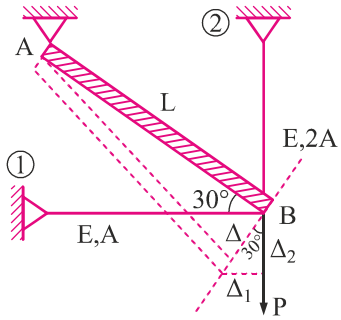
پاسخ تشریحی توسط: محمد چرختاب

۴۶. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم جابجایی نقطهٔ B در راستای عمود بر میلهٔ صلب امکان‌پذیر است.



$$\Delta_1 = \Delta \sin 30$$

$$\Delta_2 = \Delta \cos 30$$

از طرفی تغییر طول ایجاد شده در میله‌های 1 و 2 برابر خواهد بود با:

$$\Delta_1 = \frac{F_1 (L \cos 30)}{EA} \rightarrow F_1 = \frac{\Delta_1 EA}{L \cos 30}$$

$$\Delta_2 = \frac{F_2 (L \sin 30)}{2EA} \rightarrow F_2 = \frac{\Delta_2 2EA}{L \sin 30}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{\Delta_1 EA}{L \cos 30}}{\frac{\Delta_2 2EA}{L \sin 30}} = \frac{\frac{\Delta \sin 30}{\cos 30}}{\frac{2\Delta \cos 30}{\sin 30}} = \frac{1}{2} \tan^2 30 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

۴۷. گزینه ۲ درست است.

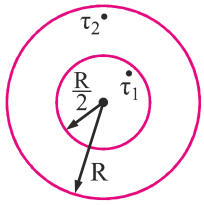
$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_{v_1} = \frac{1-2\nu}{E} (40 + 40 + 0) = \frac{1-2\nu}{E} (80)$$

$$\varepsilon_{v_2}=\frac{1-2\nu}{E}(80+0+0)=\frac{1-2\nu}{E}(8)$$
$$\varepsilon_{v_1}=\varepsilon_{v_2}$$

۴۸. گزینه ۱ درست است.

برای این منظور باید حداکثر تنش در هر کدام از مصالح 1 و 2 یکسان باشد. حداکثر تنش در هر کدام از مصالح در دورترین نقطه آن نسبت به مرکز رخ می‌دهد.



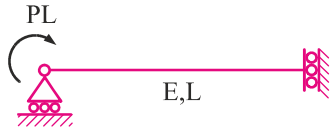
$$n_1=\frac{G_1}{G_1}=1 \qquad n_2=\frac{G_2}{G_1}$$
$$\tau_1=n_1\frac{\rho T}{J_e}=1\times\frac{\frac{R}{2}T}{J_e} \qquad \tau_2=n_2\frac{\rho T}{J_e}=\frac{G_2}{G_1}\frac{RT}{J_e}$$
$$\tau_1=\tau_2 \rightarrow \frac{\frac{R}{2}T}{J_e}=\frac{G_2}{G_1}\frac{RT}{J_e} \rightarrow G_1=2G_2$$

۴۹. گزینه ۱ درست است.

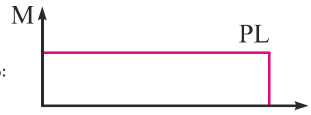
می‌دانیم تغییر طول یک تار در تیر تحت خمش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta L=y\times\int\frac{M}{EI}dx=y\times\theta_{\frac{B}{A}}$$

که y ارتفاع تار مورد نظر تا تار خنثای مقطع و M لنگر خمشی در طول تیر و $\theta_{\frac{B}{A}}$ اختلاف شیب دو انتهای تیر است.

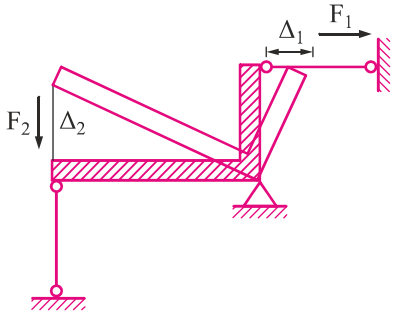


$$\Delta L=\frac{a\sqrt{2}}{2}\times\frac{PL\times L}{E\frac{1}{12}a^4}=6\sqrt{2}\frac{PL^2}{Ea^3}$$



۵۰. گزینه ۴ درست است.

سازه یک درجه نامعین می‌باشد بنابراین بایستی یک معادلهٔ تعادل استاتیکی به همراه یک معادلهٔ سازگاری هندسی استفاده شود.



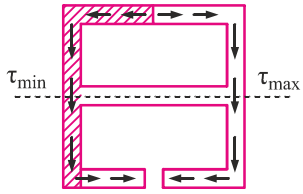
$$(I)\ F_1\times L=F_2\times 2L \quad \text{معادلهٔ تعادل استاتیکی}$$
$$(II)\ \Delta_2=2\Delta_1 \quad \text{معادله سازگاری هندسی}$$
$$(II)\rightarrow\frac{F_2L}{EA}=2\times\left(\delta_0-\frac{F_1L}{EA}\right)$$
$$\xrightarrow{(I)}\frac{F_2L}{EA}=2\delta_0-\frac{4F_2L}{EA}\rightarrow$$
$$F_2=\frac{2}{5}\frac{EA}{L}\delta_0\,,F_1=\frac{4}{5}\frac{EA}{L}\delta_0$$

۵۱. گزینه ۳ درست است.

تنش برشی روی قطعهٔ افقی میانی صفر است (چون روی تار خنثی قرار دارد)

بنابراین توزیع جریان برش دو مقطع به صورت مقابل خواهد بود و حداکثر تنش برشی در نقاط نشان داده شده رخ می‌دهد.

برای قسمت هاشور خورده خواهیم داشت:



$$\tau_{max}=\frac{VQ}{It}$$

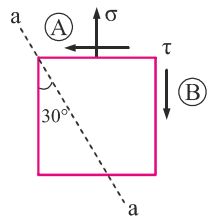
$$I=2\times\frac{t(2a)^3}{12}+(2a\times t)\times a^2\times a=\frac{16}{3}ta^3$$

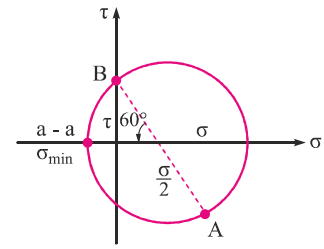
$$Q=a\times t\times a+a\times t\times\frac{a}{2}=\frac{3}{2}a^2t$$

$$\tau_{max}=\frac{V\times\frac{3}{2}a^2t}{\frac{16}{3}t^2a^3}=\frac{9}{32}\frac{V}{at}$$

۵۲. گزینه ۴ درست است.

با رسم دایرهٔ مور شماتیک برای المان موردنظر خواهیم داشت.





در المان با دوران صفحهٔ B به اندازهٔ 30 درجه پادساعتگرد به صفحهٔ a با تنش اصلی حداقل می‌رسیم بنابراین در دایرهٔ مور با دوران نقطه B به اندازهٔ 60 درجه پادساعتگرد به نقطهٔ تنش اصلی حداقل باید برسیم بنابراین

$$\frac{\tau}{\frac{\sigma}{2}}=\tan 60=\sqrt{3}\quad\rightarrow\quad\frac{\sigma}{\tau}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۵۳. گزینه ۱ درست است.

لنگر اعمال شده در مقطع به نسبت ممان اینرسی تقسیم می‌شود.

$$M_{\text{حلقه}}=\frac{I_{\text{حلقه}}}{I_{\text{کل}}}M=\frac{3R^3t}{3R^3t+\frac{1}{3}R^4}\times M=\frac{\frac{R^4}{3}}{\frac{R^4}{3}+\frac{R^4}{3}}M=\frac{1}{2}M$$

$$I_{\text{حلقه}}=\pi R^3t\simeq 3R^3t$$

$$I_{\text{لوزی}}=\frac{(\sqrt{2}R)^4}{12}=\frac{1}{3}R^4$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.

ابتدا بایستی تنش ایجاد شده در جدار AB و سپس برآیند نیروی آن را به دست آوریم.

$$\tau_{AB}=\frac{T}{2tA_m}=\frac{T}{2(1.5t)(a\times 2a)}=\frac{T}{6ta^2}$$

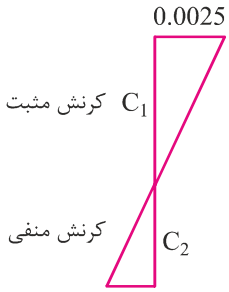
$$F_{AB}=\tau_{AB}\times(1.5t\times 2a)=\frac{T}{2a}$$

حال می دانیم فاصلهٔ بازوی نیروی F_{AB} تا وسط کوپل F_{AB} و F_{CD} برابر $\frac{a}{2}$ است. (توجه شود $F_{CD}=F_{AB}$)

$$T_{AB}=\frac{T}{2a}\times\frac{a}{2}=\frac{1}{4}T=\%25T$$

۵۵. گزینه ۲ درست است.

کرنش فشاری حداکثر در مقطع بایستی برابر $\frac{0.0025}{2}$ باشد.



$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{0.0025}{\frac{0.005}{2}}=2$$

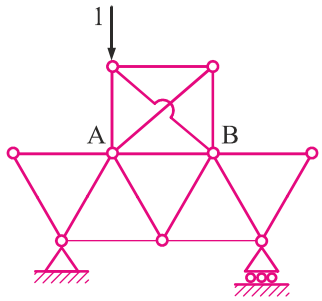
$$C_1+C_2=h \quad\rightarrow\quad 2C_2+C_2=h$$

$$\rightarrow\quad C_2=\frac{h}{3}\ ,\ C_1=\frac{2h}{3}$$

از طرفی $\varepsilon=\frac{y}{\rho}\quad\rightarrow\quad 0.0025=\frac{\frac{2h}{3}}{100}\quad\rightarrow\quad h=0.375m=37.5cm$

۵۶. گزینه ۲ درست است.

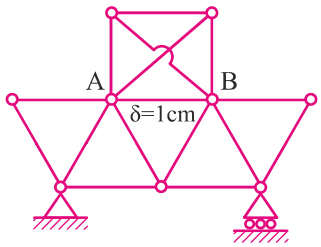
با توجه به تقارن اثر بار روی C و D بر نیروی محوری میلهٔ AB یکسان است، بنابراین می‌توان بار را روی C یا D جابجا کرد. (فقط برای بررسی عضو AB)



$$n_{AB}=\frac{1}{10+20}\times 12=0.4$$

حال با استفاده از روش کار مجازی خواهیم داشت:

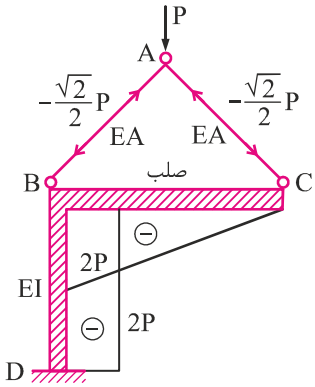
$$1\times\Delta_c = n_{AB}\times\delta_{AB} = 0.4\times 1^{cm} = 0.4^{cm}$$



۵۷. گزینه ۱ درست است.

از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم.

سازهٔ مجازی نیز دقیقاً مشابه این سازه با فرض بار $P=1$ می‌باشد.

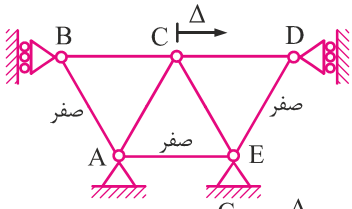


$$1\times\Delta_A = \int\frac{mM}{EI}dx + \sum\frac{nNL}{EA}$$

$$= \frac{2P\times 2\times\left(\sqrt{2}\right)}{EI} + \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}p\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(2\sqrt{2}\right)}{EA} = \frac{4\sqrt{2}\,P}{EI} + 2\sqrt{2}\frac{P}{EA}$$

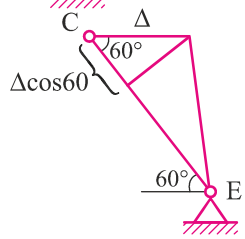
۵۸. گزینه ۴ درست است.

با بررسی تغییر شکل ذکر شده در خرپا می‌توان مشاهده کرد اعضای BC و CD دچار تغییر طول Δ و اعضای AC و CE دچار تغییر طولی به اندازه $\Delta\cos 60^\circ$ خواهند شد.



سایر اعضا تغییر طول نخواهند داشت.

لازم به ذکر است گره C به دلیل تقارن جابجایی قائم نخواهد داشت.

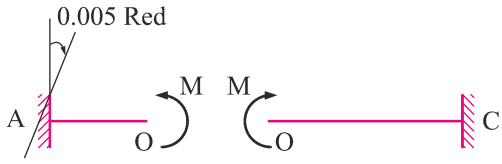


$$U = \sum\frac{1}{2}k\Delta^2 = \sum\frac{1}{2}\left(\frac{EA}{L}\right)\Delta_i^2 = \frac{1}{2}\frac{EA}{L}\Delta^2\times 2 + \frac{1}{2}\frac{EA}{L}(\Delta\cos 60)^2\times 2 = \frac{5}{4}\frac{EA}{L}\Delta^2$$

۵۹. گزینه ۳ درست است.

با استفاده از سازگاری دوران در مفصل برشی خواهیم داشت:

ساعتگرد مثبت



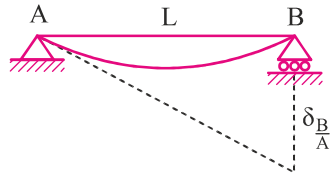
$$\theta_{O_L} = 0.005 - \frac{ML}{EI} = 0.005 - \frac{M\times 1}{1200} \qquad \theta_{O_L} = \theta_{O_R} \rightarrow 0.005 - \frac{M}{1200} = \frac{2M}{1200}$$

$$\theta_{O_R} = +\frac{ML}{EI} = \frac{M\times 2}{1200}$$

$$\rightarrow \quad M = 2\,t\,on.m \quad \rightarrow \quad M_c = M = 2ton.m$$

۶۰. گزینه ۲ درست است.

از صورت سوال مشخص است که از قضایای لنگر سطح استفاده خواهد شد.



$$\frac{\delta_{\frac{B}{A}}}{L} = \theta_A$$

$$\Rightarrow \quad \theta_A = \frac{0.02\,m}{2^m} = 0.01$$

$$\theta_{\frac{B}{A}} = \int \frac{M}{EI}dx = \text{سطح زیر نمودار لنگر تصمیم بر EI از A تا B}$$

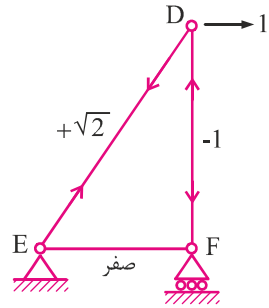
$$\theta_{\frac{B}{A}} = 0.01 + 0.01 = 0.02$$

$$\int Mdx = 0.02\times EI = 0.02\times 10^3 = 20\,t.m^2$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم برای تعیین تغییر شکل در یک خرپای نامعین می‌توانیم بار واحد را به قسمتی معین و پایدار از سازه اعمال کنیم.

نیروی اعضا در سازهٔ حقیق را با N_i نشان می‌دهیم.

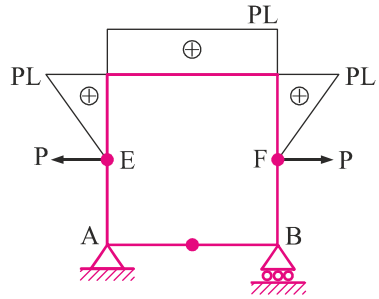


$$1\times \Delta_{H_D} = \sum \frac{n_i N_i L}{EA} = \frac{(-1)N_{DF}L}{EA} + \frac{\left(\sqrt{2}\right)N_{DE}L\sqrt{2}}{EA} = 0$$

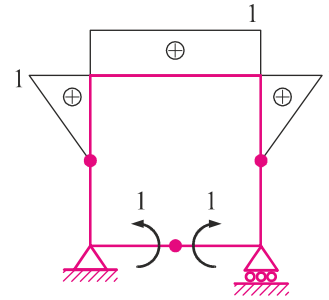
$$\rightarrow \quad \frac{N_{DF}}{N_{DE}} = 2$$

۶۲. گزینه ۴ درست است.

از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم.



سازه حقیقی



سازه مجازی

$$1\times\theta_G=\int\frac{mM}{EI}dx$$

از روش هندسی مور برای محاسبهٔ انتگرال خواهیم داشت:

$$1\times\theta_G=\frac{1\times PL\times 2L}{EI}+2\times\frac{PL\times 1\times L}{3EI}=\frac{8}{3}\frac{PL^2}{EI}$$

۶۳. گزینه ۱ درست است.

در حل این سوال به روش کار مجازی شکل کلی رابطهٔ نهایی به صورت زیر خواهد بود.

$$1\times\Delta_{V_D}=\int\frac{mM}{EI}ds+\sum\frac{nNL}{EA}=\frac{R^3}{EI}\int f(\theta)d\theta+\frac{nNL}{EA}$$

از دو برابر شدن شعاع دایره جملهٔ اول عبارت فوق 8 برابر خواهد شد و برای 8 برابر شدن مقدار Δ_{V_D} بایستی جملهٔ $\frac{nNL}{EA}$ نیز 8 برابر شود.

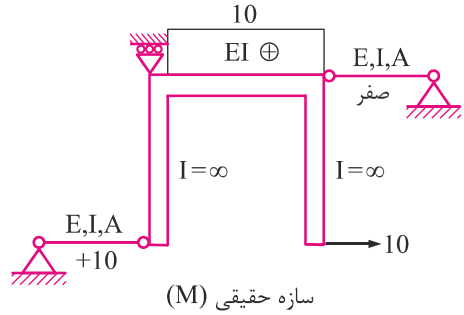
توجه شود با نصف شدن ابعاد میله سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ خواهد شد.

بنابراین لازم است طول میله دو برابر شود.

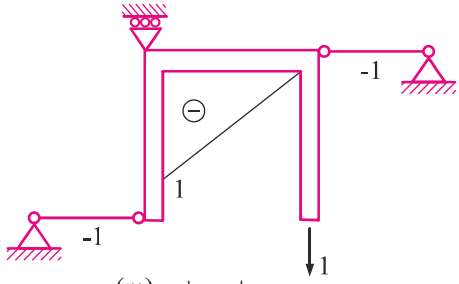
$$\frac{nNL}{EA}\searrow\frac{1}{4}$$

۶۴. گزینه ۱ درست است.

با استفاده از روش کار مجازی خواهیم داشت:



سازه حقیقی (M)



سازه مجازی (m)

$$1\times\Delta_{V_F}=\int\frac{mM}{EI}dx+\sum\frac{nNL}{EA}$$
$$=-\frac{1}{2}\times\frac{10\times1\times1}{EI}-\frac{10\times(-1)\times1}{EA}=-\frac{5}{EI}-\frac{10}{EA}$$
$$\left|\Delta_{V_F}\right|=\frac{5}{EI}+\frac{10}{EA}$$

۶۵. گزینه ۱ درست است.