

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر: شهرروز رحیمی
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۳۰: ۰۸ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه


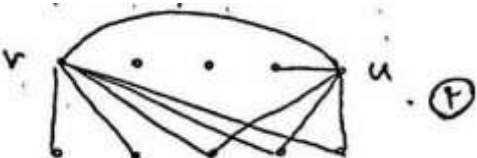
نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر	
						تاریخ و امضاء:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات					نمره	
۱	کدام یک از گزاره های زیر مثال نقض ندارد؟ مثال های نقض آنها ذکر شود: الف) اگر n عدد طبیعی و زوج باشد، آنگاه $2^n + 1$ عددی اول است. ب) اگر x و y عددهای حقیقی باشند به گونه ای که $[x] = [y]$ ، آنگاه $[x^y] = [y^x]$ ج) مجموعه هر ۴ عدد صحیح متوالی بر ۴ بخش پذیر نیست. د) اگر x و y عددهای حقیقی باشند به گونه ای که $ x - y < 1$ ، آنگاه $[x] = [y]$.					۲	
۲	برای چند عدد طبیعی n رابطه $2n^2 - 3n + 3 \mid 2n + 1$ برقرار است؟					۱	
۳	منحنی $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ از چند نقطه با مختصات صحیح عبور می کند؟					۱	
۴	فرض کنید $a, b = 2100$ باشد و $(a, b) > 1$ آنگاه کدام گزینه قطعا درست است؟ چرا؟ (۱) $(a, b) = 2$ (۲) $(a, b) = 5$ (۳) $(a, b) = 10$ (۴) $(a, b) = 3$					۱	
۵	قضیه $(a+b)^n \equiv a^n + na^{n-1}b$ را با کمک بسط خیام اثبات کنید. $(a+b)^n = \binom{n}{0} \times a^n + \binom{n}{1} \times a^{n-1}b + \binom{n}{2} \times a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3} \times a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{n} \times b^n$					۱	
۶	فرض کنید عدد $2a^47b^3c$ بر ۹۹۰ بخش پذیر باشد. رقم a برابر کدام است؟					۱/۵	
۷	بازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد بصورت های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم اول نیستند؟					۱/۵	
۸	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۳ و ۷ باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۹۹ کدام است؟					۱	
۹	۱۱مهرماه ۱۳۹۵ یکشنبه است و سال ۱۳۹۵ کبیسه می باشد، ۴ آبان ۱۳۹۸ چند شنبه است؟					۱	
۱۰	معادله همنهشتی $11x \equiv 33 \pmod{33}$ ، در مجموعه اعداد طبیعی ۳ رقمی چند جواب دارد؟					۱	
۱۱	مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی y که در معادله سیاله $8x + 11y = 9$ صدق کند کدام است؟					۱	
۱۲	باقی مانده تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد ۷ کدام است؟					۱	
۱۳	تعاریف زیر را بنویسید و برای هر کدام مثالی بزنید. برای قسمت ب دوگراف بنویسید که یکی زیر گراف دیگری باشد. الف) گراف همبند ب) زیر گراف					۲	
۱۴	درستی گزاره های زیر را با توجه به گرافی از مرتبه ۱۰ و u و v دو رأس آن باشند، به ترتیب با درجات ۵ و ۶، مشخص کنید: الف) بین u و v مسیری بطور قطع وجود دارد. ب) u و v میتوانند مجاور باشند. ج) u و v حتما متعلق به دوری از این گراف هستند. د) u و v همسایه مشترک دارند.					۲	
صفحه ی ۱ از ۲							

ردیف	سؤالات	نمره
۱	ساختار لوئیس مولکول (C_6H_{12}) که همان (سیکلو هگزان) می باشد را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) چند یال به آن اضافه کنیم که گراف کامل شود. ب) چند دور در آن وجود دارد.	۱۵
۱	به وسیله الگوریتم هاول - حکیمی نشان دهید دنباله درجه رأس های ۱, ۱, ۴, ۵, ۵, ۵, ۵ متعلق به گراف ساده <u>نمی باشد</u> .	۱۶
صفحه ی ۱ از ۱		

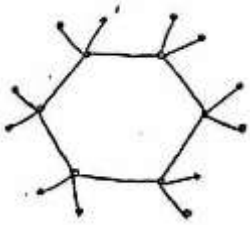
جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) $n = 9 \Rightarrow 2^6 + 1 = 65$ ب) $[x^2] \neq [y^2] \Rightarrow 1 \neq 3 \rightarrow \begin{cases} x = 1/2 \\ y = 1/9 \end{cases}$ ج) دو حالت دارد: د) $ x - y < 1 \rightarrow -1 < x - y < 1$	
۲	$\begin{cases} 2n + 1 \mid 2n^2 - 3n + 3 \\ \ominus 2n + 1 \mid 2n^2 + n \\ 2n + 1 \mid -4n + 3 \\ \ominus 2n + 1 \mid -4n - 2 \\ 2n + 1 \mid 5 \end{cases} \Rightarrow (n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 2n + 1 = -1 \rightarrow n = -1 & \times \\ 2n + 1 = 1 \rightarrow n = 0 & \times \\ 2n + 1 = -5 \rightarrow n = -3 & \times \\ 2n + 1 = 5 \rightarrow n = 2 & \checkmark \text{ ق.ق.} \end{cases}$	
۳	$y = \frac{3x-1}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 \mid 3x-1 \Rightarrow (2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2})$ فقط از مخرج: $2x+1 \mid -\frac{5}{2} \Rightarrow 2x+1 \mid -5$ جواب $\begin{cases} (-3, 2) \\ (2, 1) \\ (0, -1) \\ (-1, 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = -1 & 2x+1 = 1 & 2x+1 = 5 & 2x+1 = -5 \\ x = -1 & x = 0 & x = 2 & x = -3 \\ y = 4 & y = -1 & y = 1 & y = 2 \end{cases}$	
۴	$a \times b = 2100 = 2^2 \times 5^2 \times 3 \times 7 \quad (a, b) > 1$ حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم: $a = 2 \quad b = 2 \times 5^2 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 2$ $a = 5 \quad b = 2^2 \times 5 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 5$ $a = 2 \times 5 \quad b = 2 \times 5 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 10$	
۵	$(a+b)^n = \underbrace{\binom{n}{0} a^n}_{*} + \underbrace{\binom{n}{1} a^{n-1} b}_{*} + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots + \binom{n}{n} b^n$ در تمامی بخش‌های بسط جز ستاره‌دار، عامل b^2 وجود دارد، پس تمام آن جملات بر b^2 بخش پذیر می‌باشد. پس می‌توان گفت: $(a+b)^n \equiv a^n + na^{n-1}b$	
۶	$\overline{2a47b3c} \equiv 990 \rightarrow 990 = 9 \times 11 \times 10$ $\overline{2a47b3c} \equiv 1$ رقم یکان c باید صفر باشد تا به 10 بخش پذیر باشد. $2 + a + 4 + 7 + b + 3 + c \equiv 0 \rightarrow a + b + c \equiv 16 \equiv 2 \xrightarrow{c=0} a + b \equiv 2$ $\overline{2a47b3c} \equiv 11 \rightarrow c - 3 + b - 7 + 4 - a + 2 \equiv 0 \rightarrow c + b - a \equiv 4 \xrightarrow{c=0} b - a \equiv 4$	

$\cdot \leq a + b \leq 18 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ a + b = 11 \end{cases} \quad -9 \leq b - a \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} b - a = 4 \\ b - a = -7 \end{cases}$ $\Rightarrow b = 2, a = 9$	
$(\forall n + 3, \delta n - 2) = d \quad (d \neq 1, d \in \mathbb{N})$ $\begin{cases} d \forall n + 3 \rightarrow d 3\delta n + 15 \\ d \delta n - 2 \rightarrow d 3\delta n - 14 \end{cases} \Rightarrow d 29 \rightarrow d = 29$ $\forall n + 3 \equiv \delta n - 2 \Rightarrow 2n \equiv -5 \equiv 24 \pmod{29} \Rightarrow n \equiv 12 \pmod{29} \Rightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = 41 \\ n = 70 \\ n = 99 \end{cases}$	۷
$\begin{cases} a \equiv 3 \rightarrow a \equiv 84 \\ a \equiv 7 \rightarrow a \equiv 84 \end{cases} \Rightarrow [9, 11] = 99 \Rightarrow a \equiv 84$	۸
<p>۹۵ مهر ۱۱ → ۹۶ مهر ۱۱ → ۹۷ مهر ۱۱ → ۹۸ مهر ۱۱ → ۹۸ آبان ۱۴</p> $366 + 365 + 365 + 23 \equiv 6$ <p>شنبه → جمعه → پنج → چهار → سه → دو → یک</p> <p style="text-align: right;">جواب: شنبه</p>	۹
$11x \equiv 33 \pmod{11} \rightarrow x \equiv 3 \pmod{11} \rightarrow x = 32k + 3$ $100 \leq 32k + 3 \leq 999 \rightarrow 3/0.3 \leq k \leq 31/1 \rightarrow 4 \leq k \leq 31$ <p>تعداد: $31 - 4 + 1 = 28$</p>	۱۰
$8x + 11y = 9 \rightarrow 11y \equiv 9 \pmod{11} \rightarrow y \equiv 3 \pmod{11} \rightarrow y = 11k + 3 \rightarrow y_{max} = 8 \times 12 + 3 = 99$ <p>مجموع ارقام: $9 + 9 = 18$</p>	۱۱
$5^{12} + 6^{12} + 7^{12} + 8^{12} \equiv 1 + 1 + 0 + 1 \equiv 3 \pmod{3}$	۱۲
<p>الف) گراف G را همبند گوئیم، هر گاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. (در غیر این صورت ناهمبند است)</p> <p>ب) گراف F را زیرگراف G گویند؛ هر گاه مجموعه یال‌ها و رأس‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌ها و رأس‌های گراف G باشد.</p>	۱۳
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  ۱ </div> <p>با توجه به شکل بین v و u مسیری به طور قطع وجود دارد؛ (درستی الف)</p> <p>قضیه: اگر بین دو رأس از گراف حداقل دو مسیر مختلف موجود باشد، آن دو رأس حتماً متعلق به دوری از گراف اند.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  ۲ </div> <p>در شکل ۲، v و u مجاورند؛ اما در شکل ۱ مجاور نیستند؛ پس می‌توانند مجاور باشند. (درستی ب)</p> <p>با توجه به شکل و اطلاعات می‌دانیم در کل v و u همسایه مشترک دارند. (درستی د)</p>	۱۴

۱۵



$$k_{18} = \frac{18 \times 17}{2} = 153$$

$$q = 18$$

یال باید اضافه کرد. $153 - 18 = 135$

در کل یک دور وجود دارد.

۱۶

۵,۵,۵,۵,۴,۱,۱

۴ و ۳ و ۴ و ۴ و ۰

۴ و ۳ و ۴ و ۴ و ۰

۳ و ۳ و ۲ و ۰, ۰

به عدد منفی رسیدیم $\rightarrow 1 - 2$

دنباله درجات مربوط به گراف ساده نیست.

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : شهر روز رحیمی

جمع بارم : ۲۰ نمره