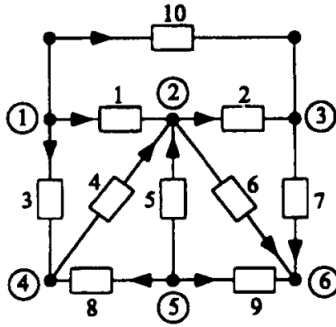


تمرینات فصل اول درس: مدارهای الکتریکی ۲ تاریخ تحویل: ۱۳۹۷/۰۸/۱۸

سوال ۱ در مدار شکل ۱ گراف جهت دار را رسم کرده، ماتریس تلاقی گره با شاخه A_a را بنویسید.

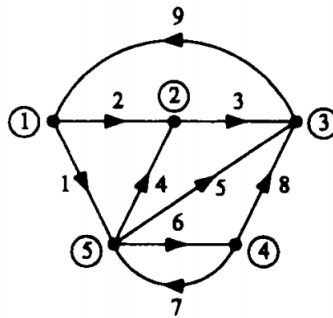


شکل ۱: شکل مربوط به سوال ۱

سوال ۲ برای گراف شکل ۲،

الف- ماتریس تلاقی گره با شاخه را بنویسید.

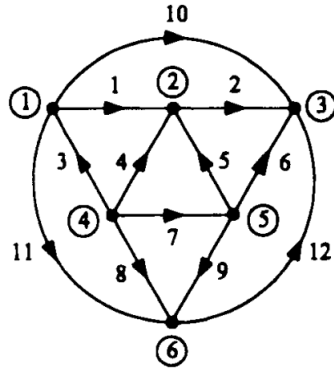
ب- گره ۵ را به عنوان گره مبنا انتخاب کنید و ماتریس تلاقی مختصر شده را بنویسید.



شکل ۲: شکل مربوط به سوال ۲

سوال ۳ در گراف نشان داده شده در شکل ۳، در صورتی که دسته شاخه‌های زیر یک حلقه هستند، برای آن‌ها معادلات KVL را بنویسید:

الف- $\{1, 3, 5, 7\}$

ب- $\{3, 7, 9, 10, 12\}$ ج- $\{2, 3, 5, 7, 10\}$ 

شکل ۳: شکل مربوط به سوال ۳

سوال ۴ ماتریس تلاقی مختصر شده گره با شاخه یک گراف به صورت زیر داده شده است:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

الف- گراف مربوط را رسم کنید.

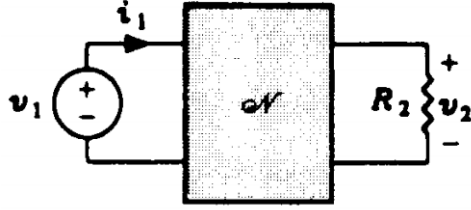
ب- از دسته شاخه‌های داده شده زیر کدام یک کاتست تشکیل می‌دهند:

$$\{1, 3, 4, 7, 5\}, \{1, 3, 4, 7\}, \{1, 4, 6, 7\}, \{4, 5, 6, 3, 8\}, \{2, 4, 5, 8\}, \{1, 3, 5, 6\}.$$

ج- معادلات KCL مربوط به کاتست‌ها را بنویسید.

سوال ۵ شبکه N داده شده در شکل ۴ از تعداد b مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان ساخته شده

است. اندازه‌گیری‌های ولتاژ و جریان برای سه مقدار مختلف R_2 انجام گرفته و نتایج در جدول ۱نشان داده شده است. کمیت‌های x ، y و z مشخص شده در جدول زیر را تعیین کنید.



شکل ۴: شکل مربوط به سوال ۵

جدول ۱: جدول برای سوال ۵

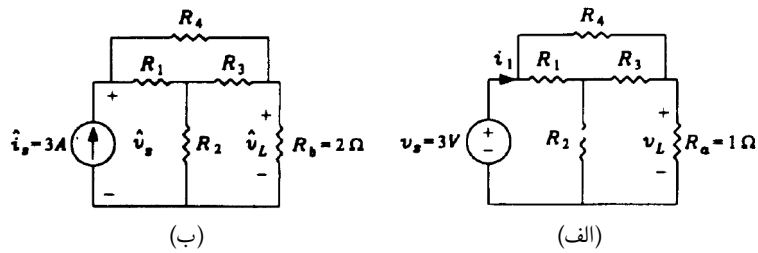
شماره آزمایش	v_1	i_1	v_2	R_2
۱	۴	۲	x	۱
۲	۷	y	۳	۳
۳	z	۴	۵	۵

موفق باشید-آدینه

سوال ۶ در مدارهای شکل ۵ و v_k و i_k ولتاژ و جریان شاخه k مدار شکل (الف) و \hat{v}_k و \hat{i}_k ولتاژ و جریان شاخه k مدار شکل (ب) هستند. اندازه‌گیری‌های زیر به دست آمده است:

$$i_1 = 2A, \quad v_L = 2V, \quad \hat{v}_s = 3V$$

با استفاده از قضیه تلگان \hat{v}_L را بدست آورید.



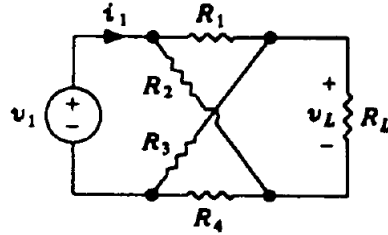
شکل ۵: مدار شکل سوال ۶

سوال ۷ در مدار نشان داده شده در شکل ۶ دو دسته اندازه‌گیری به شرح زیر انجام گرفته است:

$$R_L = 2 \Omega \text{ برای } v_1 = 8 V, i_1 = -2 A, v_L = 2 V$$

$$R_L = 4 \Omega \text{ برای } \hat{v}_1 = 12 V, \hat{i}_1 = -2/4 A$$

با فرض اینکه R_1, R_2, R_3, R_4 و R_L مقاومت‌های خطی هستند، مقدار \hat{v}_L را بدست آورید.

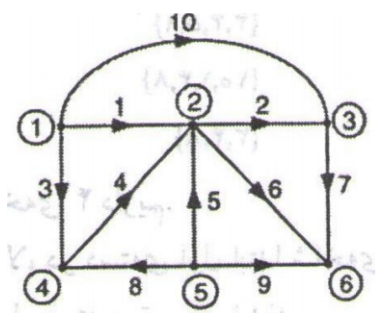


شکل ۶: شکل مربوط به سوال ۷

پاسخ سوالات

پاسخ سوال ۱:

$$A_a = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \end{matrix} \begin{matrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ & ۸ & ۹ & ۱۰ \\ \left[\begin{array}{cccccccccc} ۱ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ -۱ & ۱ & ۰ & -۱ & -۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & -۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -۱ & -۱ & ۰ & -۱ & ۰ \end{array} \right] \end{matrix}$$



شکل ۷: شکل مربوط به پاسخ سوال ۱

پاسخ سوال ۲:

الف-

$$A_a = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{matrix} \begin{matrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ & ۸ & ۹ \\ \left[\begin{array}{ccccccc} ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -۱ \\ ۰ & -۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۱ & ۰ & -۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ -۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۰ \end{array} \right] \end{matrix}$$

ب- با انتخاب گره ۵ به عنوان گره مبنا، سطر مربوط به گره ۵ را حذف می‌کنیم و ماتریس تلافی خلاصه شده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

پاسخ سوال ۳:

الف- $v_1 + v_3 - v_5 - v_7 = 0$

ب- $v_3 + v_{10} - v_{12} - v_9 - v_7 = 0$

ج- $v_3 + v_{10} - v_2 - v_5 - v_7 = 0$

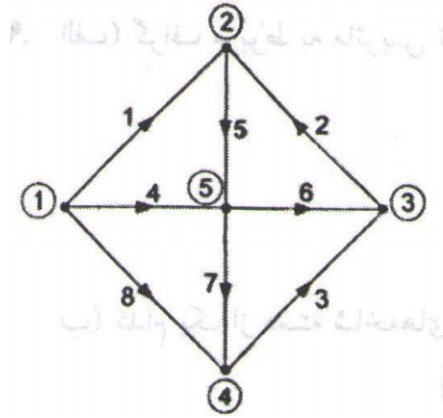
پاسخ سوال ۴: ابتدا از روی ماتریس تلافی مختصر شده، ماتریس مجاورت گراف را بدست می‌آوریم. به این ترتیب که یک سطر به آن اضافه می‌کنیم و در هر ستون، درایه سطر اضافه شده را به گونه‌ای تعیین می‌کنیم که جمع کل درایه‌های موجود در آن ستون صفر شود (هر شاخه از یک گره خارج به یک گره وارد می‌شود). سپس از روی ماتریس مجاورت، گراف مربوطه را بدست می‌آوریم:

$$A = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

الف-

ب- $\{1, 3, 4, 7\}, \{4, 5, 6, 3, 8\}, \{2, 4, 5, 8\}, \{1, 3, 5, 6\}$.

۷



شکل ۸: شکل مربوط به پاسخ سوال ۴

ج-

$$\{1, 3, 4, 7\} \Rightarrow -j_1 - j_3 - j_4 + j_7 = 0$$

$$\{4, 5, 6, 3, 8\} \Rightarrow -j_4 - j_5 + j_6 - j_8 + j_3 = 0$$

$$\{2, 4, 5, 8\} \Rightarrow j_2 - j_4 - j_5 - j_8 = 0$$

$$\{1, 3, 5, 6\} \Rightarrow j_1 - j_5 + j_6 + j_3 = 0$$

پاسخ سوال ۵:

$$v_1 \hat{i}_1 + v_2 \hat{i}_2 = \hat{v}_1 \hat{i}_1 + \hat{v}_2 \hat{i}_2 \Rightarrow v_1 \hat{i}_1 + v_2 \left(-\frac{\hat{v}_2}{R_2} \right) = \hat{v}_1 \hat{i}_1 + \hat{v}_2 \left(-\frac{v_2}{R_2} \right)$$

رابطه اخیر را برای آزمایش‌های ۱، ۲ و ۳ بکار می‌بریم. آزمایش‌های ۱ و ۲:

$$4 \times y - x \times \frac{3}{3} = 7 \times 2 - 3 \times \frac{x}{1} \Rightarrow 4y - x = 14 - 3x \Rightarrow 2y + x = 7$$

آزمایش‌های ۲ و ۳:

$$7 \times 4 - 3 \times \frac{5}{5} = z \times y - 5 \times \frac{3}{3} \Rightarrow zy = 30$$

آزمایش‌های ۱ و ۳:

$$4 \times 4 - x \times \frac{5}{5} = z \times 2 - 5 \times \frac{x}{1} \Rightarrow 16 - x = 2z - 5x \Rightarrow z - 2x = 8$$

با حل سه معادله بالا جواب بدست خواهد آمد:

$$\begin{cases} 2y + x = 7 \Rightarrow x = 7 - 2y \\ 3^{\circ} = zy \Rightarrow z = \frac{3^{\circ}}{y} \\ z - 2x = 8 \Rightarrow z - 2(7 - 2y) = 8 \Rightarrow z + 4y = 22 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{3^{\circ}}{y} + 4y = 22 \Rightarrow 3^{\circ} + 4y^2 = 22y \Rightarrow 2y^2 - 11y + 15 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{11 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2,5 \Rightarrow x_1 = 2 \Rightarrow z_1 = 12 \\ y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 1 \Rightarrow z_2 = 10 \end{cases}$$

مشاهده می شود که دو جواب برای مقادیر x ، y و z بدست می آید.

پاسخ سوال ۶:

$$v_s(-\hat{i}_s) + v_L \hat{i}_L = \hat{v}_s(-i_1) + \hat{v}_L i_L \Rightarrow$$

$$3 \times (-3) + 2 \frac{\hat{v}_L}{4} = 3 \times (-2) + \hat{v}_L i_L \Rightarrow -9 + \hat{v}_L = -6 + 2\hat{v}_L$$

$$\Rightarrow \hat{v}_L = -3$$

پاسخ سوال ۷:

$$v_1(-\hat{i}_1) + v_L \hat{i}_L = \hat{v}_1(-i_1) + \hat{v}_L i_L \Rightarrow$$

$$8 \times 2/4 + 2 \times \frac{\hat{v}_L}{4} = 12 \times 2 + \hat{v}_L \times \frac{2}{3} \Rightarrow 19/2 + \frac{1}{4} \hat{v}_L = 24 + \frac{2}{3} \hat{v}_L \Rightarrow$$

$$\frac{1}{4} \hat{v}_L = -4/8 \Rightarrow \hat{v}_L = -9/6 V$$