شده از یک متغیر در طول زمان را سری زمانی آن متغیر گویند.

مقادیر بارندگی، تبخیر، سیلاب، سالهای خشک، سالهای پرباران،... که ثبت شده اند نمونه ای از

سریهای زمانی هیدرولوژیک هستند.

تعریف احتمال:

احتمال وقوع حادثه (پیشامد) A برابر است با نسبت دفعاتی که A به وقوع پیوسته به تعداد کل

حوادث به وقوع پیوسته در مجموعه. (تعداد کل حوادث بایستی زیاد باشد).

n_a : تعداد حوادث A

n: تعداد کل حوادث

P(A): احتمال وقوع A

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_a}{n} \quad (12)$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$P(A) = \frac{n_a}{n} \quad \text{یا بطور ساده}$$

انواع متغیرهای هیدرولوژیک:

۱- متغیرهای پیوسته:

متغیرهایی هستند که هر مقدار حقیقی را بر خود بگیرند. نظیر میزان بارندگی، جریان رودخانه، تبخیر، تلفات.... بدیهی است که تعداد حوادث ممکن است در متغیرهای پیوسته بی نهایت خواهد بود، و احتمال وقوع حادثه ای با مقدار مشخص برابر صفر خواهد بود.

اگر X متغیر پیوسته باشد. $\text{Prob}(X = x) =$

0

برای مثال، احتمال وقوع سیل در مقدار مشخص 100cms برابر صفر خواهد بود

$$\text{Prob}(X = 100\text{cms}) = 0$$

اما احتمال وقوع سیلی با مقدار مشخص 100cms و یا بیشتر مخالف صفر خواهد بود

$$\text{Prob}(X \geq 100\text{cms}) \neq 0$$

۲- متغیرهای غیر پیوسته (گسسته):

متغیرهایی هستند که تنها مقادیر خاصی را بر خود بگیرند. نظیر تعداد سالهای خشک تعداد سالهای پرباران، تعداد روزهای آفتابی، تعداد سیلابهای بزرگتر از مقدار خاص X و ... بدیهی است که تعداد حوادث ممکن در این متغیرها محدود خواهد بود.

بخش ۲: روشهای تحلیل آمار در هیدرولوژی

۲-۱ هیستوگرام فراوانی: [Frequency Histogram]

وجود آمار ثبت شده از یک متغیر که شامل یک سری ارقام و تاریخ وقوع آنها می باشد در حالت خام فاقد توانایی در انتقال اطلاعات لازم در خصوص آن متغیر می باشد. گاهی این اطلاعات به قدری زیاد است که مرور آنها بصرفه نبوده و خسته کننده می باشد، نظیر آمار دبی روزانه ایستگاهها.

بنابراین بایستی روشی را جست که بتوان این آمار زیاد و فراوان را پروسه نموده و اطلاعات موجود در آنها را بصورت مطلوب منتقل نمود. دانستن این که ۳۰ درصد جریان دبی های روزانه در یک رودخانه در فصل تابستان کمتر از ۵۰ مترمکعب در ثانیه است و یا اینکه ۶۰ درصد جریان بین ۵۵ الی ۷۰ مترمکعب در ثانیه است بسیار گویاتر از ارقام فراوان دبی رودخانه در سالهای متوالی در فصل تابستان است. لذا بدین منظور استفاده از هیستوگرام فراوانی که رابطه بین شدت و فراوانی نسبی (درصد وقوع) را نشان می دهد یکی از روشهای ساده در تحلیل آمار می باشد.

شکل (۲-۱) نمونه ای از هیستوگرام فراوانی مربوط به دبی های پیک یک رودخانه می باشد.

رسم هیستوگرام:

جهت رسم هیستوگرام بالاخص در متغیرهای پیوسته ابتدا بایستی گروه بندی نمود. بدن ترتیب که هر گروه شامل حد پایین و حد بالایی از متغیر می باشد. سپس تعداد حوادثی را که در حدود هر گروه (بین حد پایین و بالای هر گروه) اتفاق افتاده از آمار ثبت شده شمارش کرده و به عنوان فراوانی آن گروه یادداشت می کنیم. آنگاه فراوانی نسبی را محاسبه می نماییم.

n_i : تعداد حوادث در گروه i

n : تعداد کل حوادث

$$F_S(X_i) = \frac{n_i}{n}$$

فراوانی نسبی گروه i

جهت رسم، مقدار میانی هر گروه را مشخص کرده و بدین ترتیب رابطه ای بین شدت (مقدار میانی) و درصد وقوع (فراوانی نسبی 100^* [و یا شدت و فراوانی نسبی] ایجاد می کنیم. حال طبق روال معمول مقادیر میانی را در محورها x ها (و حد پایین و بالای هر گروه را) و فراوانی نسبی را بر روی محور y ها پیاده می کنیم.

بایستی توجه داشت که انتخاب تعداد گروه ها جهت تحلیل صحیح از اهمیت خاصی برخوردار است. جهت مشخص نمودن تعداد گروه ها نظریه های متفاوتی وجود دارد. از آنجمله (1961) Spiegel پیشنهاد تعیین ۱۵ الی ۲۰ گروه را می کند. همچنین (1960) Steel and Torrie پیشنهاد می کنند که عرض هر گروه (حدود هر گروه) نباید از $\frac{1}{4}$ الی $\frac{1}{2}$ انحراف معیار داده ها تجاوز کند. رایجترین روشی که در این مورد استفاده می شود روش (1926) Sturges می باشد. وی توصیه می کند تعداد گروه ها از رابطه زیر محاسبه شود.

$$m = 1 + 3.3 \log n$$

که

m : تعداد گروه ها

n : تعداد کل مشاهدات می باشند.

بدیهی است انتخاب زیاد تعداد گروه ها و یا انتخاب کم آن باعث از بین رفتن حساسیت تجزیه و تحلیل آماری خواهد شد.

مثال ۱:

در جدول (۲-۱) آمار دبی پیک سالانه مربوط به یک رودخانه آمده است در ابتدا تعداد ۱۰ گروه جهت رسم هیستوگرام فرض شده و نتایج آن در جدول (۲-۲) آمده است. در جدول (۲-۲) ابتدا بر اساس تعداد گروه های فرض شده و مقادیر حداقل و حداکثر شدتها حدود هر گروه مشخص شده و مقدار میانی آنها در ستون ۱ آمده است. حال در ستون ۲ مقدار دفعاتی را که دبی پیک در هر یک از این حدود اتفاق افتاده (با توجه به جداول ۲-۱) یادداشت نموده و فراوانی نسبی $f_s(x_i)$ محاسبه می شود آنگاه فراوانی

نسبی تجمعی $F_s(x_i)$ را محاسبه نموده و یادداشت می کنیم. فراوانی نسبی تجمعی $F_s(x_i)$ از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F_s(x_i) = \sum_{j=1}^i f_s(x_j)$$

.....برابر است با مجموع فراوانی نسبی گروه های قبل. نمودار (۲-۱) هیستوگرام و نمودار (۲-۳)

.....فراوانی تجمعی را نشان می دهد. نحوه دیگر نشان دادن رابطه بین فراوانی نسبی و شدت استفاده از ستون (Bar) می باشد (نمودار ۲-۱).

فراوانی تجمعی احتمال وقوع حادثه ای با شدت کمتر از x_i را نشان می دهد

$$F_s(x_i) = \text{Prob}(X \leq x_i)$$

اگر منظور نشان دادن احتمال وقوع حادثه ای با شدت بیشتر از $G_s(x_i)$ استفاده می کنیم (نمودار ۳-

(۲)

$$G_s(x_i) = 1 - F_s(x_i)$$

(۱)

آمار دبی بیک سالانه مربوط به یک رودخانه
CFS = فوت مکعب بر ثانیه

Table 2.1 Peak discharges (cfs), Kentucky River, near Salvisa, Kentucky
(McCabe 1962)

1895	47,300	1917	111,000	1939	84,300
96	54,400	18	71,700	40	45,000
97	87,200	19	96,100	41	28,400
98	65,700	20	92,500	42	46,000
99	91,500	21	34,100	43	80,400
1900	53,500	22	69,000	44	55,000
01	67,800	23	73,400	45	72,900
02	70,000	24	99,100	46	71,200
03	66,900	25	79,200	47	46,800
04	34,700	26	62,600	48	84,100
05	58,000	27	93,700	49	61,300
06	47,000	28	68,700	50	87,100
07	66,300	29	80,100	51	70,500
08	80,900	30	32,300	52	77,700
09	80,000	31	43,100	53	44,200
10	52,300	32	77,000	54	20,600
11	58,000	33	53,600	55	85,000
12	67,200	34	70,800	56	82,900
13	115,000	35	89,400	57	88,700
14	46,100	36	62,600	58	60,200
15	52,400	37	112,000	59	40,300
16	94,300	38	44,000	60	50,500

Table 2.2. Tabulation of peak flows, Kentucky River, near Salvisa, Kentucky

ستاره‌بندی کرده Class Mark	فرکانس Number	نسبت نسبی Relative Frequency	Cumulative Relative Frequency
25,000	2	0.030	0.030
35,000	3	.045	.075
45,000	10	.152	.227
55,000	9	.136	.363
65,000	11	.167	.530
75,000	10	.152	.682
85,000	12	.182	.864
95,000	6	.091	.955
105,000	0	.000	.955
115,000	3	.045	1.000
12,000: $\Sigma = 66$			

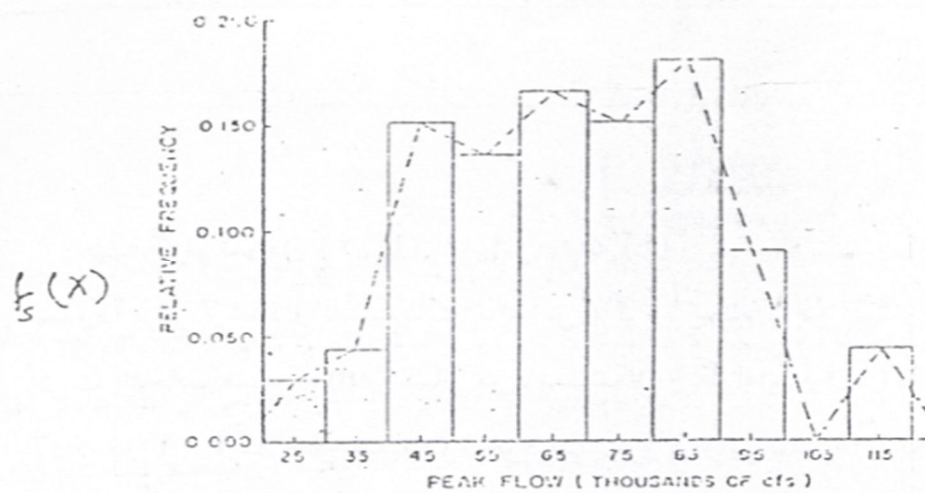
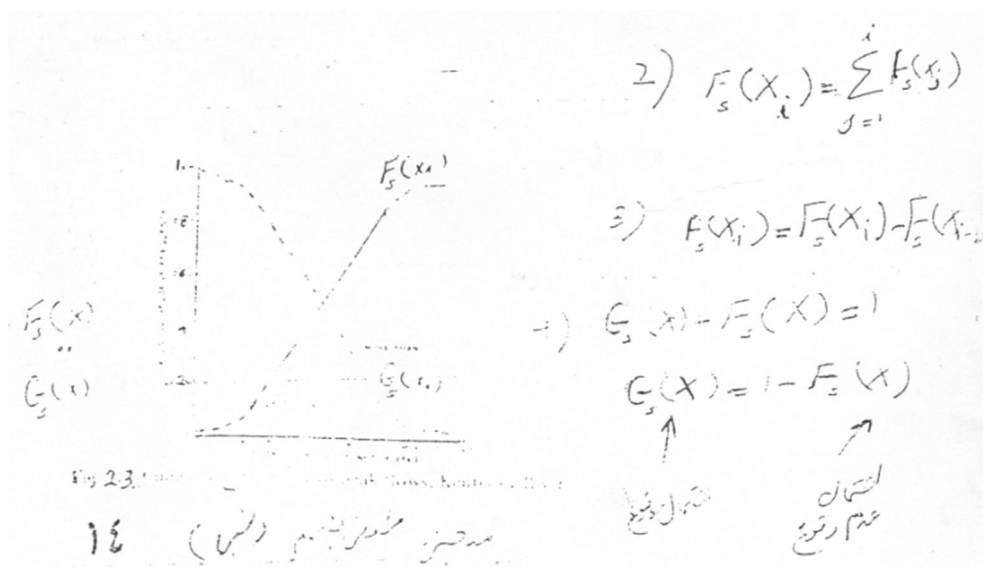
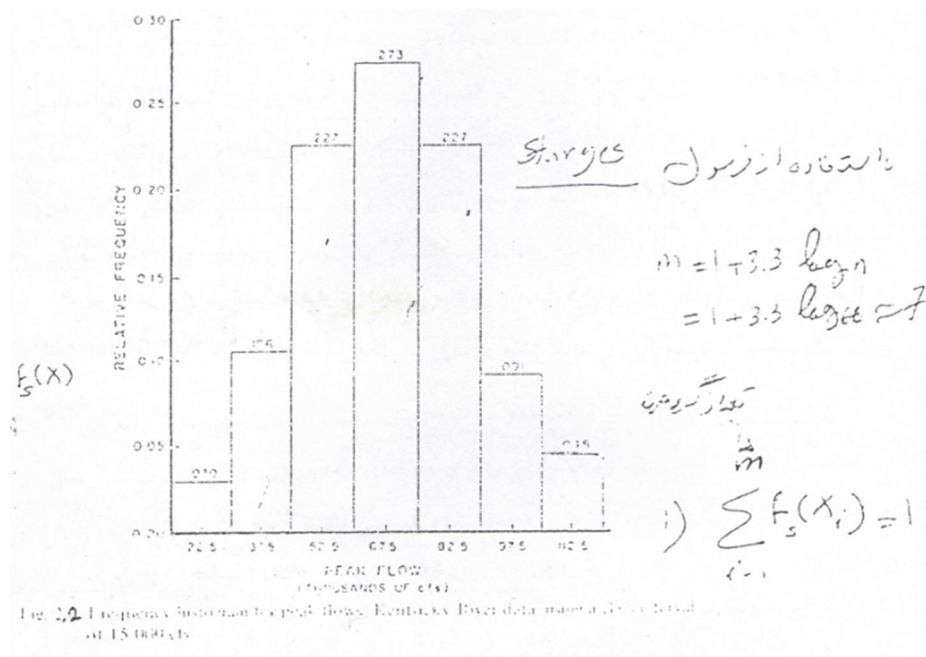


Fig. 2.1. Frequency histogram for peak flows, Kentucky River.



هیستوگرام نمودار (۲-۴) بر اساس رابطه (۲) رسم شده است در اینجا با توجه به $n = 66$ مقدار m حدوداً برابر ۷ شده و تقسیم بندی بر اساس ۷ گروه انجام گرفته است. مقایسه نمودار (۲-۱) و (۲-۲) اثرات انتخاب صحیح m را نشان می دهد. شکل زنگوله ای (۲-۲) که در آن فراز و نشیبهای تند (نظیر آنچه در ۲-۱ ملاحظه می شود) وجود نداشته و فراوانی نسبی ها ب یک شیب ملایم تغییر می کنند برتری رابطه (۲) را در انتخاب صحیح m نشان می دهد.

توجه داشته باشید که:

$$\sum f_s(x_i) = 1 \quad (۲)$$

و

$$f_s(x_i) = F_s(x_i) - F_s(x_{i-1}) \quad (۳)$$

توجه

اندیس S در فراوانی تجمعی مربوط به هیستوگرام به دلیل بکارگیری نمونه آماری (Sample) در اینگونه تجزیه و تحلیل به کار می رود، در مقابل سایر روشها که مربوط به جمعیت آماری می شود.

۲-۲-۳ توابع توزیع احتمالی

عموماً در هیدرولوژی جهت بررسی جامع تر و کامل تر یک سری زمانی، توابع توزیع احتمالاتی مورد استفاده قرار می گیرند. با توجه به اینکه هر سری زمانی از یک توزیع خاصی تبعیت می کند بنابراین با تعیین نوع توزیع احتمالاتی که بر یک سری زمانی برازش دارد می توان بخش عظیمی از اطلاعات آماری آن سری زمانی را در یک تابع توزیع احتمالاتی خلاصه نمود و از خصوصیات آن تابع احتمالاتی در تجزیه و تحلیل های بیشتر نظیر ترمیم آمار، تولید آمار مصنوعی و ... استفاده کرد.

عمده توابع توزیع احتمالاتی که در هیدرولوژی و بالاخص در هیدرولوژی سیلاب کاربرد دارند عبارتند از: توزیع نرمال، لوگ نرمال، پیرسون تیپ III، لوگ پیرسون تیپ III و کرانه گامبل، که توزیع لوگ نرمال خود شامل دو نوع دو پارامتره و سه پارامتره است. در قسمت های بعدی توضیحات بیشتری در خصوص هر یک از توزیع ها ارائه خواهد شد.

توابع توزیع احتمالاتی را بصورت تابع چگالی احتمال، PDF (Probability Density Function) و یا بصورت تابع توزیع تجمعی، CDF (Cumulative Distribution Function) تعریف می نمایند، که در ادامه توضیح هر کدام آمده است.

۲-۲-۳-۱ تابع شدت احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF)

تابع شدت احتمال، رابطه بین شدت، x ، و شدت احتمال، $f(x)$ ، را بیان می کند. در واقع این تابع نظیر هیستوگرام فراوانی است. هیستوگرام فراوانی برای داده های محدود (نمونه) مورد استفاده قرار می گیرد حال اگر تعداد داده ها بسیار زیاد شود ($n \rightarrow \infty$ = جمعیت) و همچنین فاصله گروه ها بسیار کم گردد (

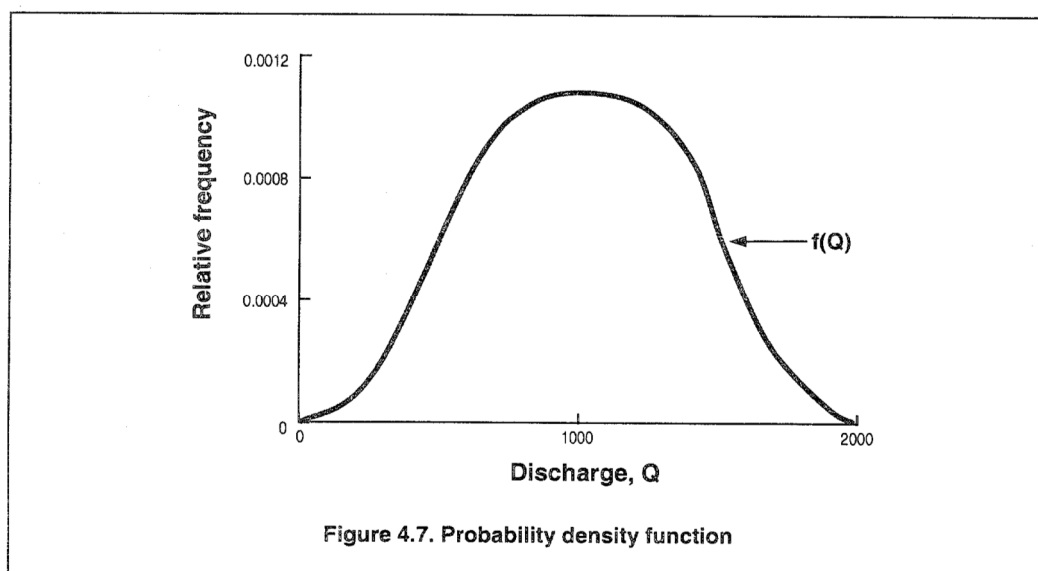
$(\Delta x \rightarrow 0)$ در اینصورت اگر فراوانی نسبی بر Δx تقسیم شود هیستوگرام فراوانی تبدیل به تابع شدت احتمال خواهد شد.

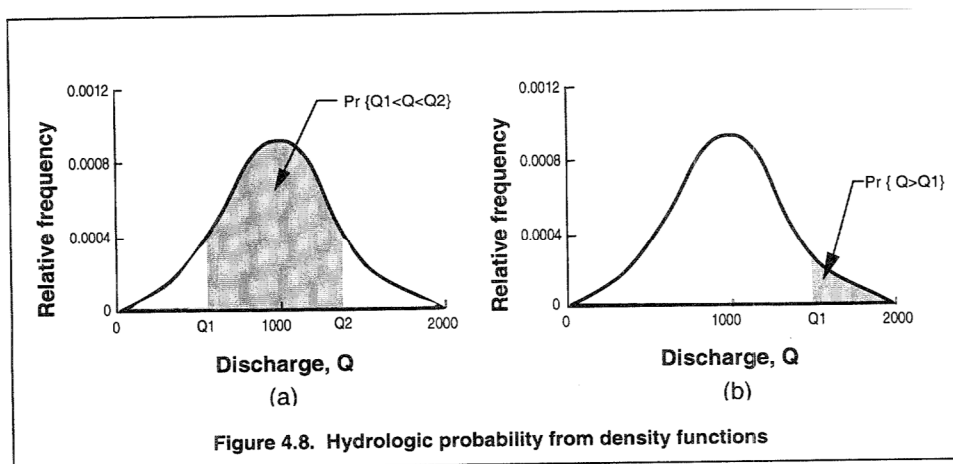
$$f(x) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{f_s(x)}{\Delta x} \quad (3-3)$$

همچنین، فراوانی تجمعی $F_s(x)$ تبدیل به تابع توزیع تجمعی $F(x)$ خواهد شد.

$$F(x) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} F_s(x) \quad (4-3)$$

از آنجائیکه تابع شدت احتمال، خود احتمال وقوع (و یا عدم وقوع) نبوده و تنها رابطه بین شدت و شدت (نسبی) احتمال را نشان می‌دهد بنابراین امکان اینکه مقدار آن از عدد یک بیشتر شود، وجود دارد.





۲-۲-۲-۳ خصوصیات تابع شدت احتمال

اگر و تنها اگر تابعی، $f(x)$ دارای شرایط ذیل باشد آن تابع یک تابع شدت احتمال خواهد بود:

✓ مقدار تابع هیچ‌گاه در محدوده مورد نظر منفی نگردد

$$f(x) \geq 0 \quad (۵-۳)$$

✓ مساحت زیر منحنی تابع مورد نظر مجموعاً برابر ۱ شود

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (۶-۳)$$

با توجه به اینکه شدت احتمال منفی معنا ندارد بنابراین وجود شرط اول بدیهی است. از آنجائیکه

رابطه PDF و CDF بصورت رابطه ۷-۳ بیان می‌شود و مساحت زیر منحنی احتمال تجمعی را نشان می‌دهد

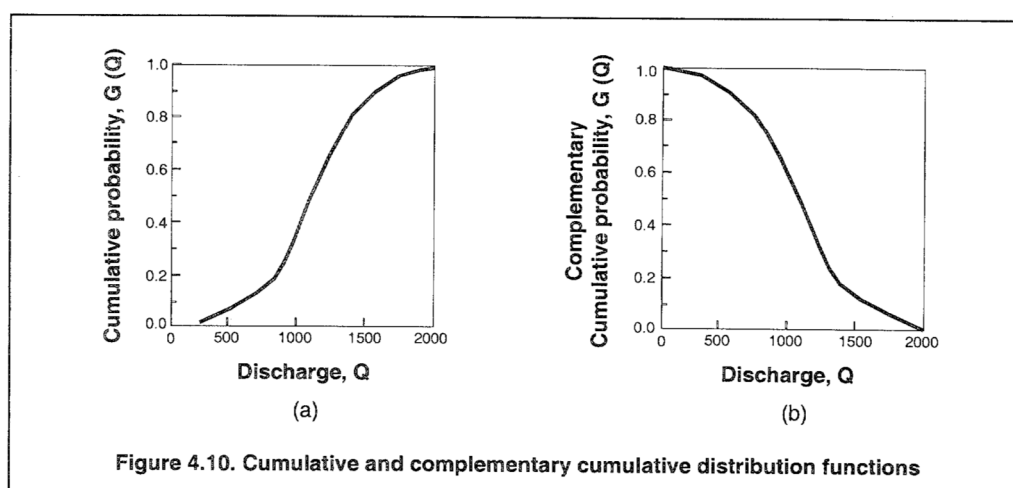
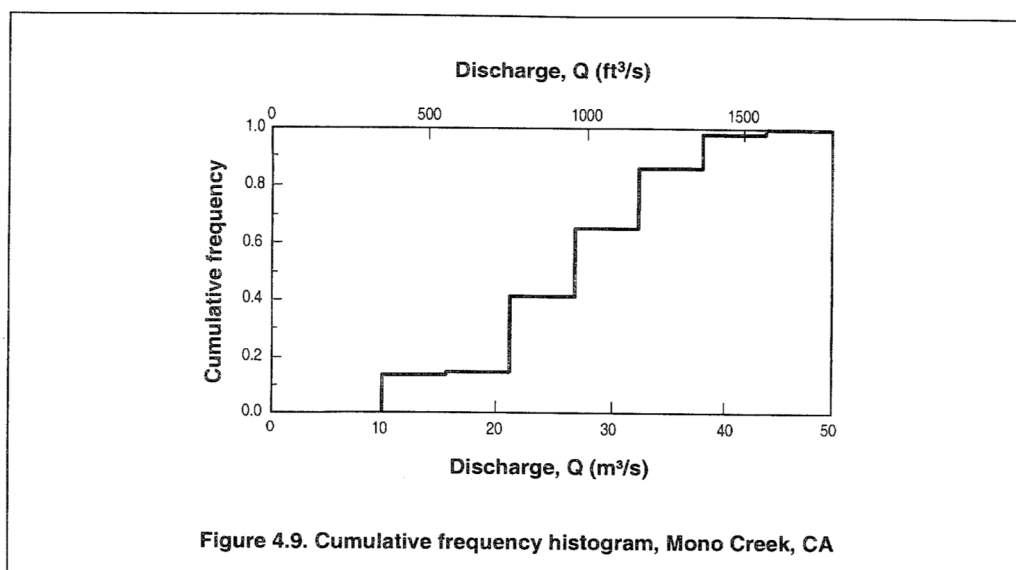
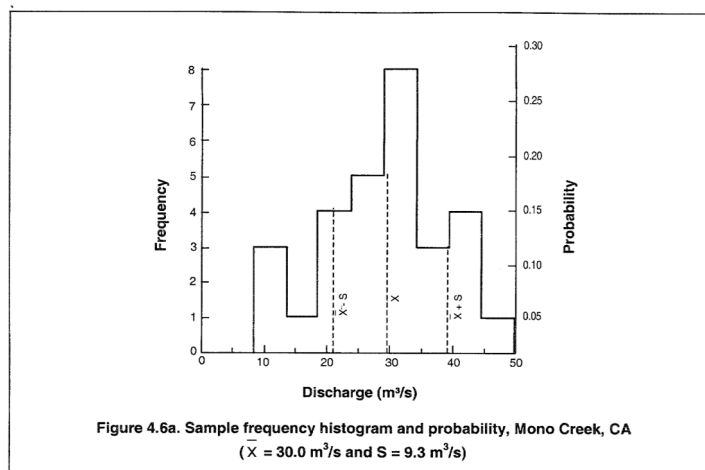
و احتمال تجمعی (عدم وقوع و یا احتمال وقوع) حداکثر می‌تواند برابر با عدد یک شود بنابراین مجموع

مساحت زیر منحنی PDF (شرط دوم) نیز نیز بایستی برابر با یک شود.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (۷-۳)$$

Year	Annual Maximum (m ³ /s)
1922	39.4
1923	26.6
1924	13.8
1925	30.0
1926	29.2
1927	40.2
1928	31.4
1929	21.2
1930	24.0
1931	14.9
1932	40.2
1933	38.2
1934	11.4
1935	34.8
1936	30.0
1937	34.3
1938	49.8
1939	15.3
1940	32.0
1941	40.2
1942	33.1
1943	40.8
1944	24.2
1945	38.8
1946	25.8
1947	28.0
1948	23.7
1949	25.9
1950	31.2

Interval of Annual Floods (m ³ /s)	Frequency	Relative Frequency	Cumulative Frequency
0 – 9.99	0	0.000	0.000
10 – 14.99	3	0.104	0.104
15 – 19.99	1	0.034	0.138
20 – 24.99	4	0.138	0.276
25 – 29.99	5	0.172	0.448
30 – 34.99	8	0.276	0.724
35 – 39.99	3	0.104	0.828
40 – 44.99	4	0.138	0.966
45 or larger	1	0.034	1.000



۳-۲-۲-۳ گشتاورهای احتمالاتی

$$\mu'_1 = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i) \quad (12-3) \text{ تابع غیر پیوسته}$$

$$\mu'_1 = \sum_{i=1}^m x_i f_s(x_i) \quad (13-3) \text{ هیستوگرام فراوانی}$$

گشتاور ۲ام (درجه ۲) برای توابع پیوسته، غیر پیوسته و هیستوگرام به ترتیب با روابط ۱۴-۳، ۱۵-۳ و ۱۶-۳ محاسبه می شوند.

$$\mu'_r = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \quad (14-3) \text{ تابع پیوسته}$$

$$\mu'_r = \sum_i^n x_i^r P(x_i) \quad (15-3) \text{ تابع غیر پیوسته}$$

$$\mu'_r = \sum_i^m x_i^r f_s(x_i) \quad (16-3) \text{ هیستوگرام فراوانی}$$

از آنجایی که در هیستوگرام $f_s(x_i) = \frac{n_i}{n}$ می باشد بنابراین در روابط ۱۷-۳ و ۱۸-۳ می توان معادل $f_s(x_i)$ را استفاده کرد و روابط زیر را بدست آورد:

$$\mu'_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i x_i \quad (17-3)$$

$$\mu'_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i x_i^r \quad (18-3)$$

همچنین در صورتیکه یک نمونه با تعداد محدودی مشاهده در نظر گرفته شود احتمال وقوع هر یک از نمونه ها (فراوانی نسبی هر یک) برابر با $\frac{1}{n}$ است و گشتاور اول حول محور عمودی از مرکز مختصات برای نمونه آماری برابر است با:

$$\mu'_1 = \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (19-3)$$

با توجه به اینکه رابطه فوق تعریف میانگین می باشد بنابراین گشتاور اول حول مرکز مختصات برابر میانگین است که برای نمونه با $\bar{X}$ نشان داده می شود:

$$\bar{X} = \mu'_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (20-3) \text{ نمونه}$$

چنانچه محور گشتاور بجای مرکز مختصات عمود بر میانگین باشد گشتاور مرکزی حاصل می گردد که با μ_r نشان داده می شود. تنها تفاوت این دو در فاصله x است که بایستی به اندازه میانگین کم شود پس بطور کلی:

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \quad (21-3) \text{ پیوسته}$$

$$\mu_r = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^r P(x_i) \quad (22-3) \text{ غیر پیوسته}$$

$$\mu_r = \sum_{i=1}^m (x_i - \mu)^r f_s(x_i) \quad (23-3) \text{ هیستوگرام}$$

$$\mu_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^r \quad (24-3) \text{ نمونه آماری}$$

۴-۲-۲-۳ پارامترهای توابع توزیع

خصوصیات توابع توزیع و پارامترهایی که لازم است تا یک تابع توزیع توسط آن پارامترها بیان شده و تعیین گردند معمولاً توسط گشتاورهای احتمالاتی بیان می شوند. در بیان یک تابع توزیع گاهی تنها دو پارامتر و گاهی سه پارامتر عمده لازم است. این پارامترها را می توان از یک دیدگاه در سه گروه ذیل تقسیم بندی نمود:

گرایش مرکزی	✓
تغییرپذیری	✓
تقارن	✓

در ادامه شرح مختصری از هر یک ارائه می شود.

الف - گرایش مرکزی

برای نشان دادن تجمع مشاهدات در اطراف یک مقدار مشخص از گرایش مرکزی استفاده می شود. این مهم توسط پارامترهای میانگین، میانه و مد که ذیلاً شرح مختصری از آنها بیان می گردد انجام می شود.

✓ میانگین

مهمترین پارامتری که خاصیت گرایش مرکزی را نشان می دهد میانگین می باشد که در بخش قبلی در این خصوص توضیح داده شد. معمولاً میانگین جمعیت را با μ و نمونه را با $\bar{X}$ نشان می دهند.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (25-3) \text{ نمونه}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m x_i n_i \quad (26-3) \text{ هیستوگرام}$$

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^m x_i P(x_i) \quad (27-3) \text{ متغیر غیر پیوسته}$$

✓ میانه

میانه پارامتر دیگری است که برای اندازه گیری گرایش مرکزی بکار می رود و متغیری است که سایر متغیرها را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. اگر میانه را با μ_{md} نشان داده شود برای تابع PDF خواهیم داشت :

$$\int_{-\infty}^{\mu_{md}} f(x) dx = 0.5 \quad (28-3)$$

و برای تابع غیر پیوسته:

$$\sum_{i=1}^p p(x_i) = 0.5 \quad (29-3)$$

که p مشخص کننده شدتی است که میانه باشد.

✓ مد

پارامتری است که بیشترین فراوانی داده‌ها را نشان می‌دهد. در توابع پیوسته مقدار مد بطریق ذیل محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{d f(x)}{d x} &= 0 \\ \frac{d^2 f(x)}{d x^2} &< 0 \end{aligned} \quad (30-3)$$

در توابع غیر پیوسته و هیستوگرام، مد را میتوان با استفاده از روابط ۳۱-۳ و ۳۲-۳ محاسبه نمود. در این حالت مقدار مد مربوط به شدت احتمال یا فراوانی نسبی می‌شود که حداکثر باشند.

$$\text{Max}_{i=1}^m P(x_i) \quad (31-3) \text{ تابع غیر پیوسته}$$

$$\text{Max}_{i=1}^m f_s(x_i) \quad (32-3) \text{ هیستوگرام}$$

یک تابع احتمالاتی ممکن است دارای هیچ یا یک یا چندین مد باشد.

ب- تغییرپذیری

حدود تغییرات، واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات پارامترهایی هستند که در مقوله تغییرپذیری استفاده می‌شوند. در ادامه شرح مختصری از هر کدام ارائه می‌گردد.

✓ حدود تغییرات

حدود تغییرات حد فاصل بین کوچکترین و بزرگترین مقدار داده‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه اطلاعات حدود تغییرات در خصوص تغییرات درون داده‌ها ناقص بوده و این پارامترها فاقد چنین اطلاعاتی است بنابراین جهت کسب اطلاعات تغییرات درون داده‌ها از پارامتر واریانس استفاده می‌شود.

✓ واریانس

همانگونه که در بخش قبل نیز ذکر شد واریانس حاوی اطلاعات لازم در مورد پراکندگی مشاهدات یا حوادث، حول میانگین می‌باشد. جهت محاسبه واریانس لازم است که متوسط قدر مطلق نوسانات حول میانگین محاسبه شود. برای این کار از گشتاور مرکزی دوم استفاده می‌شود. واریانس جمعیت آماری را با σ^2 و نمونه را با S^2 نشان می‌دهند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (3-33)$$

و

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3-34)$$

✓ انحراف معیار

انحراف معیار دقیقاً اطلاعات واریانس را دارا بوده و جذر واریانس است علت عمده استفاده از انحراف معیار واحد آن است که برابر با واحد X (شدت) بوده و مفهوم تر است.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{نمونه (۳۵-۳)}$$

نظیر آن برای جمعیت (σ) قابل محاسبه است.

✓ ضریب تغییرات

از آنجائیکه شدت‌های هر ایستگاه با ایستگاه‌های دیگر تفاوت داشته و ممکن است ایستگاهی دارای شدت‌های بالا (میانگین بالا) بوده و نیز انحراف معیار آن بالا باشد و ایستگاهی دیگر دارای شدت‌های پایین (میانگین پایین) بوده و نیز انحراف معیار آن کم باشد لذا از روی انحراف معیارها نمی‌توان تعیین کرد که کدام ایستگاه دارای تغییرات نسبی بیشتری نسبت به ایستگاه دیگر است. بنابراین جهت مقایسه تغییرات نسبی دو سری مشاهده، از ضریب تغییرات که برابر نسبت انحراف معیار به میانگین است استفاده می‌کنند. به عبارت دیگر با ضریب تغییرات، پارامتر انحراف معیار بدون بعد شده و قابل مقایسه می‌گردد.

برای مثال اگر ایستگاهی حدود تغییراتش بین صفر و ۱۰ باشد و ایستگاه دیگر دارای حدود تغییرات بین ۵ و ۱۰۰ باشد و انحراف معیار ایستگاه اول کمتر از ایستگاه دوم باشد لزوماً نمی‌توان نتیجه گرفت که تغییرات نسبی ایستگاه اول کمتر از تغییرات نسبی ایستگاه دوم است. جهت این کار بایستی از ضریب تغییرات استفاده کرد.

$$C_x = \frac{S}{\bar{x}} \quad \text{(۳۶-۳)}$$

ج- تقارن

جهت نشان دادن تقارن یا عدم تقارن یک تابع توزیع و یا یک سری زمانی، پارامتر چولگی بکار می‌رود.

✓ چولگی

همانطور که ذکر شد پارامتر چولگی تقارن تابع و یا تمایل آن به سمت چپ و راست را نشان می‌دهد. در واقع برای اینکه مشخص شود تابع از نظر تقارن نسبت به مقدار میانگین در چه وضعیتی قرار دارد بایستی انحرافات از میانگین را با حفظ علامت جمع زده و میانگین گرفته شود. جهت این کار بایستی در $(x_i - \bar{x})$ از توان فرد استفاده کرد و اولین توان فرد که می‌توان استفاده نمود توان ۳ است زیرا اگر توان ۱ استفاده شود $\sum x_i - \bar{x}$ برابر صفر خواهد بود بنابراین چولگی برابر گشتاور مرکزی سوم خواهد شد. چولگی جمعیت را با α و چولگی نمونه را با a نشان می‌دهند.

$$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3$$

$$a = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3$$

(۳۷-۳)

✓ ضریب چولگی

همانند ضریب تغییرات، جهت قابل مقایسه کردن چولگی و بی‌بعد نمودن آن از ضریب چولگی استفاده می‌شود. ضریب چولگی را با C_s نشان می‌دهند.

$$C_s = \frac{\alpha}{\sigma^3}$$

جمعیت (۳۸-۳)

$$C_s = \frac{a}{S^3} = \frac{\left(\frac{n}{(n-1)(n-2)}\right) \sum (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n-1}\right) \sum (x_i - \bar{y})^4 \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{y})^2}}$$

نمونه (۳۹-۳)

سه حالت در خصوص تقارن یک تابع ممکن است روی دهد:

حالت اول: تابع متقارن است. در این صورت $C_s = 0$ (تابع نرمال)

حالت دوم: تابع با تمایل مثبت (متمايل به راست)

در این صورت حوادث با شدت زیاد نسبت به میانگین بیشتر (شدیدتر) از حوادث با شدت کم نسبت به میانگین بوده و در مجموع a و C_s مثبت می باشد. این حالتی است که اغلب در سری های زمانی هیدرولوژیک اتفاق می افتد.

حالت سوم: تابع با تمایل منفی (متمايل به چپ)

در این صورت حوادث با شدت کم نسبت به میانگین بیشتر از حوادث با شدت زیاد بوده و در مجموع a و C_s منفی می شوند.

۳-۲-۳ توزیع های احتمالاتی در هیدرولوژی و انتخاب توزیع مناسب

در بخش قبل شرح کلی در ارتباط با توزیع های احتمالاتی ارائه شد. در این بخش توضیحات مختصری در خصوص انواع توزیع های احتمالاتی رایج در هیدرولوژی و بالخصوص هیدرولوژی سیلاب و همچنین نحوه انتخاب توزیع مناسب بیان می شود.

تفاوت عمده سری های زمانی هیدرولوژی با داده های دیگر در این است که تقریباً در هیدرولوژی هیچ وقت دسترسی به جمعیت وجود نداشته و لذا با استفاده از نمونه های اندک (با توجه به میزان آمار در جمعیت) در پی استنباط هایی در خصوص جمعیت می باشیم. این امر مبنای بسیاری از تست ها و آزمون های موجود در هیدرولوژی آماری می باشد. با توجه به محدودیت ها و مسائل پیچیده ای که در پروسه های هیدرولوژیک پنهان است شاید نتوان هیچ وقت به توزیعی که حوادث بر مبنای آن اتفاق می افتند پی برد و ممکن است این توزیع در میان هیچ یک از توزیع های موجود نیز نباشد، پس تنها سعی بر این است که از میان توزیع های شناخته و تعریف شده موجود، آن توزیعی که بهترین برازش را بر داده ها دارد،

انتخاب نمود.

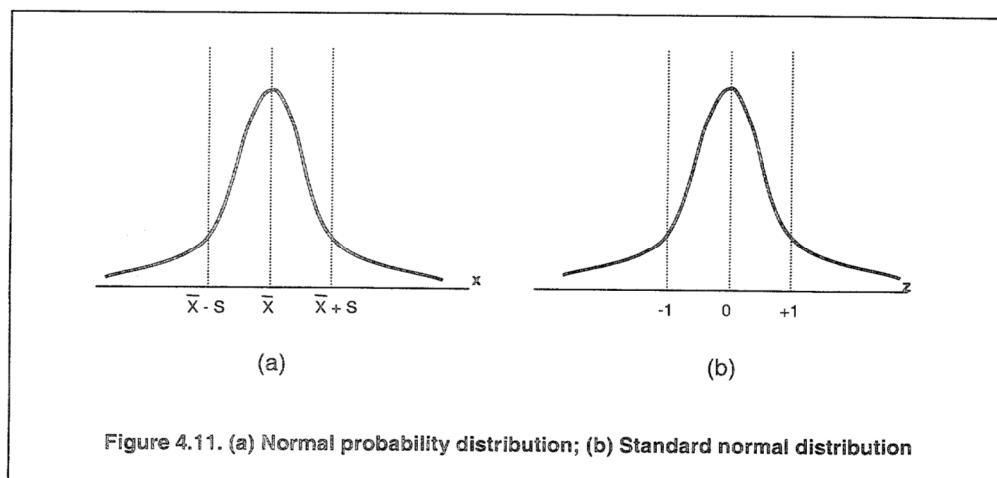
۳-۲-۱ انواع توابع توزیع احتمالاتی

در این قسمت توضیح برخی از توابع توزیع مربوط به هیدرولوژی سیلاب و برخی دیگر از توابع پیوسته‌ای که در هیدرولوژی کاربرد دارند ارائه می‌شود.

✓ توزیع نرمال

این توزیع که تابع شدت احتمال آن شکل زنگوله‌ای داشته و متقارن است رایج‌ترین توزیعی است که بطور کلی در آمار و احتمالات و بطور خاص در تست‌ها و آزمون‌ها مورد فرض و استفاده قرار می‌گیرد.

توزیع نرمال بدلیل دامنه صفر تا $\pm \infty$ و متقارن بودن آن، کمتر بر پروسه‌های هیدرولوژیک برازش دارد اما بهر حال سری‌هایی یافت می‌شوند که توزیع نرمال برازش خوبی نسبت به آنها نشان می‌دهد. توزیع نرمال با دو پارامتر میانگین و واریانس (انحراف معیار) مشخص می‌شود و بدین ترتیب یک توزیع دو پارامتری است. توزیع نرمال بر مبنای قضیه حد مرکزی می‌باشد و بدین قرار است که اگر یک سری متغیر تصادفی نظیر X_i بصورت مستقل و با توزیع یکسان وجود داشته باشد توزیع مجموع n تایی این متغیرها $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ چنانچه n بزرگ فرض شود به سمت یک توزیع نرمال یکسان سوق پیدا می‌کند. متغیرهای هیدرولوژیک نظیر باران سالانه که از مجموع حوادث مستقل تشکیل شده‌اند به سمت یک توزیع نرمال متمایل می‌شوند.



✓ توزیع لوگ نرمال

اگر لگاریتم داده‌ها از توزیع نرمال پیروی کنند در این صورت گفته می‌شود که خود داده‌ها از توزیع لوگ نرمال تبعیت می‌نمایند. داده‌های هیدرولوژیک معمولاً در حد پایین به صفر محدودند بنابراین توزیع نرمال که دارای حدود $-\infty$ تا $+\infty$ است معمولاً برازش خوبی نشان نمی‌دهد. در این مواقع توزیع لوگ نرمال که دارای حد پایین صفر برای خود داده‌ها است برازش بهتری دارد. توزیع لوگ نرمال به دو صورتی که ذیلاً به آن اشاره می‌شود مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$y_1 = \ln X \quad (40-3)$$

$$y_2 = \log X \quad (41-3)$$

که تفاوتی از نظر برازش ندارند. زیرا که فرق این دو در یک ضریب $\frac{1}{\ln 10}$ است.

پارامترهای این توزیع با استفاده از داده‌های اصلی (X) به طریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{y} = \frac{1}{2} \ln [x^{-2} / (1 + c_v^2)] \quad (42-3)$$

$$s_y = [\ln (1 + c_v^2)]^{1/2} \quad (43-3)$$

تابع توزیعی که به صورت روابط ۴۰-۳ یا ۴۱-۳ تعریف می‌شود یک تابع دو پارامتری است که به وسیله میانگین و واریانس مشخص می‌شود و چنین تابعی را لوگ نرمال دو پارامتری می‌نامند. از آنجائیکه یکی از کاربردهای توابع توزیع، تولید آمار مصنوعی است و آمار تولید شده بایستی خصوصیات داده‌های اصلی را حفظ کنند، توزیع لوگ نرمال دو پارامتری تنها قادر به حفظ پارامترهای لگاریتمی داده‌ها بوده و قادر به حفظ پارامترهای خود داده‌ها نیست، به همین دلیل تابع توزیع لوگ نرمال سه پارامتری پیشنهاد شده که به صورت ذیل می‌باشد:

$$y = \log (X - \alpha) \quad (44-3)$$

که در اینجا پارامتر سوم α است. این تابع قادر به حفظ پارامترهای داده‌های اصلی می‌باشد اما امکان

تولید داده‌های منفی نیز وجود دارد که یکی از معایب این توزیع است. از آنجائیکه α مجهول است امکان محاسبه پارامترهای γ بطور مستقل وجود ندارد و لازم است با استفاده از دستگاه زیر این پارامترها محاسبه شوند.

$$\bar{X} = \alpha + \text{Exp} \left(\frac{1}{2} S_y^2 + \bar{y} \right) \quad (45-3)$$

$$S_x^2 = \text{Exp} (2(S_y^2 + \bar{y})) - \text{Exp} (S_y^2 + 2\bar{y}) \quad (46-3)$$

$$C_s = (\text{Exp}(3 S_y^2) - 3\text{Exp}(S_y^2) + 2) / [(\text{Exp}(S_y^2) - 1)^{3/2}] \quad (47-3)$$

جهت حل این دستگاه بهتر است از رابطه ۴۷-۳ شروع نموده مقدار S_y^2 محاسبه شده و سپس از رابطه ۴۶-۳ مقدار $\bar{y}$ و بعد از رابطه ۴۵-۳ مقدار α محاسبه شود.

توزیع لوگ نرمال برازش مناسبی نسبت به هدایت هیدرولیکی در محیط متخلخل و نیز اندازه قطرات باران نشان داده است.

✓ توزیع پیرسون تیپ III

این توزیع که به توزیع گامای سه پارامتری نیز معروف است کاربردی بسیار وسیع در هیدرولوژی دارد. چنانچه داده‌ها دارای چولگی زیاد باشند (و یا لگاریتم آنها چنین خصوصیاتی را دارا باشند) توزیع نرمال (و یا لوگ نرمال) قادر نخواهد بود برازش مناسبی بر داده‌ها داشته باشد، زیرا در این توزیع‌ها فرض بر این است که چولگی صفر و یا نزدیک به صفر است. در چنین حالتی توزیع پیرسون تیپ III که پارامتر چولگی را نیز مدنظر داشته و یک توزیع سه پارامتری است برازش نسبتاً خوبی نشان می‌دهد.

در واقع توزیع پیرسون تیپ III حالت کلی‌تری نسبت به توزیع نرمال دارد زیرا اگر ضریب چولگی (c_s) داده‌ها صفر فرض شود توزیع پیرسون تیپ III تبدیل به توزیع نرمال خواهد شد. توزیع پیرسون تیپ III برازش مناسبی بر سیلاب‌های حداکثر سالیانه نشان می‌دهد.

✓ توزیع لوگ پیرسون تیپ III

زمانی که چولگی داده‌ها بسیار بالا بوده و مقدار مثبت زیادی داشته باشد با گرفتن لگاریتم از آنها و اعمال توزیع پیرسون تیپ III برازش مناسب‌تری مشاهده می‌شود. در این صورت گفته می‌شود خود داده‌ها از توزیع لوگ پیرسون تیپ III و لگاریتم داده‌ها از پیرسون تیپ III تبعیت می‌کنند.

این حالت خصوصاً در مورد سیلاب‌های حداکثر سالیانه صدق می‌کند. در این داده‌ها چولگی مثبت بالایی مشاهده می‌شود که توزیع اخیر برازش خوبی بر آنها نشان می‌دهد. در واقع از توزیع لوگ پیرسون تیپ III به عنوان یک روش استاندارد جهت تجزیه و تحلیل سیلاب‌ها در آمریکا استفاده می‌کنند. نظیر توزیع پیرسون، توزیع لوگ پیرسون تیپ III نیز حالت کلی‌تر توزیع لوگ نرمال است به طوری که اگر چولگی لگاریتم داده‌ها صفر شود توزیع حاصله، توزیع لوگ نرمال خواهد بود. توزیع لوگ پیرسون III نظیر لوگ نرمال می‌تواند بصورت $\ln$ و یا $\log$ باشد. نرم افزار HEC-SSP از این توزیع برای تحلیل داده‌های حداکثر سیلاب استفاده می‌نماید.

✓ توزیع کرانه تیپ I

توزیع کرانه تیپ I که معروف به توزیع گامبل است اغلب در حوادث کرانه (حداکثر و حداقل)، نظیر بارندگی‌ها و سیلاب‌های حداکثر کاربرد دارد اما بیشترین استفاده این توزیع در بارندگی‌های حداکثر است.

۳-۲-۴ انتخاب داده‌ها

روش‌های برازش و نحوه انتخاب تابع توزیع در بخش بعدی مختصراً شرح داده خواهند شد اما لازم است ابتدا توضیحاتی در خصوص انتخاب داده‌ها که در واقع کلیه تجزیه و تحلیل‌های بعدی بر مبنای این انتخاب صورت می‌گیرد داده شود. سری داده‌ها را می‌توان از یک نظر به سه دسته ذیل تقسیم نمود:

✓ سری کامل

✓ سری نسبی

✓ سری سالانه

در سری کامل، کلیه داده‌های ثبت شده از یک پروسه و متغیر نظیر دبی‌های روزانه به مدت فرضاً ۴۰ سال (۱۴۶۰۰ عدد آمار) در نظر گرفته می‌شود. بدیهی است انجام عملیات بر روی چنین حجمی از داده‌ها در صورتی قابل توجیه است که ضرورت ایجاب کند، به همین جهت در حالت‌هایی که فقط بخشی از داده‌ها مدنظر بوده (فرضاً داده‌هایی از یک حد خاص به بالا و یا به پایین نیاز به بررسی داشته باشند) از سری نسبی استفاده می‌شود. در سری نسبی فقط داده‌هایی انتخاب می‌شوند که از یک حد فرضی به بالا (یا به پایین) باشند و به این ترتیب حجم زیادی از داده‌ها از پروسه انجام عملیات حذف می‌شوند. همچنین اگر هدف بررسی مقادیر سالانه (حداکثر و حداقل و ...) باشد لزومی ندارد داده‌های کمتر از سالانه بررسی شوند و لذا باز حجم قابل ملاحظه‌ای از داده‌ها از پروسه انجام عملیات حذف شده و بدین ترتیب در این حالت از سری سالانه استفاده می‌شود.

در هیدرولوژی لازم است داده‌های انتخاب شده از سه مشخصه ذیل برخوردار باشند

✓ ربط به موضوع

✓ کمیت کافی

✓ کیفیت مناسب

در ربط به موضوع بایستی مشخص شود که از کدام یک از سری داده‌ها (سری نسبی، کامل و یا سالانه) استفاده می‌شود. بطور کلی اگر در بررسی با احتمالات کمتر از 0.50 (و یا دوره برگشت بیش از دو سال) برخورد داشته باشیم در اینصورت سری سالانه (حداکثر هر سال) و سری نسبی به یک جواب

خواهند رسید زیرا حوادث با دوره برگشت بالا خود را در سری سالانه نشان می‌دهند. بنابراین با توجه به حجم کمتر سری سالانه، بهتر است از این سری استفاده شود.

همچنین داده‌ها بایستی از نظر تعداد کافی باشند. معمولاً در سری‌های سالانه طول آمار بایستی بالای ۳۰ سال باشد. بطور کلی هر چه طول آمار بیشتر باشد نمونه انتخاب شده بهتر معرف جمعیت بوده و نتایج، مطلوب‌تر و دقیق‌تر خواهند بود. جدول ذیل اهمیت طول آمار را در بررسی‌های احتمالاتی روشن می‌سازد.

جدول ۳-۱ طول آمار مورد نیاز (سال) جهت محاسبه احتمال وقوع سیل طراحی با درجه اطمینان

٪۹۵

احتمال طرح	دوره بازگشت طرح	خطای موجود	
		٪۱۰	٪۲۰
۰٫۱	۱۰	۹۰	۱۸
۰٫۰۲	۵۰	۱۱۰	۳۹
۰٫۰۱	۱۰۰	۱۱۵	۴۸

با توجه به جدول فوق ۹۰ سال آمار لازم است تا شدت سیل طراحی با دوره برگشت ۱۰ سال دارای خطای ٪۱۰ باشد و در صورت قبول ٪۲۰ خطا، این تعداد آمار می‌تواند تا ۱۸ سال تقلیل پیدا کند.

با توجه به طول آمار موجود در اغلب ایستگاه‌های سیلاب سنجی کشور (اغلب حدود ۳۰ سال) در تجزیه و تحلیل‌های آماری بایستی خطای زیادی را بخصوص برای سیلاب‌های با دوره برگشت ۱۰۰ سال به بالا پذیرفت.

بدیهی است عدم توجه به کیفیت مناسب داده‌ها هر گونه تجزیه و تحلیلی را بی‌ثمر خواهد گذاشت و بعضاً خطاهای حاصله موجب خسارات زیادی نیز خواهد شد. دقت مشاهدات، همگنی آنها، و بررسی تغییرات در حوضه آبریز و در محل ایستگاه از جمله مواردی هستند که باید به دقت مورد توجه قرار گیرند. شهرسازی، تغییر الگوی کشت و پوشش گیاهی حوضه و نیز تغییرات در طول رودخانه نظیر انتقال آب از سر شاخه‌ها به حوضه مجاور و یا بلعکس، انحراف مسیر طبیعی رودخانه، احداث مخزن و ... همه از مسائلی هستند که بر مشاهداتی نظیر دبی پیک، حجم سالانه و ماهانه ... تأثیر گذاشته و باعث تغییرات عمده می‌شوند.

۳-۲-۵ ورقه احتمالاتی و برازش

یکی از روش‌های بررسی مناسب بودن برازش تابع توزیع احتمالاتی بر داده‌ها، استفاده از ورقه احتمالاتی است. این ورقه‌ها طوری تنظیم شده‌اند که اگر تابع توزیع تجمعی (CDF) توزیع مربوطه بر روی آن رسم شود یک خط حاصل خواهد شد. وجود خط مستقیم بررسی برازش را توسط چشم آسان می‌کند. لازم به ذکر است که توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال، و گامبل دارای ورقه احتمالاتی خاص خود بوده و جهت توزیع‌های پیرسون تیپ III و لوگ پیرسون تیپ III به ترتیب از ورقه‌های نرمال و لوگ نرمال استفاده می‌کنند بدیهی است به دلیل وجود پارامتر چولگی در توزیع‌های پیرسون و لوگ پیرسون، CDF آنها بصورت منحنی خواهد بود.

روش کار به این ترتیب است که ابتدا احتمال تجربی نقاط مشاهده با استفاده از روابط نقطه‌گذاری (Poition Plotting) نظیر فرمول Weibull $\left(\frac{m}{n+1}\right)$ محاسبه شده و رابطه شدت و احتمال تجربی ایجاد می‌شود. سپس این نقاط روی ورقه احتمالاتی پیاده شده و CDF توزیع مورد نظر بر اساس پارامترهای داده‌ها رسم می‌شود. چنانچه خط (منحنی) CDF برازش خوبی را بر نقاط مشاهده نشان دهد آن توزیع بعنوان یک توزیع مناسب انتخاب می‌شود. در ادامه جزئیات روش شرح داده می‌شود.

۳-۲-۵-۱ نقطه‌گذاری

در روش نقطه‌گذاری هدف ایجاد رابطه بین مشاهدات (شدت) و احتمال وقوع (p) و یا دوره برگشت (T_x) آنها است. جهت این کار روابط متعددی وجود دارد که در جدول ۳-۲ ارائه شده است. معروف‌ترین رابطه، روش Weibull است. در انگلستان بیشتر از روش Gringorten استفاده می‌شود. اغلب کشورهای بلوک شرق سابق از روش Chegodayev استفاده می‌کنند. در این روابط m نشانگر مرتبه مشاهدات است و n تعداد کل مشاهدات می‌باشد. داده‌ها بایستی به صورت نزولی مرتب شوند و اولین داده دارای مرتبه یک ($m=1$) و آخرین آنها دارای مرتبه n ($m=n$) خواهد بود در اینصورت روابط نقطه‌گذاری احتمال وقوع را نشان خواهند داد. چنانچه نحوه مرتب نمودن به صورت صعودی باشد حاصل

روابط نقطه گذاری احتمال عدم وقوع خواهد بود.

جدول ۲-۳ روشهای نقطه گذاری

روش	احتمال وقوع $P(X \geq x)$
California	m/n
Hazen	$(2m-1)/2n$
Beard	$1 - (0.5)^{\frac{1}{n}}$
Weibull	$m/(n+1)$
Chegadayev	$(m-0.3)/(n+0.4)$
Blom	$(m - \frac{3}{8}) / (n + \frac{1}{4})$
Tukey	$(3m-1)/(3n+1)$
Gringorten	$(m-0.44)/(n+0.12)$

بدین ترتیب رابطه بین شدت و احتمال وقوع مشخص می شود. در این مرحله می توان این نقاط را روی ورقه احتمالاتی پیاده نمود. حال جهت بررسی اینکه CDF تابع توزیع چه برآزشی بر این نقاط دارد بایستی آن را رسم نمود. جهت این کار از فرمول Chow که با استفاده از فاکتور تناوب رابطه بین شدت و احتمال وقوع توابع توزیع احتمالاتی را می دهد، استفاده می شود.

۲-۵-۲-۳ فاکتور تناوب

همانطور که اشاره شد چاو (Chow) با استفاده از یک فاکتور (تناوب) رابطه‌ای ارائه داد که این رابطه می‌تواند توزیع تجمعی کلیه توابع احتمالاتی را بیان کند. این رابطه ساده بصورت زیر می‌باشد.

$$x = \bar{x} + k S_x \quad (۴۸-۳)$$

که $\bar{x}$ و S_x به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده‌ها و k ضریب تناوب است. آنچه توزیع‌ها را از هم متمایز می‌نماید فاکتور تناوب k در رابطه فوق است. مقادیر k برای توزیع‌های مختلف از طریق جداول و روابط قابل محاسبه است. در توزیع نرمال (ولوگ نرمال) مقدار k برابر مقدار z (متغیر نرمال استاندارد) است، زیرا

$$k = \frac{x - \bar{x}}{S_x} \quad \text{و} \quad z = \frac{x - \bar{x}}{S_x} \quad \text{است.}$$

جداول فاکتور تناوب بازای توزیعهای احتمالاتی مختلف:

Table 4.8. Selected Values of the Standard Normal Deviate (z) for the Cumulative Normal Distribution

Exceedence Probability %	Return Period (yrs)	z
50	2	0.0000
20	5	0.8416
10	10	1.2816
4	25	1.7507
2	50	2.0538
1	100	2.3264
0.2	500	2.8782

**Table 4.10. Frequency Analysis Computations
for the Normal Distribution: Medina River, TX
(Gage 08181500)**

Year	Rank	Plotting Probability	Annual Maximum (m ³ /s)	Annual Maximum (ft ³ /s)	X/X	(X/X)-1	[(X/X)-1] ²	[(X/X)-1] ³
1973	1	0.023	903.4	31,900	4.832	3.832	14.681	56.250
1946	2	0.045	900.6	31,800	4.816	3.816	14.565	55.586
1942	3	0.068	495.6	17,500	2.651	1.651	2.724	4.496
1949	4	0.091	492.8	17,400	2.635	1.635	2.674	4.374
1981	5	0.114	410.6	14,500	2.196	1.196	1.431	1.711
1968	6	0.136	371.0	13,100	1.984	0.984	0.968	0.953
1943	7	0.159	342.7	12,100	1.833	0.833	0.693	0.577
1974	8	0.182	274.1	9,680	1.466	0.466	0.217	0.101
1978	9	0.205	267.3	9,440	1.430	0.430	0.185	0.079
1958	10	0.227	261.1	9,220	1.396	0.396	0.157	0.062
1982	11	0.250	231.1	8,160	1.236	0.236	0.056	0.013
1976	12	0.273	212.7	7,510	1.137	0.137	0.019	0.003
1941	13	0.295	195.1	6,890	1.044	0.044	0.002	0.000
1972	14	0.318	180.1	6,360	0.963	-0.037	0.001	0.000
1950	15	0.341	160.3	5,660	0.857	-0.143	0.020	-0.003
1967	16	0.364	155.2	5,480	0.830	-0.170	0.029	-0.005
1965	17	0.386	153.8	5,430	0.822	-0.178	0.032	-0.006
1957	18	0.409	146.7	5,180	0.785	-0.215	0.046	-0.010
1953	19	0.432	140.5	4,960	0.751	-0.249	0.062	-0.015
1979	20	0.455	134.5	4,750	0.719	-0.281	0.079	-0.022
1977	21	0.477	130.8	4,620	0.700	-0.300	0.090	-0.027
1975	22	0.500	117.0	4,130	0.626	-0.374	0.140	-0.053
1962	23	0.523	112.1	3,960	0.600	-0.400	0.160	-0.064
1945	24	0.545	100.3	3,540	0.536	-0.464	0.215	-0.100
1970	25	0.568	95.2	3,360	0.509	-0.491	0.241	-0.118
1959	26	0.591	94.9	3,350	0.507	-0.493	0.243	-0.120
1960	27	0.614	90.6	3,200	0.485	-0.515	0.266	-0.137
1961	28	0.636	86.4	3,050	0.462	-0.538	0.289	-0.156
1971	29	0.659	83.5	2,950	0.447	-0.553	0.306	-0.169
1969	30	0.682	77.3	2,730	0.413	-0.587	0.344	-0.202
1940	31	0.705	71.9	2,540	0.385	-0.615	0.379	-0.233
1966	32	0.727	61.2	2,160	0.327	-0.673	0.453	-0.305
1951	33	0.750	60.9	2,150	0.326	-0.674	0.455	-0.307
1964	34	0.773	60.6	2,140	0.324	-0.676	0.457	-0.309
1948	35	0.795	58.1	2,050	0.310	-0.690	0.475	-0.328
1944	36	0.818	56.6	2,000	0.303	-0.697	0.486	-0.339
1980	37	0.841	56.1	1,980	0.300	-0.700	0.490	-0.343
1956	38	0.864	49.6	1,750	0.265	-0.735	0.540	-0.397
1947	39	0.886	41.6	1,470	0.223	-0.777	0.604	-0.470
1955	40	0.909	34.0	1,200	0.182	-0.818	0.670	-0.548
1963	41	0.932	25.2	890	0.135	-0.865	0.749	-0.648
1954	42	0.955	24.5	865	0.131	-0.869	0.755	-0.656
1952	43	0.977	22.7	801	0.121	-0.879	0.772	-0.679
Total			8,040.3	283,906			48.22	117.4

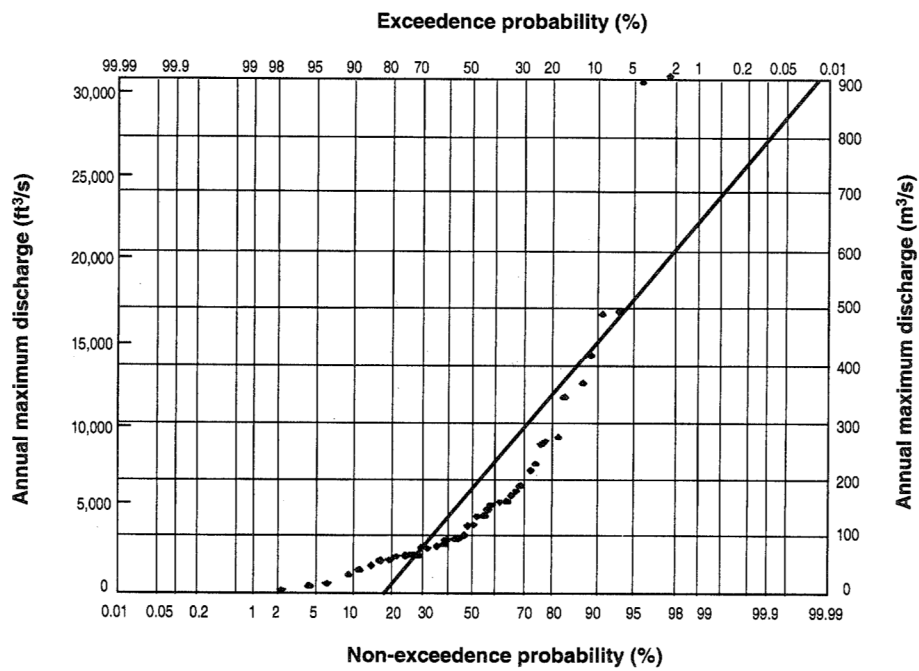


Figure 4.12. Normal distribution frequency curve, Medina River

**Table 4.11. Frequency Analysis Computations for the Log-Normal Distribution:
Medina River**

(a) SI Units

Year	Rank	Plotting Probability	Annual Max.(X) (m ³ /s)	Y = log(X)	Y/Y	[(Y/Y)-1]	[(Y/Y)-1] ²	[(Y/Y)-1] ³
1973	1	0.023	903.4	2.956	1.413	0.413	0.1709	0.0707
1946	2	0.045	900.6	2.955	1.413	0.413	0.1704	0.0703
1942	3	0.068	495.6	2.695	1.289	0.289	0.0834	0.0241
1949	4	0.091	492.8	2.693	1.288	0.288	0.0827	0.0238
1981	5	0.114	410.6	2.613	1.250	0.250	0.0624	0.0156
1968	6	0.136	371.0	2.569	1.229	0.229	0.0523	0.0120
1943	7	0.159	342.7	2.535	1.212	0.212	0.0450	0.0095
1974	8	0.182	274.1	2.438	1.166	0.166	0.0275	0.0046
1978	9	0.205	267.3	2.427	1.161	0.161	0.0258	0.0041
1958	10	0.227	261.1	2.417	1.156	0.156	0.0242	0.0038
1982	11	0.250	231.1	2.364	1.130	0.130	0.0170	0.0022
1976	12	0.273	212.7	2.328	1.113	0.113	0.0128	0.0014
1941	13	0.295	195.1	2.290	1.095	0.095	0.0091	0.0009
1972	14	0.318	180.1	2.256	1.079	0.079	0.0062	0.0005
1950	15	0.341	160.3	2.205	1.054	0.054	0.0030	0.0002
1967	16	0.364	155.2	2.191	1.048	0.048	0.0023	0.0001
1965	17	0.386	153.8	2.187	1.046	0.046	0.0021	0.0001
1957	18	0.409	146.7	2.166	1.036	0.036	0.0013	0.0000
1953	19	0.432	140.5	2.148	1.027	0.027	0.0007	0.0000
1979	20	0.455	134.5	2.129	1.018	0.018	0.0003	0.0000
1977	21	0.477	130.8	2.117	1.012	0.012	0.0001	0.0000
1975	22	0.500	117.0	2.068	0.989	-0.011	0.0001	0.0000
1962	23	0.523	112.1	2.050	0.980	-0.020	0.0004	0.0000
1945	24	0.545	100.3	2.001	0.957	-0.043	0.0019	-0.0001
1970	25	0.568	95.2	1.978	0.946	-0.054	0.0029	-0.0002
1959	26	0.591	94.9	1.977	0.945	-0.055	0.0030	-0.0002
1960	27	0.614	90.6	1.957	0.936	-0.064	0.0041	-0.0003
1961	28	0.636	86.4	1.936	0.926	-0.074	0.0055	-0.0004
1971	29	0.659	83.5	1.922	0.919	-0.081	0.0066	-0.0005
1969	30	0.682	77.3	1.888	0.903	-0.097	0.0094	-0.0009
1940	31	0.705	71.9	1.857	0.888	-0.112	0.0126	-0.0014
1966	32	0.727	61.2	1.787	0.854	-0.146	0.0212	-0.0031
1951	33	0.750	60.9	1.785	0.853	-0.147	0.0215	-0.0032
1964	34	0.773	60.6	1.783	0.852	-0.148	0.0218	-0.0032
1948	35	0.795	58.1	1.764	0.843	-0.157	0.0245	-0.0038
1944	36	0.818	56.6	1.753	0.838	-0.162	0.0261	-0.0042
1980	37	0.841	56.1	1.749	0.836	-0.164	0.0268	-0.0044
1956	38	0.864	49.6	1.695	0.811	-0.189	0.0359	-0.0068
1947	39	0.886	41.6	1.619	0.774	-0.226	0.0509	-0.0115
1955	40	0.909	34.0	1.531	0.732	-0.268	0.0717	-0.0192
1963	41	0.932	25.2	1.401	0.670	-0.330	0.1088	-0.0359
1954	42	0.955	24.5	1.389	0.664	-0.336	0.1127	-0.0378
1952	43	0.977	22.7	1.355	0.648	-0.352	0.1239	-0.0436
Total			8,040.3	89.92			1.992	0.06321

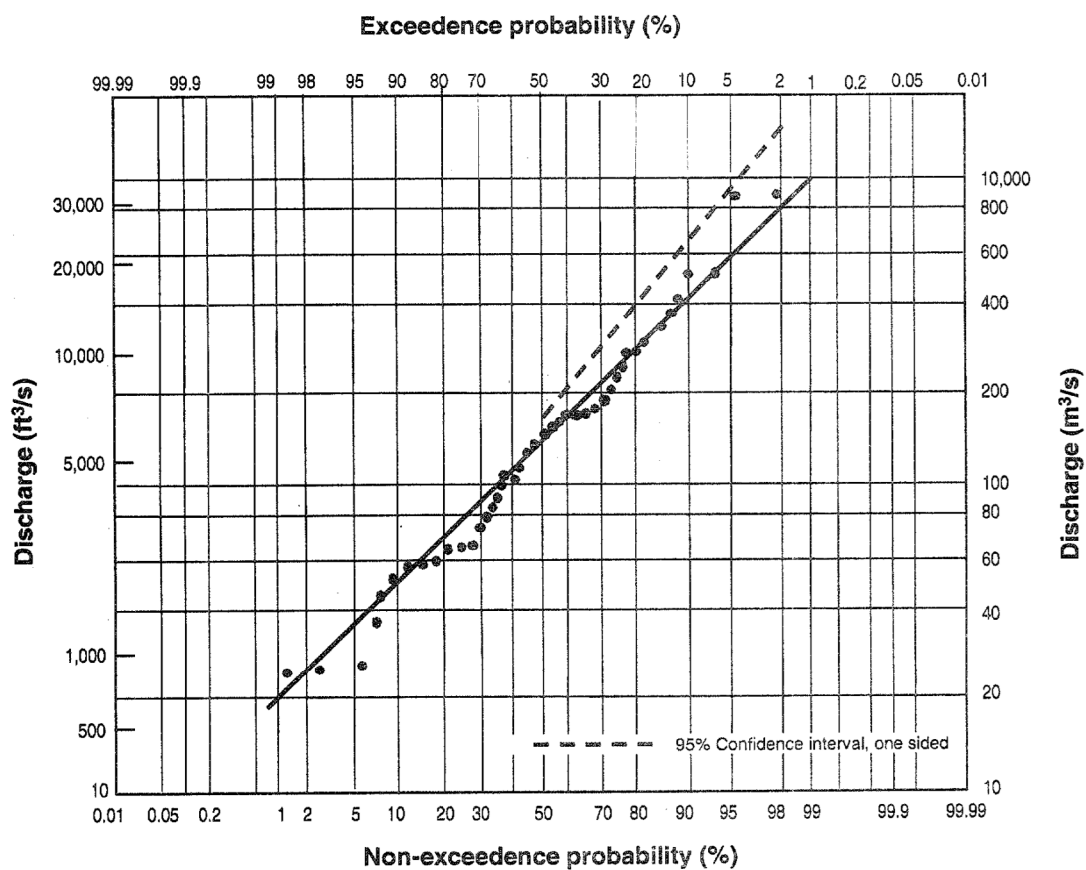


Figure 4.13. Log-normal distribution frequency curve (solid line) and one-sided upper confidence interval (dashed line)

Table 4.12. Frequency Factors (K) for the Gumbel Extreme Value Distribution

Sample Size n	Exceedence Probability in %						
	50.0	20.0	10.0	4.0	2.0	1.0	0.2
	Corresponding Return Period in Years						
	2	5	10	25	50	100	500
10	-0.1355	1.0581	1.8483	2.8468	3.5876	4.3228	6.0219
15	-0.1433	0.9672	1.7025	2.6315	3.3207	4.0048	5.5857
20	-0.1478	0.9186	1.6247	2.5169	3.1787	3.8357	5.3538
25	-0.1506	0.8879	1.5755	2.4442	3.0887	3.7285	5.2068
30	-0.1525	0.8664	1.5410	2.3933	3.0257	3.6533	5.1038
35	-0.1540	0.8504	1.5153	2.3555	2.9789	3.5976	5.0273
40	-0.1552	0.8379	1.4955	2.3262	2.9426	3.5543	4.9680
45	-0.1561	0.8280	1.4795	2.3027	2.9134	3.5196	4.9204
50	-0.1568	0.8197	1.4662	2.2831	2.8892	3.4907	4.8808
55	-0.1574	0.8128	1.4552	2.2668	2.8690	3.4667	4.8478
60	-0.1580	0.8069	1.4457	2.2529	2.8517	3.4460	4.8195
65	-0.1584	0.8019	1.4377	2.2410	2.8369	3.4285	4.7955
70	-0.1588	0.7973	1.4304	2.2302	2.8236	3.4126	4.7738
75	-0.1592	0.7934	1.4242	2.2211	2.8123	3.3991	4.7552
80	-0.1595	0.7899	1.4186	2.2128	2.8020	3.3869	4.7384
85	-0.1598	0.7868	1.4135	2.2054	2.7928	3.3759	4.7234
90	-0.1600	0.7840	1.4090	2.1987	2.7845	3.3660	4.7098
95	-0.1602	0.7815	1.4049	2.1926	2.7770	3.3570	4.6974
100	-0.1604	0.7791	1.4011	2.1869	2.7699	3.3487	4.6860

Variable	Value in SI	Value in CU
$X_{10} = \bar{X} + KS$	$187.0 + 1.486 (200.4) = 485 \text{ m}^3/\text{s}$	$6,602 + 1.486 (7,074) = 17,100 \text{ ft}^3/\text{s}$

and the 100-year flood is:

Variable	Value in SI	Value in CU
$X_{100} = \bar{X} + KS$	$187.0 + 3.534 (200.4) = 895 \text{ m}^3/\text{s}$	$6,602 + 3.534 (7,074) = 31,600 \text{ ft}^3/\text{s}$

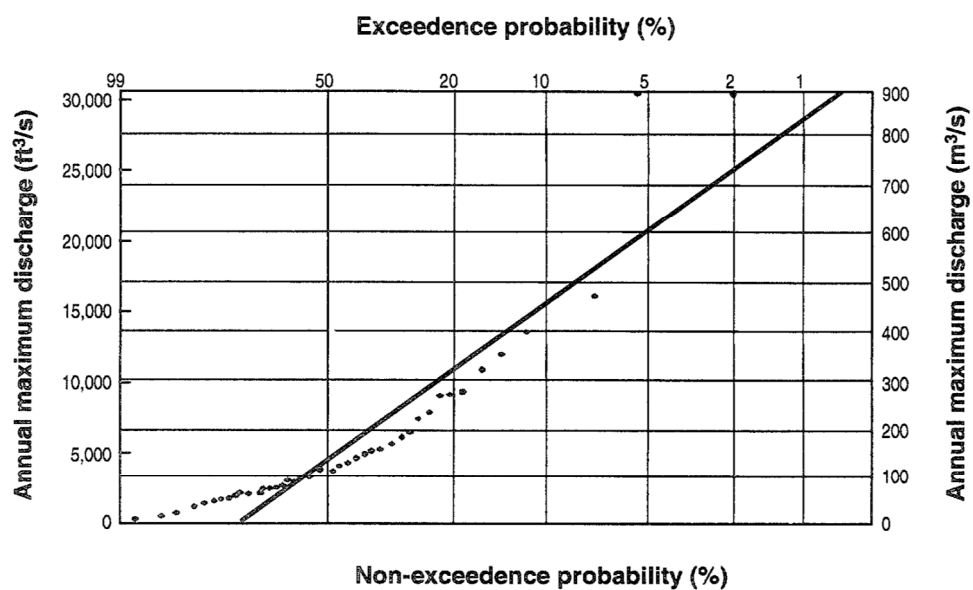


Figure 4.14. Gumbel extreme value distribution frequency curve, Medina River

Table 4.13. Frequency Factors (K) for the Log-Pearson Type III Distribution

Prob.	Skew						
	-2.0	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4
0.9999	-8.21034	-7.98888	-7.76632	-7.54272	-7.31818	-7.09277	-6.86661
0.9995	-6.60090	-6.44251	-6.28285	-6.12196	-5.95990	-5.79673	-5.63252
0.9990	-5.90776	-5.77549	-5.64190	-5.50701	-5.37087	-5.23353	-5.09505
0.9980	-5.21461	-5.10768	-4.99937	-4.88971	-4.77875	-4.66651	-4.55304
0.9950	-4.29832	-4.22336	-4.14700	-4.06926	-3.99016	-3.90973	-3.82798
0.9900	-3.60517	-3.55295	-3.49935	-3.44438	-3.38804	-3.33035	-3.27134
0.9800	-2.91202	-2.88091	-2.84848	-2.81472	-2.77964	-2.74325	-2.70556
0.9750	-2.68888	-2.66413	-2.63810	-2.61076	-2.58214	-2.55222	-2.52102
0.9600	-2.21888	-2.20670	-2.19332	-2.17873	-2.16293	-2.14591	-2.12768
0.9500	-1.99573	-1.98906	-1.98124	-1.97227	-1.96213	-1.95083	-1.93836
0.9000	-1.30259	-1.31054	-1.31760	-1.32376	-1.32900	-1.33330	-1.33665
0.8000	-0.60944	-0.62662	-0.64335	-0.65959	-0.67532	-0.69050	-0.70512
0.7000	-0.20397	-0.22250	-0.24094	-0.25925	-0.27740	-0.29535	-0.31307
0.6000	0.08371	0.06718	0.05040	0.03344	0.01631	-0.00092	-0.01824
0.5704	0.15516	0.13964	0.12381	0.10769	0.09132	0.07476	0.05803
0.5000	0.30685	0.29443	0.28150	0.26808	0.25422	0.23996	0.22535
0.4296	0.43854	0.43008	0.42095	0.41116	0.40075	0.38977	0.37824
0.4000	0.48917	0.48265	0.47538	0.46739	0.45873	0.44942	0.43949
0.3000	0.64333	0.64453	0.64488	0.64436	0.64300	0.64080	0.63779
0.2000	0.77686	0.78816	0.79868	0.80837	0.81720	0.82516	0.83223
0.1000	0.89464	0.91988	0.94496	0.96977	0.99418	1.01810	1.04144
0.0500	0.94871	0.98381	1.01973	1.05631	1.09338	1.13075	1.16827
0.0400	0.95918	0.99672	1.03543	1.07513	1.11566	1.15682	1.19842
0.0250	0.97468	1.01640	1.06001	1.10537	1.15229	1.20059	1.25004
0.0200	0.97980	1.02311	1.06864	1.11628	1.16584	1.21716	1.26999
0.0100	0.98995	1.03695	1.08711	1.14042	1.19680	1.25611	1.31815
0.0050	0.99499	1.04427	1.09749	1.15477	1.21618	1.28167	1.35114
0.0020	0.99800	1.04898	1.10465	1.16534	1.23132	1.30279	1.37981
0.0010	0.99900	1.05068	1.10743	1.16974	1.23805	1.31275	1.39408
0.0005	0.99950	1.05159	1.10901	1.17240	1.24235	1.31944	1.40413
0.0001	0.99990	1.05239	1.11054	1.17520	1.24728	1.32774	1.41753

Prob.	Skew						
	-1.3	-1.2	-1.1	-1.0	-0.9	-0.8	-0.7
0.9999	-6.63980	-6.41249	-6.18480	-5.95691	-5.72899	-5.50124	-5.27389
0.9995	-5.46735	-5.30130	-5.13449	-4.96701	-4.79899	-4.63057	-4.46189
0.9990	-4.95549	-4.81492	-4.67344	-4.53112	-4.38807	-4.24439	-4.10022
0.9980	-4.43839	-4.32263	-4.20582	-4.08802	-3.96932	-3.84981	-3.72957
0.9950	-3.74497	-3.66073	-3.57530	-3.48874	-3.40109	-3.31243	-3.22281
0.9900	-3.21103	-3.14944	-3.08660	-3.02256	-2.95735	-2.89101	-2.82359
0.9800	-2.66657	-2.62631	-2.58480	-2.54206	-2.49811	-2.45298	-2.40670
0.9750	-2.48855	-2.45482	-2.41984	-2.38364	-2.34623	-2.30764	-2.26790
0.9600	-2.10823	-2.08758	-2.06573	-2.04269	-2.01848	-1.99311	-1.96660
0.9500	-1.92472	-1.90992	-1.89395	-1.87683	-1.85856	-1.83916	-1.81864
0.9000	-1.33904	-1.34047	-1.34092	-1.34039	-1.33889	-1.33640	-1.33294
0.8000	-0.71915	-0.73257	-0.74537	-0.75752	-0.76902	-0.77986	-0.79002
0.7000	-0.33054	-0.34772	-0.36458	-0.38111	-0.39729	-0.41309	-0.42851
0.6000	-0.03560	-0.05297	-0.07032	-0.08763	-0.10486	-0.12199	-0.13901
0.5704	0.04116	0.02421	0.00719	-0.00987	-0.02693	-0.04397	-0.06097
0.5000	0.21040	0.19517	0.17968	0.16397	0.14807	0.13199	0.11578
0.4296	0.36620	0.35370	0.34075	0.32740	0.31368	0.29961	0.28516
0.4000	0.42899	0.41794	0.40638	0.39434	0.38186	0.36889	0.35565
0.3000	0.63400	0.62944	0.62415	0.61815	0.61146	0.60412	0.59615
0.2000	0.83841	0.84369	0.84809	0.85161	0.85426	0.85607	0.85703
0.1000	1.06413	1.08608	1.10726	1.12762	1.14712	1.16574	1.18347
0.0500	1.20578	1.24313	1.28019	1.31684	1.35299	1.38855	1.42345
0.0400	1.24028	1.28225	1.32414	1.36584	1.40720	1.44813	1.48852
0.0250	1.30042	1.35153	1.40314	1.45507	1.50712	1.55914	1.61099
0.0200	1.32412	1.37929	1.43529	1.49188	1.54886	1.60604	1.66325
0.0100	1.38267	1.44942	1.51808	1.58838	1.66001	1.73271	1.80621
0.0050	1.42439	1.50114	1.58110	1.66390	1.74919	1.83660	1.92580
0.0020	1.46232	1.55016	1.64305	1.74062	1.84244	1.94806	2.05701
0.0010	1.48216	1.57695	1.67825	1.78572	1.89894	2.01739	2.14053
0.0005	1.49673	1.59738	1.70603	1.82241	1.94611	2.07661	2.21328
0.0001	1.51752	1.62838	1.75053	1.88410	2.02891	2.18448	2.35015

Prob.	Skew						
	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0
0.9999	-5.04718	-4.82141	-4.59687	-4.37394	-4.15301	-3.93453	-3.71902
0.9995	-4.29311	-4.12443	-3.95605	-3.78820	-3.62113	-3.45513	-3.29053
0.9990	-3.95567	-3.81090	-3.66608	-3.52139	-3.37703	-3.23322	-3.09023
0.9980	-3.60872	-3.48737	-3.36566	-3.24371	-3.12169	-2.99978	-2.87816
0.9950	-3.13232	-3.04102	-2.94900	-2.85636	-2.76321	-2.66965	-2.57583
0.9900	-2.75514	-2.68572	-2.61539	-2.54421	-2.47226	-2.39961	-2.32635
0.9800	-2.35931	-2.31084	-2.26133	-2.21081	-2.15935	-2.10697	-2.05375
0.9750	-2.22702	-2.18505	-2.14202	-2.09795	-2.05290	-2.00688	-1.95996
0.9600	-1.93896	-1.91022	-1.88039	-1.84949	-1.81756	-1.78462	-1.75069
0.9500	-1.79701	-1.77428	-1.75048	-1.72562	-1.69971	-1.67279	-1.64485
0.9000	-1.32850	-1.32309	-1.31671	-1.30936	-1.30105	-1.29178	-1.28155
0.8000	-0.79950	-0.80829	-0.81638	-0.82377	-0.83044	-0.83639	-0.84162
0.7000	-0.44352	-0.45812	-0.47228	-0.48600	-0.49927	-0.51207	-0.52440
0.6000	-0.15589	-0.17261	-0.18916	-0.20552	-0.22168	-0.23763	-0.25335
0.5704	-0.07791	-0.09178	-0.11154	-0.12820	-0.14472	-0.16111	-0.17733
0.5000	0.09945	0.08302	0.06651	0.04993	0.03325	0.01662	0.00000
0.4296	0.27047	0.25558	0.24037	0.22492	0.20925	0.19339	0.17733
0.4000	0.34198	0.32796	0.31362	0.29897	0.28403	0.26882	0.25335
0.3000	0.58757	0.57840	0.56867	0.55839	0.54757	0.53624	0.52440
0.2000	0.85718	0.85653	0.85508	0.85285	0.84986	0.84611	0.84162
0.1000	1.20028	1.21618	1.23114	1.24516	1.25824	1.27037	1.28155
0.0500	1.45762	1.49101	1.52357	1.55527	1.58607	1.61594	1.64485
0.0400	1.52830	1.56740	1.60574	1.64329	1.67999	1.71580	1.75069
0.0250	1.66253	1.71366	1.76427	1.81427	1.86360	1.91219	1.95996
0.0200	1.72033	1.77716	1.83361	1.88959	1.94499	1.99973	2.05375
0.0100	1.88029	1.95472	2.02933	2.10394	2.17840	2.25258	2.32635
0.0050	2.01644	2.10825	2.20092	2.29423	2.38795	2.48187	2.57583
0.0020	2.16884	2.28311	2.39942	2.51741	2.63672	2.75706	2.87816
0.0010	2.26780	2.39867	2.53261	2.66915	2.80786	2.94834	3.09023
0.0005	2.35549	2.50257	2.65390	2.80889	2.96698	3.12767	3.29053
0.0001	2.52507	2.70836	2.89907	3.09631	3.29921	3.50703	3.71902

Prob.	Skew						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
0.9999	-3.50703	-3.29921	-3.09631	-2.89907	-2.70836	-2.52507	-2.35015
0.9995	-3.12767	-2.96698	-2.80889	-2.65390	-2.50257	-2.35549	-2.21328
0.9990	-2.94834	-2.80786	-2.66915	-2.53261	-2.39867	-2.26780	-2.14053
0.9980	-2.75706	-2.63672	-2.51741	-2.39942	-2.28311	-2.16884	-2.05701
0.9950	-2.48187	-2.38795	-2.29423	-2.20092	-2.10825	-2.01644	-1.92580
0.9900	-2.25258	-2.17840	-2.10394	-2.02933	-1.95472	-1.88029	-1.80621
0.9800	-1.99973	-1.94499	-1.88959	-1.83361	-1.77716	-1.72033	-1.66325
0.9750	-1.91219	-1.86360	-1.81427	-1.76427	-1.71366	-1.66253	-1.61099
0.9600	-1.71580	-1.67999	-1.64329	-1.60574	-1.56740	-1.52830	-1.48852
0.9500	-1.61594	-1.58607	-1.55527	-1.52357	-1.49101	-1.45762	-1.42345
0.9000	-1.27037	-1.25824	-1.24516	-1.23114	-1.21618	-1.20028	-1.18347
0.8000	-0.84611	-0.84986	-0.85285	-0.85508	-0.85653	-0.85718	-0.85703
0.7000	-0.53624	-0.54757	-0.55839	-0.56867	-0.57840	-0.58757	-0.59615
0.6000	-0.26882	-0.28403	-0.29897	-0.31362	-0.32796	-0.34198	-0.35565
0.5704	-0.19339	-0.20925	-0.22492	-0.24037	-0.25558	-0.27047	-0.28516
0.5000	-0.01662	-0.03325	-0.04993	-0.06651	-0.08302	-0.09945	-0.11578
0.4296	0.16111	0.14472	0.12820	0.11154	0.09478	0.07791	0.06097
0.4000	0.23763	0.22168	0.20552	0.18916	0.17261	0.15589	0.13901
0.3000	0.51207	0.49927	0.48600	0.47228	0.45812	0.44352	0.42851
0.2000	0.83639	0.83044	0.82377	0.81638	0.80829	0.79950	0.79002
0.1000	1.29178	1.30105	1.30936	1.31671	1.32309	1.32850	1.33294
0.0500	1.67279	1.69971	1.72562	1.75048	1.77428	1.79701	1.81864
0.0400	1.78462	1.81756	1.84949	1.88039	1.91022	1.93896	1.96660
0.0250	2.00688	2.05290	2.09795	2.14202	2.18505	2.22702	2.26790
0.0200	2.10697	2.15935	2.21081	2.26133	2.31084	2.35931	2.40670
0.0100	2.39961	2.47226	2.54421	2.61539	2.68572	2.75514	2.82359
0.0050	2.66965	2.76321	2.85636	2.94900	3.04102	3.13232	3.22281
0.0020	2.99978	3.12169	3.24371	3.36566	3.48737	3.60872	3.72957
0.0010	3.23322	3.37703	3.52139	3.66608	3.81090	3.95567	4.10022
0.0005	3.45513	3.62113	3.78820	3.95605	4.12443	4.29311	4.46189
0.0001	3.93453	4.15301	4.37394	4.59687	4.82141	5.04718	5.27389

Prob.	Skew						
	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
0.9999	2.18448	-2.02891	-1.88410	-1.75053	-1.62838	-1.51752	-1.41753
0.9995	-2.07661	-1.94611	-1.82241	-1.70603	-1.59738	-1.49673	-1.40413
0.9990	-2.01739	-1.89894	-1.78572	-1.67825	-1.57695	-1.48216	-1.39408
0.9980	-1.94806	-1.84244	-1.74062	-1.64305	-1.55016	-1.46232	-1.37981
0.9950	-1.83660	-1.74919	-1.66390	-1.58110	-1.50114	-1.42439	-1.35114
0.9900	-1.73271	-1.66001	-1.58838	-1.51808	-1.44942	-1.38267	-1.31815
0.9800	-1.60604	-1.54886	-1.49188	-1.43529	-1.37929	-1.32412	-1.26999
0.9750	-1.55914	-1.50712	-1.45507	-1.40314	-1.35153	-1.30042	-1.25004
0.9600	-1.44813	-1.40720	-1.36584	-1.32414	-1.28225	-1.24028	-1.19842
0.9500	-1.38855	-1.35299	-1.31684	-1.28019	-1.24313	-1.20578	-1.16827
0.9000	-1.16574	-1.14712	-1.12762	-1.10726	-1.08608	-1.06413	-1.04144
0.8000	-0.85607	-0.85426	-0.85161	-0.84809	-0.84369	-0.83841	-0.83223
0.7000	-0.60412	-0.61146	-0.61815	-0.62415	-0.62944	-0.63400	-0.63779
0.6000	-0.36889	-0.38186	-0.39434	-0.40638	-0.41794	-0.42899	-0.43949
0.5704	-0.29961	-0.31368	-0.32740	-0.34075	-0.35370	-0.36620	-0.37824
0.5000	-0.13199	-0.14807	-0.16397	-0.17968	-0.19517	-0.21040	-0.22535
0.4296	0.04397	0.02693	0.00987	-0.00719	-0.02421	-0.04116	-0.05803
0.4000	0.12199	0.10486	0.08763	0.07032	0.05297	0.03560	0.01824
0.3000	0.41309	0.39729	0.38111	0.36458	0.34772	0.33054	0.31307
0.2000	0.77986	0.76902	0.75752	0.74537	0.73257	0.71915	0.70512
0.1000	1.33640	1.33889	1.34039	1.34092	1.34047	1.33904	1.33665
0.0500	1.83916	1.85856	1.87683	1.89395	1.90992	1.92472	1.93836
0.0400	1.99311	2.01848	2.04269	2.06573	2.08758	2.10823	2.12768
0.0250	2.30764	2.34623	2.38364	2.41984	2.45482	2.48855	2.52102
0.0200	2.45298	2.49811	2.54206	2.58480	2.62631	2.66657	2.70556
0.0100	2.89101	2.95735	3.02256	3.08660	3.14944	3.21103	3.27134
0.0050	3.31243	3.40109	3.48874	3.57530	3.66073	3.74497	3.82798
0.0020	3.84981	3.96932	4.08802	4.20582	4.32263	4.43839	4.55304
0.0010	4.24439	4.38807	4.53112	4.67344	4.81492	4.95549	5.09505
0.0005	4.63057	4.79899	4.96701	5.13449	5.30130	5.46735	5.63252
0.0001	5.50124	5.72899	5.95691	6.18480	6.41249	6.63980	6.86661

Prob.	Skew					
	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0.9999	-1.32774	-1.24728	-1.17520	-1.11054	-1.05239	-0.99990
0.9995	-1.31944	-1.24235	-1.17240	-1.10901	-1.05159	-0.99950
0.9990	-1.31275	-1.23805	-1.16974	-1.10743	-1.50568	-0.99900
0.9980	-1.30279	-1.23132	-1.16534	-1.10465	-1.04898	-0.99800
0.9950	-1.28167	-1.21618	-1.15477	-1.09749	-1.04427	-0.99499
0.9900	-1.25611	-1.19680	-1.14042	-1.08711	-1.03695	-0.98995
0.9800	-1.21716	-1.16584	-1.11628	-1.06864	-1.02311	-0.97980
0.9750	-1.20059	-1.15229	-1.10537	-1.06001	-1.01640	-0.97468
0.9600	-1.15682	-1.11566	-1.07513	-1.03543	-0.99672	-0.95918
0.9500	-1.13075	-1.09338	-1.05631	-1.01973	-0.98381	-0.94871
0.9000	-1.01810	-0.99418	-0.96977	-0.94496	-0.91988	-0.89464
0.8000	-0.82516	-0.81720	-0.80837	-0.79868	-0.78816	-0.77686
0.7000	-0.64080	-0.64300	-0.64436	-0.64488	-0.64453	-0.64333
0.6000	-0.44942	-0.45873	-0.46739	-0.47538	-0.48265	-0.48917
0.5704	-0.38977	-0.40075	-0.41116	-0.42095	-0.43008	-0.43854
0.5000	-0.23996	-0.25422	-0.26808	-0.28150	-0.29443	-0.30685
0.4296	-0.07476	-0.09132	-0.10769	-0.12381	-0.13964	-0.15516
0.4000	0.00092	-0.01631	-0.03344	-0.05040	-0.06718	-0.08371
0.3000	0.29535	0.27740	0.25925	0.24094	0.22250	0.20397
0.2000	0.69050	0.67532	0.65959	0.64335	0.62662	0.60944
0.1000	1.33330	1.32900	1.32376	1.31760	1.31054	1.30259
0.0500	1.95083	1.96213	1.97227	1.98124	1.98906	1.99573
0.0400	2.14591	2.16293	2.17873	2.19332	2.20670	2.21888
0.0250	2.55222	2.58214	2.61076	2.63810	2.66413	2.68888
0.0200	2.74325	2.77964	2.81472	2.84848	2.88091	2.91202
0.0100	3.33035	3.38804	3.44438	3.49935	3.55295	3.60517
0.0050	3.90973	3.99016	4.06926	4.14700	4.22336	4.29832
0.0020	4.66651	4.77875	4.88971	4.99937	5.10768	5.21461
0.0010	5.23353	5.37087	5.50701	5.64190	5.77549	5.90776
0.0005	5.79673	5.95990	6.12196	6.28285	6.44251	6.60090
0.0001	7.09277	7.31818	7.54272	7.76632	7.98888	8.21034

Table 4.14. Calculation of Log-Pearson Type III Discharges for Medina River Using Station Skew

(1) Return Period (yrs)	(2) Exceedence Probability	(3) K	SI Unit		CU Unit	
			(4) Y	(5) X (m ³ /s)	(6) Y	(7) X (ft ³ /s)
2	0.50	-0.03325	2.078	120	3.626	4,230
5	0.20	0.83044	2.418	262	3.966	9,250
10	0.10	1.30105	2.604	402	4.152	14,200
25	0.04	1.81756	2.807	641	4.355	22,600
50	0.02	2.15935	2.942	875	4.490	30,900
100	0.01	2.47226	3.065	1,160	4.613	41,000

(3) from Table 4.13 for $G = 0.2$ (rounded from 0.236)

$$(4) Y = \bar{Y} + KS_y = 2.091 + 0.394K$$

$$(5) X = 10^Y$$

$$(6) Y = \bar{Y} + KS_y = 3.639 + 0.394K$$

$$(7) X = 10^Y$$

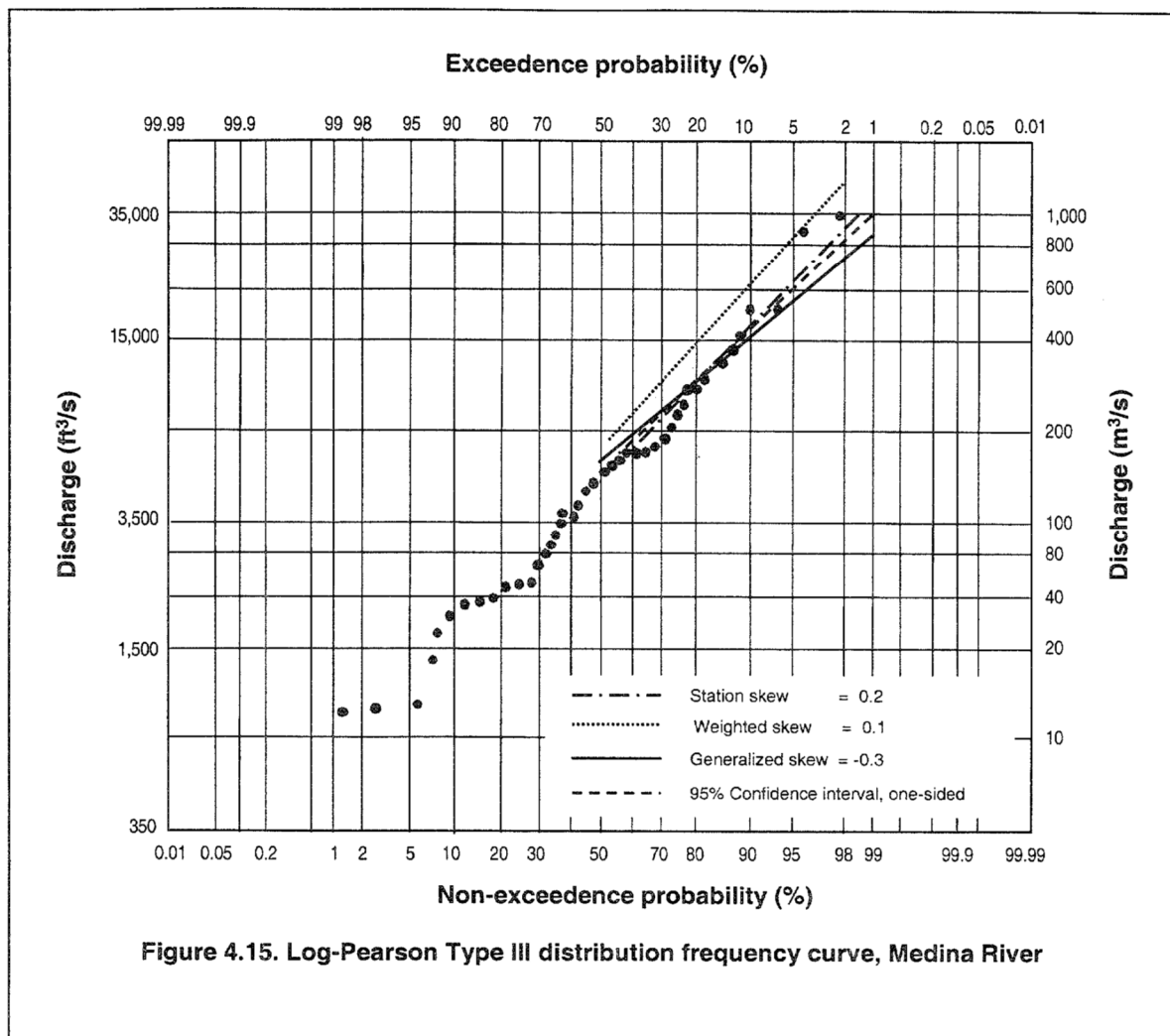


Figure 4.15. Log-Pearson Type III distribution frequency curve, Medina River

۳-۲-۶ حدود اطمینان

از آنجائیکه انتخاب تابع توزیع مناسب و در نتیجه CDF مربوط به آن براساس آمار محدود (نمونه کوچک) صورت می‌گیرد و با توجه به اینکه برازش تابع CDF بر داده‌ها دارای خطا می‌باشد و نقاط مشاهده، اطراف خط پراکنده هستند (نظیر آنچه در رگرسیون مشاهده می‌شود) بنابراین برای هر شدت خاص نمی‌توان با قطعیت تعیین نمود که دارای چه احتمال وقوعی (و یا دوره برگشتی) است. در واقع اگر تعداد زیادی مشاهده با شدت خاص، X_j ، وجود داشته باشد این شدت‌ها دارای دوره برگشت و احتمال وقوع متفاوتی خواهند بود که حول مقدار احتمال وقوع تابع CDF پراکنده هستند. بنابراین بایستی حدود احتمال وقوع‌ها مربوط به شدت X_j را مشخص نمود. میزان حدود بستگی به میزان اطمینان مورد نظر دارد

این مسئله را از زاویه دیگری نیز می‌توان بررسی نمود بدین ترتیب که برای هر احتمال وقوع p_j (یا دوره برگشت T_{X_j}) حدود X_j را تعریف کرد. درصد اطمینان را معمولاً ۹۰ الی ۹۵ درصد در نظر می‌گیرند بنابراین در حالت اخیر حدود اطمینان مثلاً ۹۰ درصد بدین معنی خواهد بود که ۹۰ درصد شدت‌ها با احتمال وقوع (یا دوره برگشت) خاص داخل این محدوده و ۱۰ درصد در خارج از آن قرار بگیرند. از این ۱۰ درصد بطور مساوی ۵ درصد در بالا، و ۵ درصد در پایین حدود واقع خواهند شد.

در واقع اگر داده‌های شدت مربوط به هر احتمال وقوع (P_j) در نظر گرفته شود. این داده‌ها دارای مقدار میانگین، انحراف معیار، چولگی و در نتیجه تابع توزیع خواهند بود. حد بالا و حد پایین را به ترتیب، با X_U و X_L ، نشان داده و مقدار شدت بر حسب تابع CDF (و یا فرمول Chow که تابع CDF طبق آن تعریف می‌شود) با X_T نشان داده می‌شود.

در ادامه، دو روش جهت تعیین حدود اطمینان توابع توزیع احتمالاتی شرح داده می‌شود. لازم به ذکر است که این روش‌ها برای توزیع نرمال بوده و جهت سایر توزیع‌ها نیز به طور تقریبی قابل استفاده است.

۳-۲-۶-۱ روش جدول ۹۰٪ اطمینان

در این روش مقادیر حد بالا و پایین با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$XU = x_T + Ke_{5\%} S_x \quad (49-3)$$

$$XL = x_T + Ke_{95\%} S_x \quad (50-3)$$

$Ke_{5\%}$ و $Ke_{95\%}$ ضرایب مربوط به 5% و 95% می‌باشند حد 5% بدین معنی است که تنها 5% از مقادیر، بالای آن واقع خواهند شد و حد 95% نیز بدین معنی است که 95% از مقادیر، بالای این حد قرار خواهند گرفت و بنابراین 90% از آنها بین این دو حد قرار می‌گیرند. مقادیر $Ke_{5\%}$ و $Ke_{95\%}$ برای حدود اطمینان 90% با استفاده از جدول ۳-۳ تعیین می‌شوند.

جدول ۳-۳ مقادیر Ke

Years of Record (n)	Exceedence frequency (at 5% level)						
	99. 9	99	90	50	10	1	0.1
3	1.2 2	1	0.74	0.95	2.12	3.41	4.41
10	0.9 4	0.76	0.57	0.58	1.07	1.65	2.11
15	0.8	0.65	0.48	0.46	0.79	1.19	1.52
20	0.7 1	0.58	0.42	0.39	0.64	0.97	1.23
30	0.6	0.49	0.35	0.31	0.5	0.74	0.93
40	0.5 3	0.43	0.31	0.27	0.42	0.61	0.77
50	0.4 9	0.39	0.28	0.24	0.36	0.54	0.67
70	0.4 2	0.34	0.24	0.2	0.3	0.44	0.55
100	0.3 7	0.29	0.21	0.17	0.25	0.36	0.45
	0.1	1	10	50	90	99	99.9

	Exceedence frequency (at 95% level)
--	-------------------------------------

جهت رسم خطوط حدود اطمینان بطریق زیر عمل می‌شود.

✓ ابتدا خط CDF تابع توزیع رسم می‌شود. در این قسمت پارامترهای توزیع، محاسبه شده و

مقدار X_T برای هر دوره برگشت (یا احتمال وقوع) قابل محاسبه است. (

$$(X_T = \bar{x} + K S_x$$

✓ چندین احتمال وقوع (بیش از ۴ حالت و با فاصله) نظیر ۹۹٪، ۹۰٪، ۵۰٪، ۱۰٪ و ۱٪ را

در نظر گرفته و مقادیر $Ke_{5\%}$ و $Ke_{95\%}$ مربوط به آنها از جدول ۳-۳ تعیین می‌شود. در

این جدول مقادیر Ke براساس احتمال وقوع و تعداد داده‌ها مشخص می‌شود، چنانچه

تعداد داده‌ها در جدول نباشد می‌توان درونیابی نموده و مقدار تقریبی Ke را محاسبه

نمود.

✓ با استفاده از رابطه Chow مقدار X_T برای احتمال وقوع‌های فرض شده محاسبه می‌شود.

✓ برای احتمال وقوع‌های فرض شده با استفاده از روابط (۳-۴۹) و (۳-۵۰) مقادیر حد بالا و

پایین (منحنی‌های ۵٪ و ۹۵٪) محاسبه شده و در ورقه احتمالاتی پیاده می‌گردد.

۲-۶-۲-۳ روش شورای منابع آب آمریکا

در این روش حدود اطمینان برای درصدهای مختلف قابل محاسبه است. ابتدا پارامترهای ذیل

تعریف می‌شود:

β : درصد اطمینان

α : درصد عدم اطمینان یا احتمال بیش از حد بالا بودن مقادیر، و یا کمتر از حد پایین بودن آنها

بدین ترتیب 2α احتمال خارج از حدود بودن مقادیر است بنابراین: $2\alpha + \beta = 1$ و $\alpha = \frac{1-\beta}{2}$

حدود بالا و پایین X_U و X_L مربوط به شدت X_T برای دوره بازگشت خاص T_x از روابط زیر

محاسبه می‌شود

$$XU_{T_x, a} = \bar{x} + S_x K_{T_x, a}^{XU} \quad (51-3)$$

$$XL_{T_x, a} = \bar{x} + S_x K_{T_x, a}^{XL} \quad (52-3)$$

در روابط فوق $\bar{x}$ مقدار میانگین و S_x مقدار انحراف معیار داده‌هاست. مقادیر k نیز با استفاده از روابط ۵۳-۳ و ۵۴-۳ محاسبه می‌شود.

$$K_{T_x, a}^{XU} = \frac{K_T + \sqrt{k_T^2 - ab}}{a} \quad (53-3)$$

$$K_{T_x, a}^{XL} = \frac{K_T - \sqrt{k_T^2 - ab}}{a} \quad (54-3)$$

در روابط فوق K_T فاکتور تناوب مربوط به دوره برگشت T_x است که براساس توزیع مورد نظر تعیین می‌گردد. مقادیر a و b نیز به شرح ذیل قابل محاسبه است:

$$a = 1 - \frac{Z_\alpha^2}{2(n-1)} \quad (55-3)$$

$$b = K_T^2 - \frac{Z_\alpha^2}{n}$$

دراین رابطه Z_α مقدار متغیر نرمال استاندارد در سطح احتمال وقوع α و n تعداد آمار می‌باشد.

لازم به ذکر است که در توزیع‌های لگاریتمی، محاسبه مقدار k عیناً همانند روش شرح داده شده می‌باشد با این تفاوت که بجای پارامترهای $\bar{x}$ و S_x بایستی از پارامترهای لگاریتمی $\bar{y}$ و S_y استفاده شده و بر این اساس YU و YL محاسبه گردد سپس از این مقادیر آنتی لوگ گرفته شده تا حدود اطمینان بدست آید.

۷-۲-۳ سایر روش‌های ارزیابی نکویی برازش

روش استفاده از ورقه احتمالاتی و ارزیابی چشمی برازش، اگرچه روش مناسب و نسبتاً دقیقی است

اما در مواقعی که تعداد داده‌ها و سری‌های زیاد باشد بسیار وقت گیر بوده و با توجه به گرافیکی بودن آن، قضاوت میان چندین توزیع، چنانچه برازش نزدیک به هم داشته باشند آسان نخواهد بود. بر این اساس روش‌هایی در این زمینه ارائه شده که ذیلاً سه روش Chi-Square (کای-اسکور)، Kolmogorov-Smirnov (کلموگروف-اسمیرنوف، بطور خلاصه K-S)، و Min-Square (حداقل مربعات) بطور اختصار شرح داده می‌شود.

۳-۲-۷-۱ روش Chi-Square

در این روش فراوانی نسبی مشاهدات و فراوانی نسبی، براساس تابع توزیع با هم مقایسه شده و با استفاده از توزیع χ^2 (Chi-Square) نکویی برازش مورد ارزیابی واقع می‌شود. بنابراین این روش برای داده‌های گروه‌بندی شده بکار رفته و لزوماً تعداد داده‌های بسیاری را جهت این کار می‌طلبد. در مواقعی که تعداد داده‌ها کم باشد گروه‌بندی مناسب انجام نگرفته و روش مناسب نخواهد بود.

در این روش ابتدا مقدار χ_c^2 براساس رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^m \frac{n [f_s(x_i) - f(x_i)]^2}{f(x_i)} \quad (3-56)$$

در رابطه فوق

n تعداد داده‌ها

m تعداد گروه‌ها

$f_s(x_i)$ فراوانی نسبی گروه i ام بر اساس مشاهدات است که از رابطه ۳-۵۷ بدست می‌آید

$$f_s(x_i) = \frac{n_i}{n} \quad (3-57)$$

$f(x_i)$ فراوانی نسبی گروه i ام بر اساس تابع توزیع مورد بررسی (تئوریک) است که از رابطه ۳-۵۸

بدست می‌آید

$$f(x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1}) \quad (58-3)$$

که در آن $F(x_i)$ مقدار تابع CDF در نقطه x_i است.

در ادامه، مقدار حد بالای χ_C^2 جهت برآزش مناسب از جدول توزیع χ^2 محاسبه می‌شود. مقدار مذکور با $\chi_{v,\alpha}^2$ نشان داده می‌شود که $v = m - p - 1$ ، است در رابطه اشاره شده، m تعداد گروه‌ها و p تعداد پارامترهای لازم جهت تعریف توزیع احتمالاتی می‌باشد. برای مثال در توزیع نرمال $p=2$ است چون این توزیع با دو پارامتر میانگین و واریانس تعریف می‌شود.

اگر $\chi_C^2 > \chi_{v,\alpha}^2$ شود یعنی از حد بالای خودش بیشتر است و توزیع مورد بحث برآزش مناسبی ندارد. در غیر اینصورت توزیع قابل قبول است.

۲-۷-۲-۳ روش (K-S) Kolmogorov-Smirnov

در این روش اختلاف CDF توزیع و مشاهدات به عنوان معیار در نظر گرفته شده و بر این اساس در مورد نکویی برازش قضاوت می‌شود. روش فوق‌الذکر این مزیت را نسبت به روش Chi-Square دارد که داده‌ها گروه‌بندی نبوده و می‌توان روش را در مورد داده‌های با تعداد نسبتاً کم نیز بکار برد. در ادامه خلاصه‌ای از مراحل روش K-S بیان می‌شود.

✓ پس از مرتب نمودن داده‌ها به صورت نزولی، مقدار احتمال وقوع آنها براساس رابطه $P_s(x_i) = m/n$ (رابطه کالیفرنیا در روش نقطه‌گذاری) محاسبه می‌شود. سپس احتمال عدم وقوع $F_s(x_i)$ براساس مشاهدات و با استفاده از رابطه $F_s(x_i) = 1 - P_s(x_i)$ تعیین می‌گردد.

✓ مقدار احتمال وقوع مربوط به هر شدت (x_i) و متقابل به مقدار $P_s(x_i)$ از روی تابع توزیع محاسبه می‌شود $(P(x_i))$. سپس مقدار تابع CDF، $F(x_i)$ در هر نقطه تعیین می‌گردد $(F(x_i) = 1 - P(x_i))$.

✓ مقدار قدر مطلق اختلاف $F(x_i)$ و $F_s(x_i)$ محاسبه می‌شود سپس حداکثر این مقادیر تحت عنوان D_c تعیین می‌گردد

$$D_c = \max |F(x_i) - F_s(x_i)| \quad (۵۹-۳)$$

✓ مقدار $D_{\alpha, n}$ مربوط به آزمون K-S را از جدول مربوطه برای سطح اطمینان β ($\alpha = 1 - \beta$) تعیین می‌گردد.

اگر $D_c > D_{\alpha, n}$ باشد در این صورت توزیع مورد بحث، مناسب نیست. لازم به ذکر است که n تعداد داده‌ها، β سطح اطمینان و α خطای تیپ I تست است. β معمولاً برابر با 0.90 یا 0.95 در نظر گرفته می‌شود.

۳-۲-۷-۳ روش حداقل مربعات

در این روش معیار خاصی جهت رد یا قبول برازش وجود ندارد بلکه با این روش می‌توان با مقایسه چندین توزیع آن را که دارای خطای کمتری است به عنوان توزیع مناسب‌تر انتخاب نمود. خطای استاندارد از رابطه ذیل محاسبه می‌شود

$$Se = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - X_{Ti})^2 / (n-p) \right]^{1/2} \quad (۶۰-۳)$$

در این رابطه

x_i : شدت‌های مربوط به مشاهدات

x_{Ti} : شدت متقابل براساس تابع توزیع که از رابطه Chow محاسبه می‌شود ($x_{Ti} = \bar{x} + K_{Ti} S_x$)

P : تعداد پارامترهای توزیع ($p=2$ برای توزیع نرمال و $p=3$ برای توزیع پیرسون تیپ III)

n : تعداد داده‌ها

Se : خطای استاندارد

محاسبه x_T بدین صورت است که برای هر x_i مشاهده شده، $P_s(x_i)$ محاسباتی براساس روش نقطه‌گذاری (نظیر روش weibull) به عنوان احتمال وقوع فرض می‌گردد و K_T مربوط به آن براساس نوع توزیع محاسبه می‌شود (از طریق جدول و یا روابط تجربی). آنگاه با توجه به این سطح K_T مقدار x_T محاسبه می‌گردد.

در این زمینه نرم افزار HEC-SSP قابلیت برازش آمار دبی‌های حداکثر لحظه‌ای را با استفاده از توزیع لاگ پیرسن تیپ III دارا بوده و می‌توان توسط این نرم افزار با استفاده از روش‌های مختلف نقطه گذاری به ترسیم این داده‌ها بر روی ورقه احتمالاتی پرداخت ضمن اینکه امکان انجام تست نکویی برازش نیز در این نرم افزار وجود دارد.