به نام خدا

جلسه اول

قوانین صوری گرامر

$G=(V, T, S, P)$

- V: حروف بزرگ غیر پایانه
- T: حروف کوچک پایانه
- S: شروع
- P: قوانین

مثال: $G=(\{S\}, \{a,b\}, S, P)$

$P: S \to aSb \mid \lambda$

$w=aabb$

اشتقاق: $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aa\lambda bb \Rightarrow aabb$

$S \overset{*}{\Rightarrow} aabb$

نکته: هر موقع تعداد مشخصی پایانی قرار بود تولید کنیم باید حتماً تغییر متغیر دهیم.

مثال: $L=\{a^n b^{n+1}, n \geq 0\}$

$P: S \to Ab$

$A \to aAb \mid \lambda$

$G=(\{S, A\}, \{a,b\}, S, P)$

مثال: $L = \{ n_a(w) = n_b(w) , w \in \{a, b\}^* \}$

$|w|_a = |w|_b$

abba

baab

abab

baba

$a^۲ b^۲$

$b^۲ a^۲$

$$\begin{cases} S \rightarrow aSb \mid \lambda \\ S \rightarrow bSa \mid \lambda \end{cases}$$

$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \lambda$

بنام خدا

جلسه دوم:

آتاماتای متناهی (FA)
- NFA: نا قطعی
- DFA: قطعی

$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$

$\delta^*: Q \times \Sigma^* \longrightarrow Q$

$\delta(q_0, a) = q_1$

$\delta(q_1, b) = q_2$

$\delta^*(q_0, ab) = q_2$

$\delta^*(q, \lambda) = q$

$\delta^*(q, wa) = \delta(\delta^*(q, w), a)$

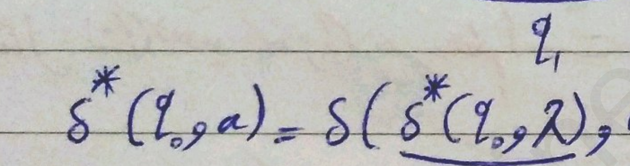
مثال: $\delta^*(q_0, ab) = \delta(\underbrace{\delta^*(q_0, a)}_{q_1}, b)$

$\delta^*(q_0, a) = \delta(\underbrace{\delta^*(q_0, \lambda)}_{q_0}, a) = \delta(q_0, a) = q_1$

$\delta^*(q_0, ab) = \delta(q_1, b) = q_2$

$L(M) = \{w \in \Sigma^*, \delta^*(q_0, w) \in F\}$

$\overline{L(M)} = \{w \in \Sigma^*, \delta^*(q_0, w) \in F\}$

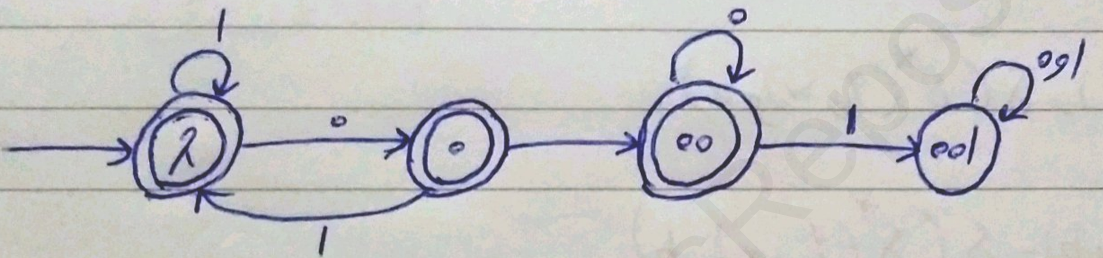


مثال: این DFA چه زبانی را می پذیرد؟

$L(M)=\{a^nb\ ,\ n\geq ۰\}$ ← زبان   عبارت منظم → a^*b

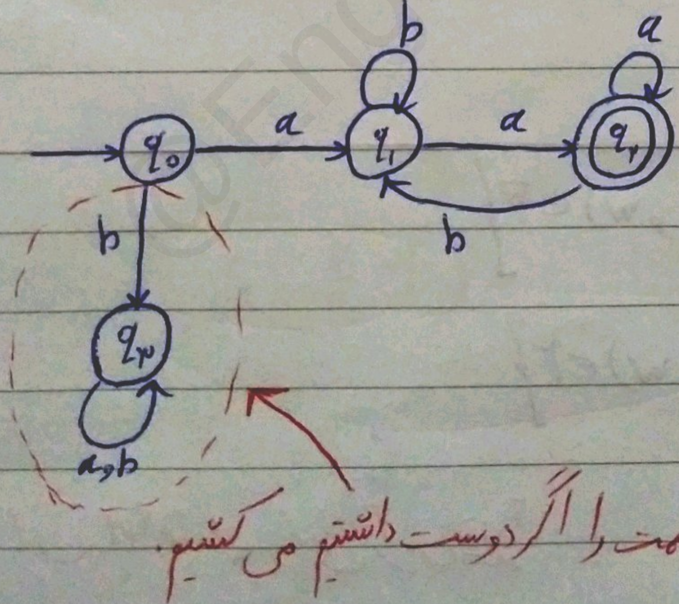
	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_2
q_2	q_2	q_2

مثال: یک DFA پیدا کنید که تمامی رشته‌های روی {۰و۱} را به جز ۰۰۱ بپذیرد.



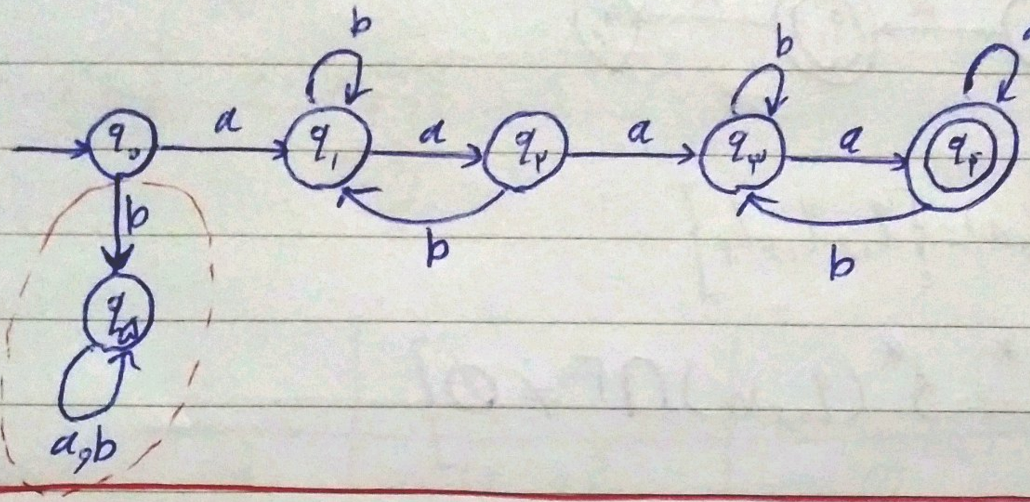
مثال: نشان دهید که زبان زیر منظم است. $L=\{awa:\ w\in\{a,b\}^*\}$

جواب: بایستی یک DFA رسم کنیم.

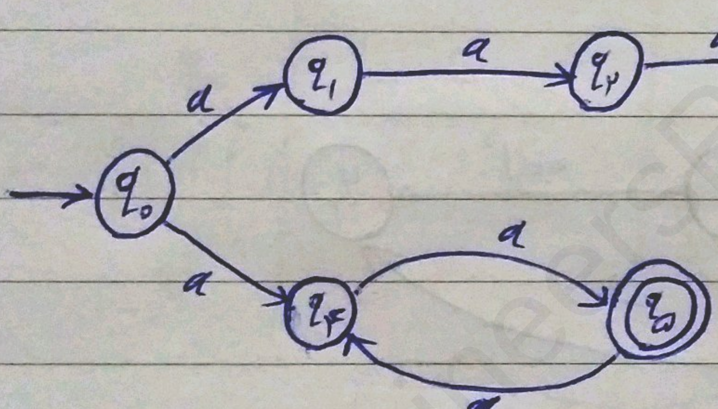


این قسمت را اگر دوست داشتیم می‌کشیم.

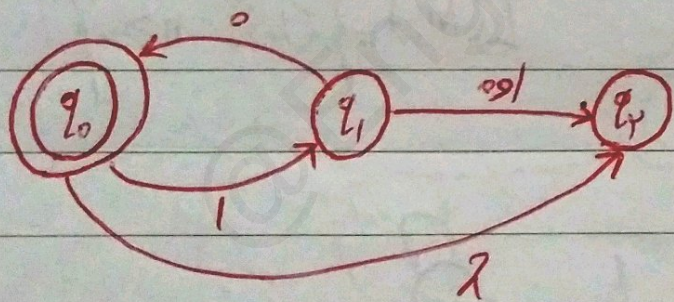
$L^{۲} = \{awaawa \,,\, w \in \{a,b\}^*\}$



$M_{NFA} = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$

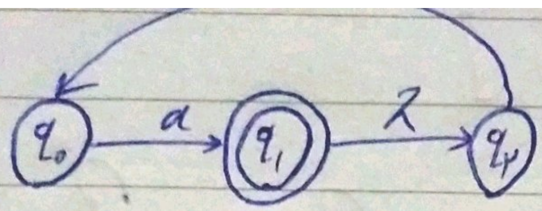


مثال: NFA زیر چه زبانی را می پذیرد؟



نکته: هرگاه state شروع پایانی بوده λ را می پذیرد.

$L(M) = \{(10)^n \,,\, n \geq 0\}$ $\qquad (10)^*$



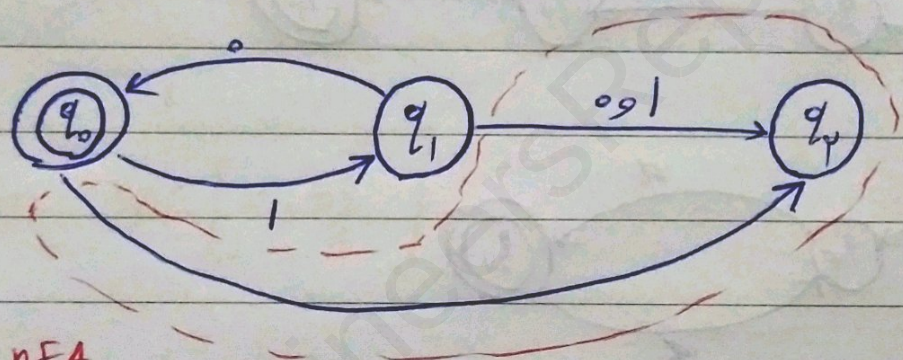
$$\delta^*(q_1, a) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : \delta^*(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$$

بنام خدا

جلسه سوم:

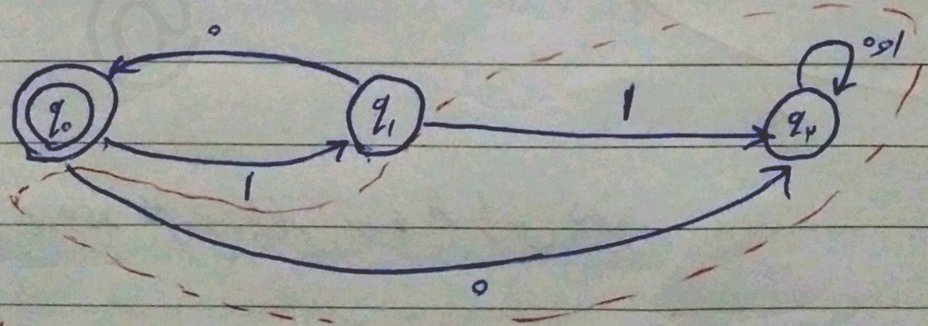
M_1:



nFA

$$L(M_1) = \{(10)^n, n \geq 0\}$$

M_2:

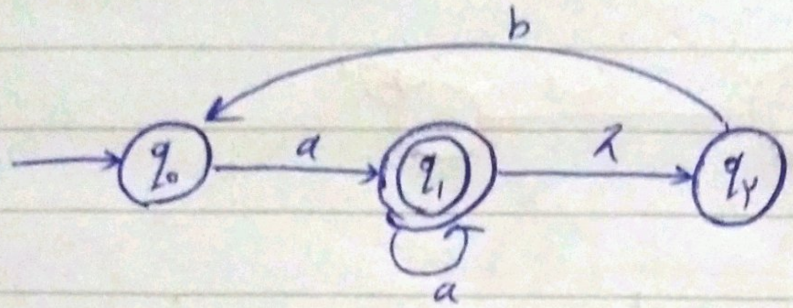


dFA

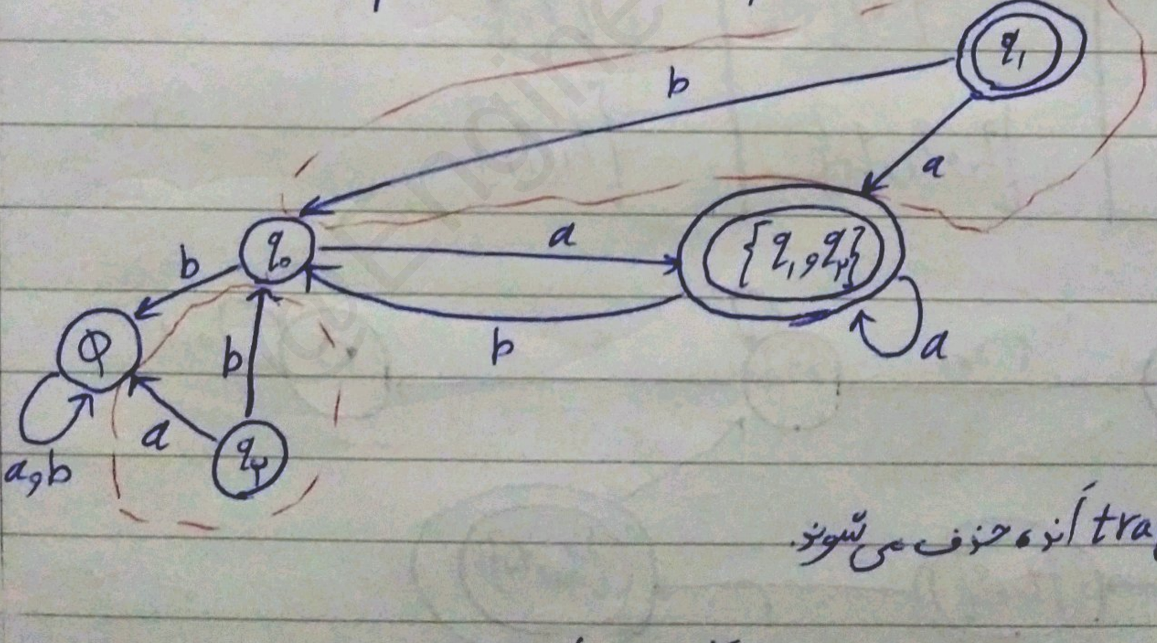
$$L(M_1) = \{(10)^n, n \geq 0\}$$

* q_2: trap می باشد به همین علت حذف می شوند.

مثال: برای nfa زیر، dfa رسم کنید.



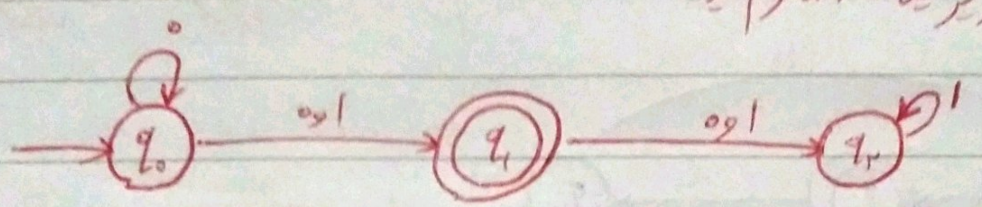
	a	b
q_0	$\{q_1, q_2\}$	$\varnothing$
q_1	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
q_2	$\varnothing$	$\{q_0\}$
سطر اجتماع‌ها ← $\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$



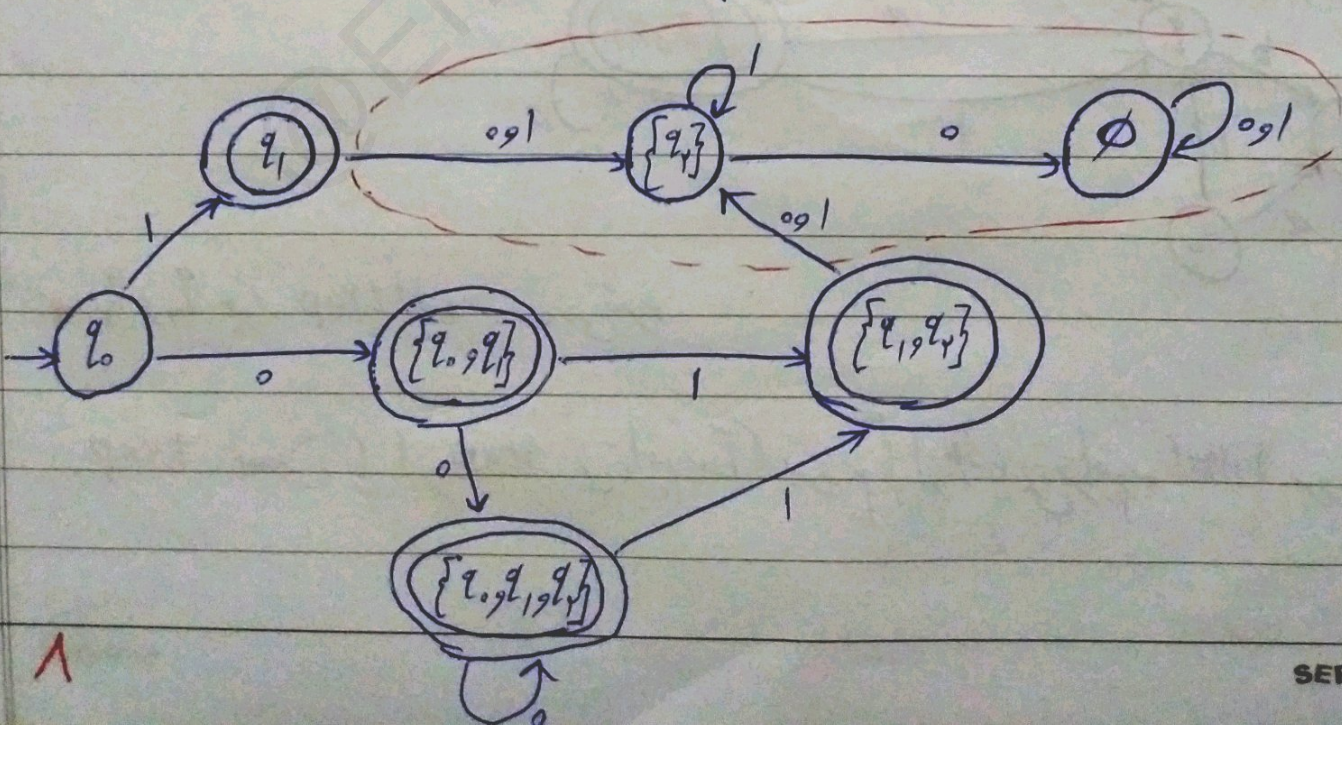
* q_2 و q_1 چون trap اند، حذف می‌شوند.

trap: یعنی یا از start نمی‌توانیم به آن برویم یا از آنجا نمی‌توانیم به final برویم.

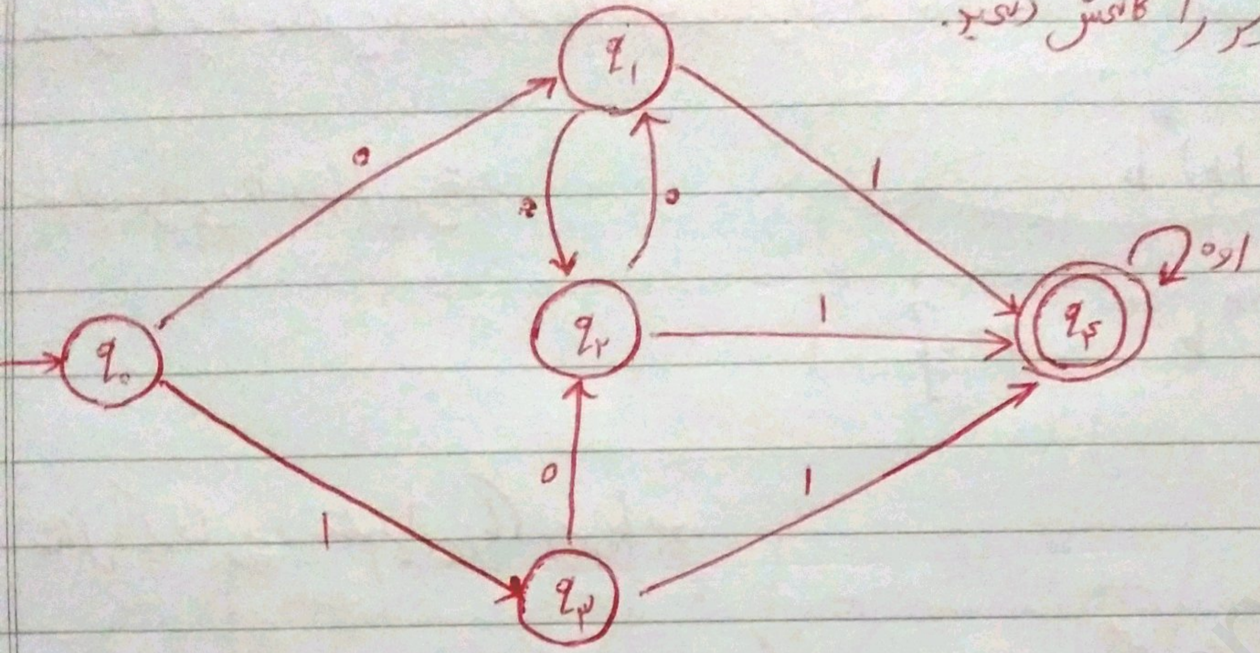
مثال: برای ~~dfa~~ nfa زیر یک dfa رسم کنید.



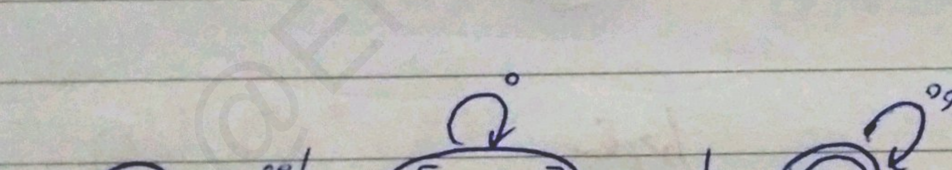
	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$



مثال: dfa زیر را کاهش دهید.



	0	1
q_0	q_1	q_3
✓ q_1	q_2	q_4
q_2	q_1	q_4
✓ q_3	q_2	q_4
q_4	q_4	q_4



فصل سوم:

مثال: عبارت منظمی بنویسید که نمایانگر مجموعه‌ای از رشته‌ها با تعداد زوج a است، که به وسیله‌ی تعداد فردی b دنبال می‌شود.

$r_1 = (aa)^* (bb)^* b$

$L(r_1) = \{ a^{2n} b^{2n+1} , n \geq 0 \}$

مثال: یک عبارت منظم برای زبان زیر بیابید.

$L(r) = \{ w \in \{0,1\}^* :$ w دارای حداقل یک زوج صفر متوالی باشد $\}$

$(0+1)^* 00 (0+1)^*$

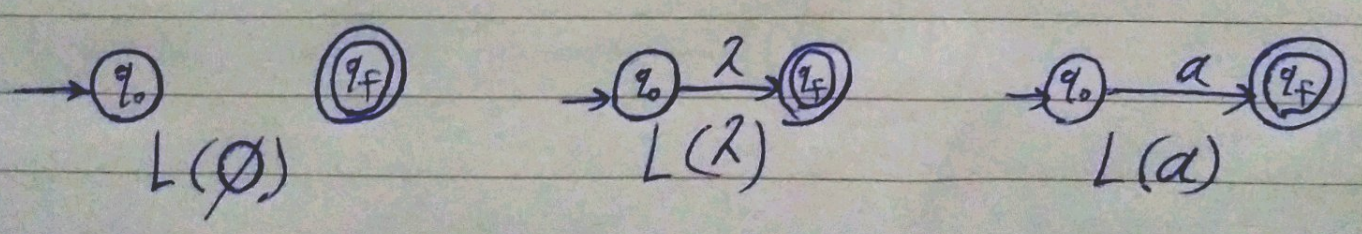
$L(r) = \{ w \in \Sigma^* :$ w دارای هیچ زوج صفر متوالی نباشد $\}$

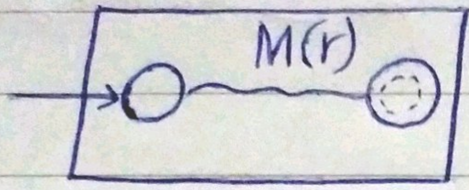
$(1^* 0 1 1^*)(0+\lambda) + 1^*(0+\lambda) \xrightarrow{\text{فاکتور گیری از } (0+\lambda)}$

$(1+01)^* (0+\lambda)$

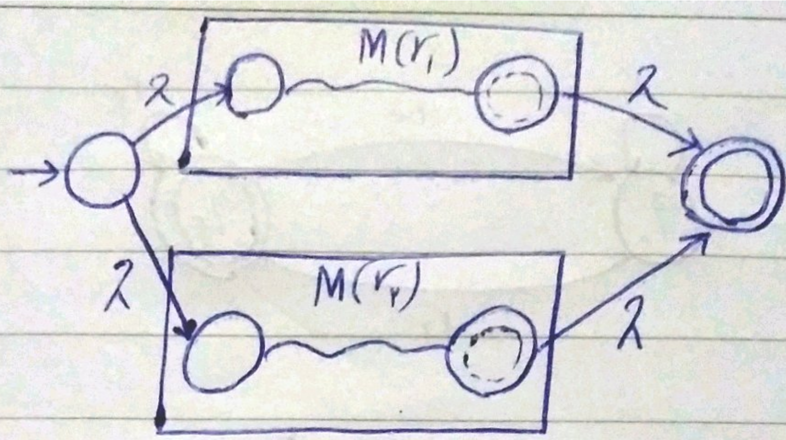
به نام خدا

جلسه چهارم:

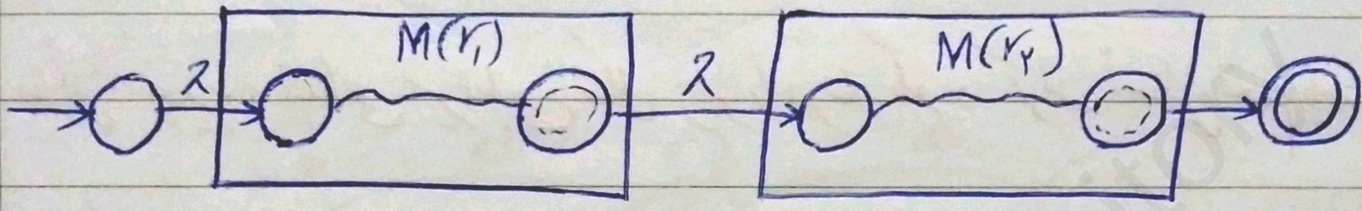




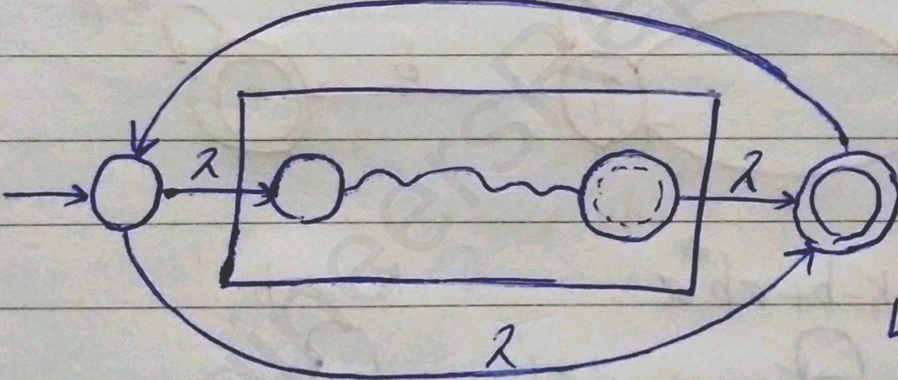
$L(r)$



$L(r_1+r_2)$



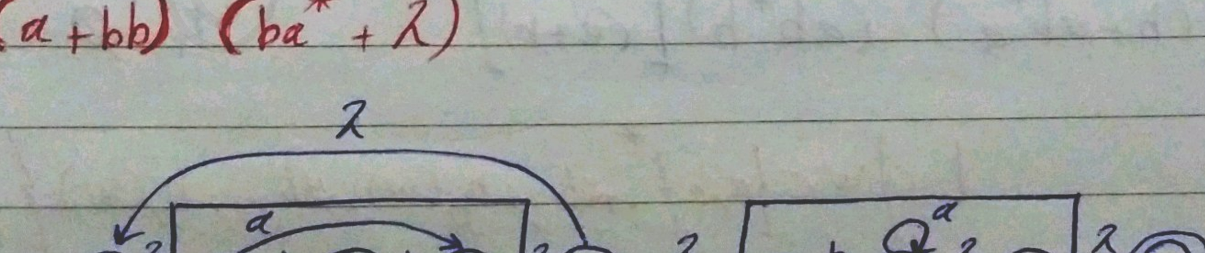
$L(r_1 r_2)$



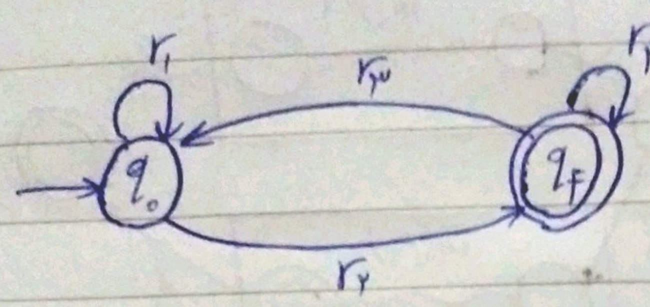
$L(r_1^*)$

مثال: یک پذیرنده‌ی متناهی غیرقطعی بیابید که زبان $L(r)$ را بپذیرد در جایی که

$$r=(a+bb)^*(ba^*+\lambda)$$

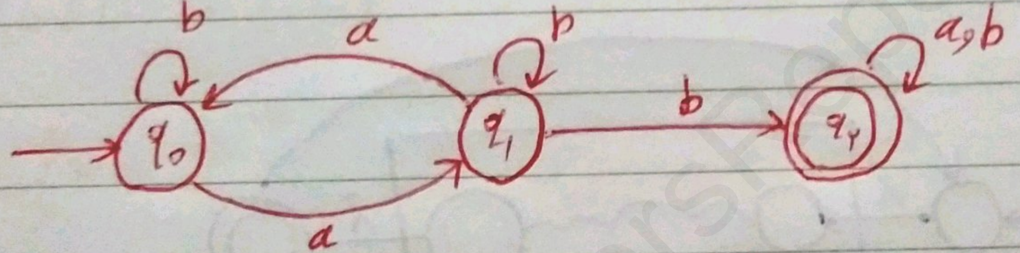


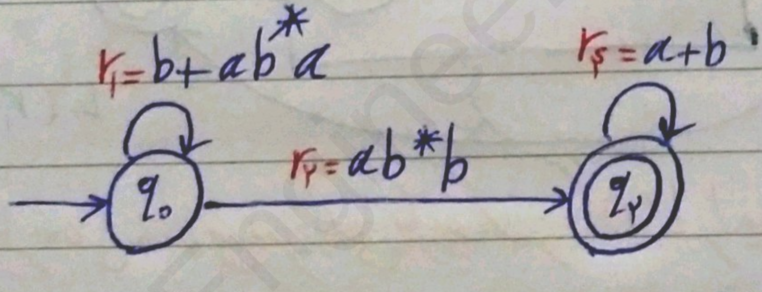
تبدیل nfa به عبارت منظم:



$r = r_1^* r_2 (r_4 + r_3 r_1^* r_2)^*$ $\xrightarrow{\text{اثبات شده}}$ همیشه ثابت (باید حفظ کنید)

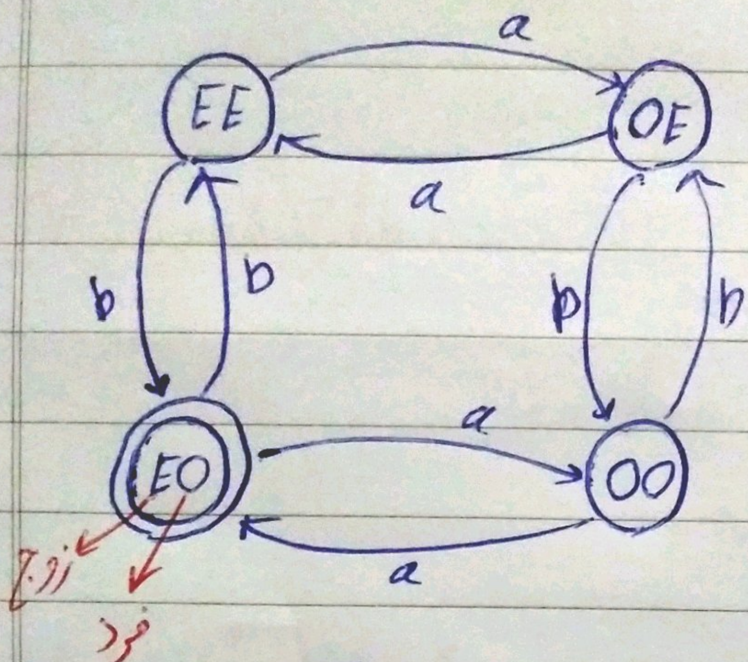
سوال: پذیرنده متناهی غیرقطعی شکل زیر را در نظر بگیرید. گراف انتقال تعمیم یافته‌ی متناظر با آن و نیز عبارت منظم تولید شده توسط این ماشین را بنویسید.

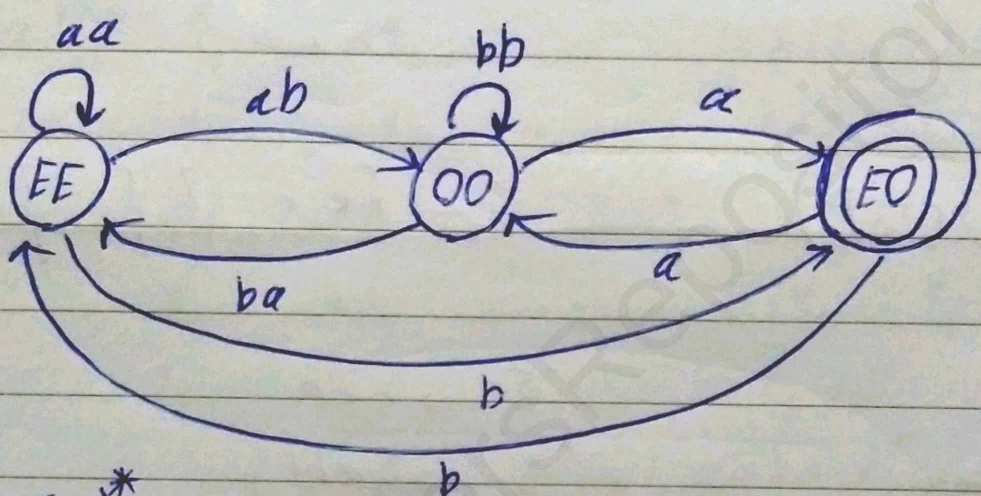


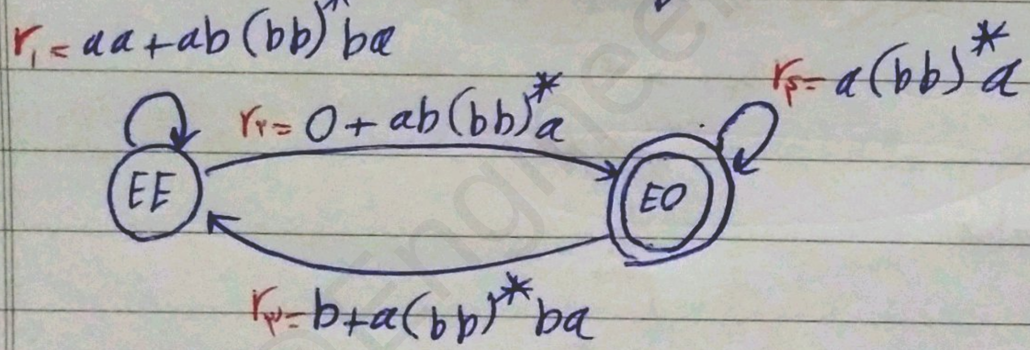


$r = (b + ab^*a)^* (ab^*b) [(a+b)]^*$ $\qquad r_3 = \varnothing$

مثال: $L = \{ w \in \{a,b\}^*$, $n_a(w)$ زوج باشد و $n_b(w)$ فرد باشد $\}$


a
EE
OE
a
b
b
b
b
a
EO
OO
a
زوج
فرد


aa
ab
bb
a
EE
OO
EO
a
ba
b
b


r1 = aa+ab(bb)*ba
r2 = 0+ab(bb)*a
r4 = a(bb)*a
EE
EO
r3 = b+a(bb)*ba

به نام خدا

جلسه پنجم

$G=(V,T,S,P)$

$A \to xB$ $\quad$ $A \to Bx$

$A \to x$ $\quad$ $A \to x$

گرامر خطی راست $\quad$ گرامر خطی چپ

} گرامر منظم

$x \in T^*$

$G_1=(\{S\},\{a,b\},S,P_1)$

$S \to abS \mid a$

خطی راست

$\Downarrow$

منظم

$S \Rightarrow ab\underline{S} \Rightarrow abab\underline{S} \Rightarrow ababa$

$r_1=(ab)^*a$

$G_2=(\{S,S_1,S_2\},\{a,b\},S,P_2)$

$S \to S_1ab$

$S_1 \to S_1ab \mid S_2$

$S_2 \to a$

خطی چپ

$\Downarrow$

منظم

$r_2=a(ab)^*ab$

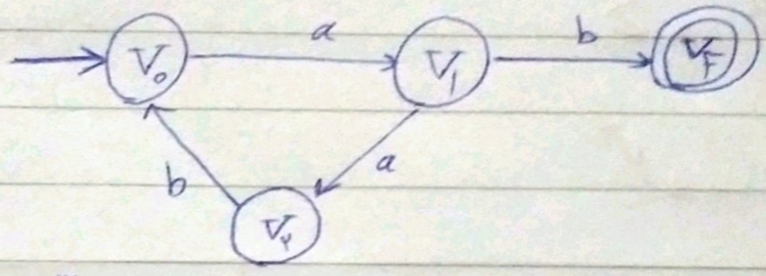
نکته ۱: سمت راست تمام گرامرهای منظم فقط یک Variable وجود دارد.

نکته ۲: تمام گرامرهای منظم خطی اند اما تمام گرامرهای خطی منظم نیستند.

مثال: یک آتاماتای متناهی بسازید که زبانی را که توسط گرامر زیر تولید می شود بپذیرد.

$V_0 \longrightarrow aV_1$

$V_1 \longrightarrow abV_0 \mid b$



$(aab)^* ab$

مثال: برای زبان منظم زیر یک گرامر خطی راست بنویسید.

$L(aab^*a)$

$q_0 \longrightarrow aq_1$		$\delta(q_0, a) = q_1$
$q_1 \longrightarrow aq_2$	$\xrightarrow{\text{با این روش}}$	$\delta(q_1, a) = q_2$
$q_2 \longrightarrow bq_2$		$\delta(q_2, b) = q_2$
$q_2 \longrightarrow aq_f$		$\delta(q_2, a) = q_f$
$q_f \longrightarrow \lambda$		$q_f \in F$

مثال: اشتقاقی بنویسید که aaba را تولید کند.

$q_0 \Rightarrow aq_1 \Rightarrow aaq_2 \Rightarrow aaq_2 \Rightarrow aabaq_f \Rightarrow aaba$

به نام خدا

فصل چهارم:

منظم: $L_1 \cap L_2 \quad L_1 \cup L_2 \quad L_1 L_2 \quad \bar{L_1} \quad L_1^* \quad L_1^R \quad L_1 - L_2$

$h(L_1)$ همریختی $\quad L_1 / L_2$

Σ و Γ الفبا

$h : \Sigma \longrightarrow \Gamma^*$

$\Sigma = \{a, b\}$ $\quad \Gamma = \{a, b, c\}$	$\Sigma = \{a, b\}$ $\quad \Gamma = \{b, c, d\}$
	$h(a) = abcc$
$h(a) = ab$	$h(b) = bdc$
$h(b) = bbc$	$r = (a + b^*)(aa)^*$
$h(aba) = abbbcab$	$h(r) = (dbcc, (bdc)^*)(abccdbcc)^*$

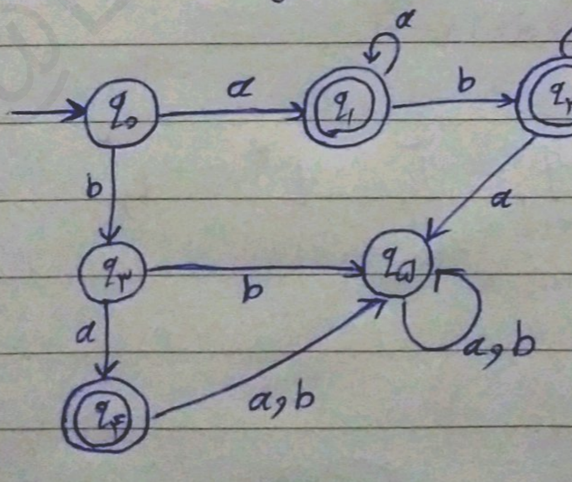
خارج قسمت:

$$L_1 / L_2 = \{x : xy \in L_1 , y \in L_2\}$$

$$L_1 = \{a^n b^m : n \geq 1 , m \geq 0\} \cup \{ba\}$$

$$L_2 = \{b^m : m \geq 1\}$$

$$L_1 / L_2 = \{a^n b^m : n \geq 1 , m \geq 0\}$$



مثال: $L_1 / L_2 = \{x : xy \in L_1 , y \in L_2\}$

$L_1 = L(a^* baa^*)$

$L_2 = L(ab^*)$

$L_1 / L_2 = a^*b + a^*b\overbrace{aa^*}^{a^+} = a^+ba^+$

نکته: کدام زبان منظم و کدام مستقل از متن است؟

پشته لازم داشته باشد (پس منظم نیست)

نیاز به شمارش مثلاً a^nb^n داشته باشد.

به نام خدا

جلسه ششم:

زبان های مستقل از متن:

$G = (V, T, S, P)$

$A \longrightarrow x$

$x \in (V \cup T)^* , A \in V$

چون وسط آمده

مثال: $G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P)$

$S \longrightarrow aSa$

$S \longrightarrow bSb$

$S \longrightarrow \lambda$

ادامه: $S \Rightarrow aSa \Rightarrow aaSaa \Rightarrow aabSbaa \Rightarrow aabbaa$

زبانی که تولید می کند ← $L(G) = \{ww^R ,\ w \in \Sigma^*\}$

$w \in \{a,b\}^*$

مثال: $S \rightarrow abB$

$A \rightarrow aaBb$

$B \rightarrow bbAa$

$A \rightarrow \lambda$

جواب: $S \Rightarrow ab\underline{B} \Rightarrow abbb\underline{A}a \Rightarrow abbbaa\underline{B}ba$

$\Rightarrow abbbaabb\underline{A}aba \Rightarrow abbbaabbaa\underline{B}baba$

$\Rightarrow abbbaabbaabbAababa \Rightarrow abbbaabbaabbababa$

$L(G) = \{ab(bbaa)^n bba(ba)^n ,\ n \geq 0\}$

مثال: زبان روبه‌رو چه نوع زبانی است؟ گرامرش را بنویسید.

$L = \{a^n b^m ,\ n \neq m\}$

$S \rightarrow AS_1 \mid S_1 B$

$S_1 \rightarrow aS_1b \mid \lambda$

$A \rightarrow \overset{Aa}{aA} \mid a$

$B \rightarrow \overset{bB}{Bb} \mid b$

مثال: چه نوع زبانی است؟ اشتقاقش را بنویسید و خود زبانش را هم بنویسید.

$S \rightarrow aSb \mid SS \mid \lambda$

$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aSSb \Rightarrow aaSbSb \Rightarrow aaSbaSbb \Rightarrow aababb$

$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow a^2b^2$

$L(G) = \{n_a(w) = n_b(w),\ n_a(v) \geq n_b(v),\ v \text{ is any prefix of } w\}$

اشتقاق چپ و راست:

مثال: برای گرامر روبرو یک اشتقاق راست ، یک اشتقاق چپ بنویسید . زبانش را هم بنویسید .

$G = (\{A, B, S\}, \{a, b\}, S, P)$

۱. $S \rightarrow AB$

۲. $A \rightarrow aaA$

۳. $A \rightarrow \lambda$

۴. $B \rightarrow Bb$

۵. $B \rightarrow \lambda$

اشتقاق چپ: $S \xRightarrow{1} \underline{A}B \xRightarrow{2} aa\underline{A}B \xRightarrow{3} aa\underline{B} \xRightarrow{4} aa\underline{B}b \xRightarrow{5} aab$

اشتقاق راست: $S \xRightarrow{1} A\underline{B} \xRightarrow{4} A\underline{B}b \xRightarrow{5} \underline{A}b \xRightarrow{2} aa\underline{A}b \xRightarrow{3} aab$

مثال: $G = (\{A, B, S\}, \{a, b\}, S, P)$

1. $S \rightarrow aAB$

2. $A \rightarrow bBb$

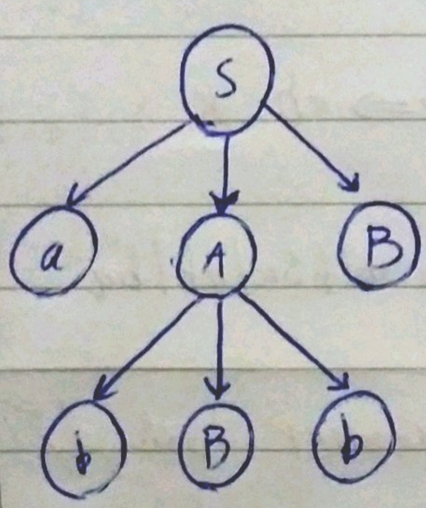
3. $B \rightarrow A \mid \lambda$

abbbb

اشتقاق چپ: $S \xrightarrow{1} a\underline{A}B \xrightarrow{2} ab\underline{B}bB \xrightarrow{3} abb\underline{B} \xrightarrow{3} abb\underline{A} \xrightarrow{2} abbb\underline{B}b \xrightarrow{3}$

اشتقاق راست: $S \xrightarrow{1} aA\underline{B} \xrightarrow{3} aA\underline{A} \xrightarrow{2} aAb\underline{B}b \xrightarrow{3} a\underline{A}bb \xrightarrow{2} abBbbb \xrightarrow{3} abbbb$

درخت اشتقاق چپ و راست:



abBbB

بنام خدا

جلسه هفتم:

پویش و عضویت:

$S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid \lambda$

$w = aabb$

1. $S \Rightarrow SS$ ✓

2. $S \Rightarrow aSb$ ✓

3. $S \Rightarrow bSa$ ✗

4. $S \Rightarrow \lambda$ ✗

① $S \Rightarrow \underline{S}S \Rightarrow SSS$ ✓

$S \Rightarrow S\underline{S} \Rightarrow aSbS$ ✓

$S \Rightarrow \underline{S}S \Rightarrow bSaS$ ×

$S \Rightarrow \underline{S}S \Rightarrow S$ ✓

② $S \Rightarrow a\underline{S}b \Rightarrow aSSb$ ✓

$S \Rightarrow a\underline{S}b \Rightarrow aaSbb$ ✓

$S \Rightarrow a\underline{S}b \Rightarrow abSab$ ×

$S \Rightarrow a\underline{S}b \Rightarrow ab$ ×

$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow \boxed{aabb}$

$S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid ab \mid ba$

گرامر ساده (S_grammer):

$A \rightarrow ax$

$A \in V$

$a \in T$

$x \in V^*$

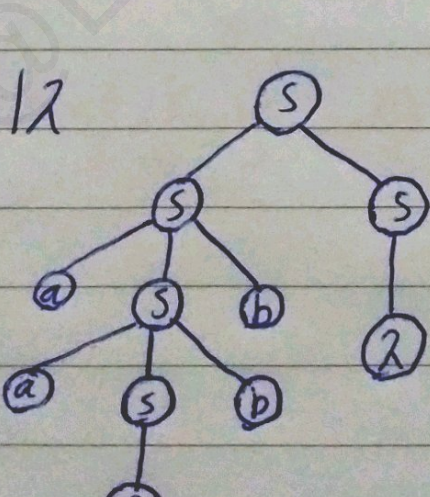
$S \rightarrow aS \mid bSS \mid c$ ✓ ⟵ گرامر ساده

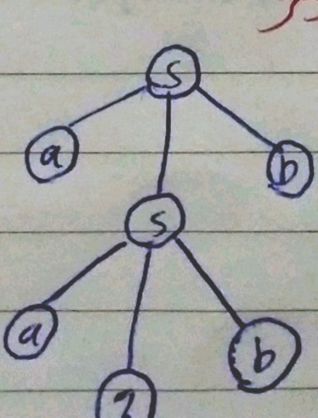
$S \rightarrow \underline{aS} \mid bSS \mid \underline{aSS} \mid C$ ×

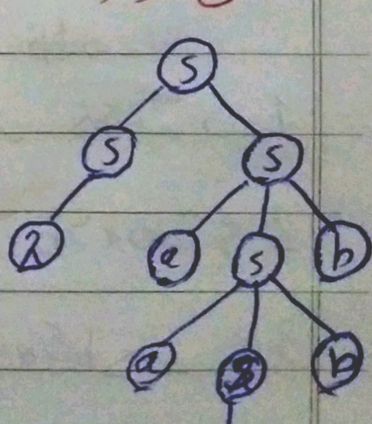
گنگی در زبانها و گرامر:

$S \rightarrow aSb \mid SS \mid \lambda$

$w = aabb$







پویش و گنگی:

$G = (V, T, E, P)$

$V = \{E, I\}$

$T = \{a, b, c, +, *, (,)\}$

$E \rightarrow I$

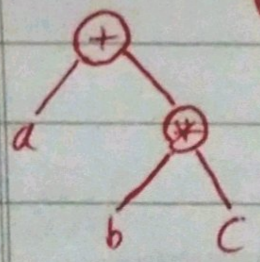
$E \rightarrow E+E$

$E \rightarrow E*E$

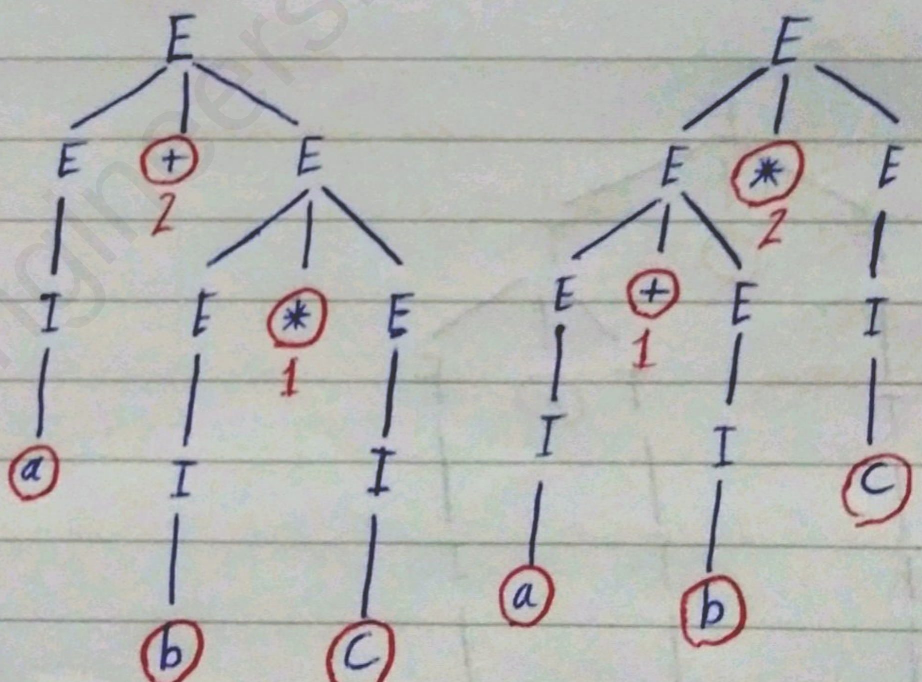
$E \rightarrow (E)$

$I \rightarrow a|b|c$

مثال: $W = a+b*c$



درخت اولویت



گنگی در زبان‌ها و گرامر:

$E \to T$

$T \to F$

$F \to I$

$E \to E+T$

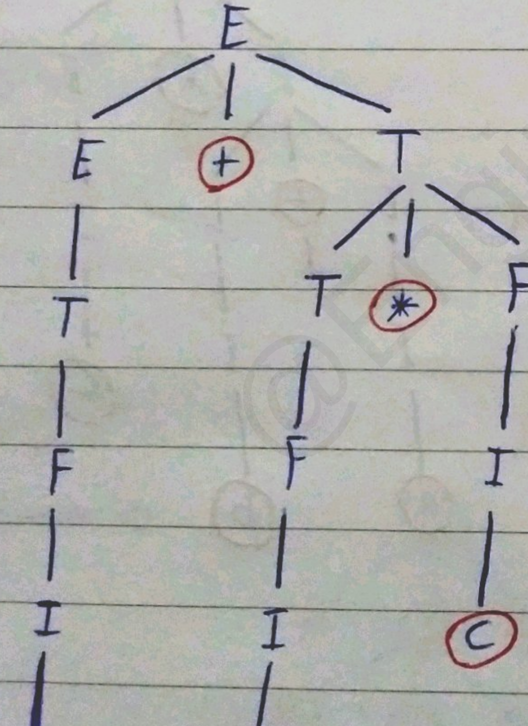
$T \to T*F$

$F \to (E)$

$I \to a|b|c$

مثال: برای گرامر روبه‌رو درخت رسم کنید.

$W = a+b*C$



$$L = \{a^n b^n c^m\} \cup \{a^n b^m c^m\}$$

$$L = L_1 \cup L_2$$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

$$S_1 \rightarrow S_1 c \mid A$$

$$A \rightarrow aAb \mid \lambda$$

$$S_2 \rightarrow aS_2 \mid B$$

$$B \rightarrow bBc \mid \lambda$$

ساده سازی گرامرهای مستقل از متن:

$$G = (V, T, S, P)$$

قانون جایگزینی:

$$\begin{cases} A \rightarrow x_1 B x_2 \\ B \rightarrow y_1 \mid y_2 \mid \dots \mid y_n \end{cases}$$

$$A \rightarrow x_1 y_1 x_2 \mid x_1 y_2 x_2 \mid \dots \mid x_1 y_n x_2$$

$G = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, A, P)$ $\quad W = aaabbc$

$A \rightarrow \overset{1}{a} \mid \overset{2}{aaA} \mid \overset{3}{abBc}$ $\quad A \overset{2}{\Rightarrow} aaA \overset{3}{\Rightarrow} aaabBc \overset{5}{\Rightarrow} aaabbc$

$B \rightarrow \overset{4}{abbA} \mid \overset{5}{b}$

$A \rightarrow \overset{1}{a} \mid \overset{2}{aaA} \mid \overset{3}{ababbAc} \mid \overset{4}{abbc}$

$A \overset{2}{\Rightarrow} aaA \overset{4}{\Rightarrow} aaabbc$

$B \rightarrow \overset{5}{abbA} \mid \overset{6}{b}$

حذف قوانین بی فایده:

$S \rightarrow A$

$A \rightarrow aA \mid \lambda$

$\cancel{B \rightarrow bA}$

دو دلیل برای اینکه

یک متغیری بی فایده باشد وجود دارد: ۱- از علامت شروع قابل دسترسی نباشد. ۲- نتواند رشته پایانی تولید کند.

مثال: کدام بی فایده است؟

$S \rightarrow aS|A|C$

$A \rightarrow a$

$\cancel{B \rightarrow aa}$ از شروع قابل دسترسی نیست

$\cancel{C \rightarrow aCb}$ ترمینال تولید نمی کند.

حذف قوانین λ:

$S \rightarrow aS_1b$

$S_1 \rightarrow aS_1b \mid \lambda$

$S \rightarrow aS_1b \mid ab$ ← هر کجا که S_1 داریم باید جایگزاری کنیم.

$S_1 \rightarrow aS_1b \mid ab$

$S \rightarrow Aa \mid B$ $\quad$ $S \rightarrow Aa \mid a \mid bc \mid bb$

$B \rightarrow A \mid bb$ $\quad$ $B \rightarrow a \mid bc \mid bb$

$A \rightarrow a \mid bc \mid B$ $\quad$ $A \rightarrow a \mid bc \mid bb$

حذف قوانین نامطلوب:
۱- حذف λ
۲- حذف یکه
۳- حذف بی فایده

SEPEHR

به نام خدا

جلسه هشتم:

فرم نرمال چامسکی: $A \rightarrow BC$

$A \rightarrow a$

$a \in T$

$A , B , C \in V$

مثال:

$S \rightarrow AS \mid \underline{AAS}$

$A \rightarrow SA \mid \underline{aa}$

✗

مثال:

$S \rightarrow AS \mid a$

$A \rightarrow SA \mid b$

✓

مثال: به فرم نرمال چامسکی تبدیل کنید.

$S \rightarrow ABa$

$A \rightarrow aab$

$B \rightarrow Ac$

$S \rightarrow ABB_a$

$A \rightarrow B_aB_aB_b$

$B \rightarrow AB_c$

$B_a \rightarrow a$

$B_b \rightarrow b$

$B_c \rightarrow c$

$S \rightarrow AD_1$

$A \rightarrow B_aD_2$

$B \rightarrow AB_c$

$D_1 \rightarrow BB_a$

$D_2 \rightarrow B_aB_b$

$B_a \rightarrow a$

$B_b \rightarrow b$

$B_c \rightarrow c$

دو فرم نرمال مهم:

فرم نرمال گریباخ:

$A \to ax$

$x \in V^*$

$S \to AB$

$A \to aA|bB|b$

$B \to b$

$S \to aAB|bBB|bB$

$B \to b$

مثال: $S \to abSb|aa$

$S \to aBSB|aA$

$B \to b$

$A \to a$

الگوریتم عضویت CYK:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$w = aabbb$

$S \to AB$

$A \to BB|a$

$B \to AB|b$

$W_{11}=a$ $\qquad W_{11}=\{A\}$

$W_{22}=a$ $\qquad V_{22}=\{A\}$

$W_{33}=b$ $\qquad V_{33}=\{B\}$

$W_{44}=b$ $\qquad V_{44}=\{B\}$

$W_{55}=b$ $\qquad V_{55}=\{B\}$

$V_{12}=\{A : A \to BC,\ B\in V_{11},\ C\in V_{22}\}=\emptyset \to W_{12}=aa$

$V_{23}=\{A : A \to BC,\ B\in V_{22},\ C\in V_{33}\}=\{S, B\} \to W_{23}=ab$

$W_{34}=bb$
$V_{34}=\{A\}$ $\quad X\to BB$

$W_{45}=bb$
$V_{45}=\{A\}$ $\quad X\to BB$

$W_{13}=aab$
$V_{13}=\{S, B\}$ $\quad X\to AAB$

$W_{24}=abb$
$V_{24}=\{A\}$ $\quad X\to ABB$

$W_{35}=bbb$
$V_{35}=\{S, B\}$

$W_{14}=aabb$
$V_{14}=\{A\}$ $\quad X\to AABB$

$W_{25}=abbb$
$V_{25}=\{S, B\}$ $\quad X\to ABBB$

$W_{15}=aabbb$
$V_{15}=\{S, B\}$ $\quad X\to AABBB$

$$T(n)=n\times \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow O(n^3)$$

$W\in L(G)$

ماشین پشته‌ای نامعین (npda) :

$$M=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, F)$$

Q: وضعیت های واحد کنترل

Σ: حروف الفبای ورودی

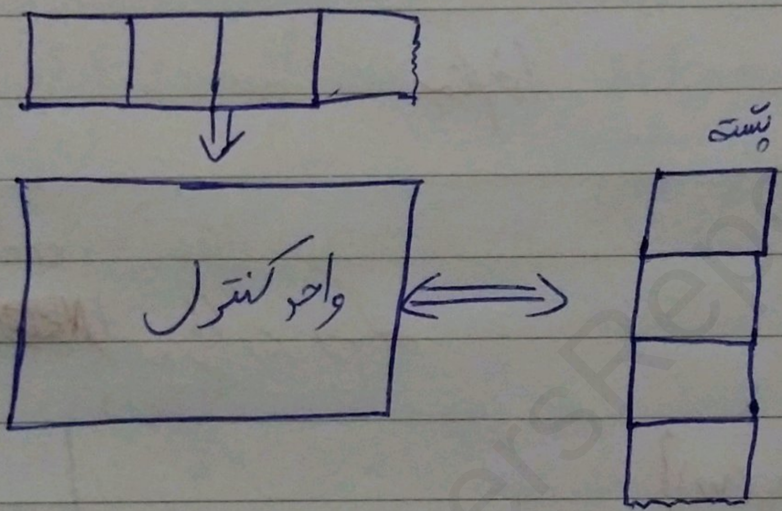
Γ: الفبای پشته

q_0: وضعیت شروع

Z: علامت شروع پشته

F: وضعیت نهایی

δ: $Q\times(\Sigma\cup\{\lambda\})\times\Gamma \rightarrow (Q\times\Gamma^*$ زیرمجموعه متناهی$)$



مثال:

$$\delta(q_1, a, b)=\{(q_2, cd), (q_3, \lambda)\}$$

$Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ $\Sigma=\{a, b\}$ $\Gamma=\{0, 1\}$

$z=0$ $F=\{q_3\}$

$\delta(q_0, a, 0)=\{(q_1, 10), (q_3, \lambda)\}$

$\delta(q_0, \lambda, 0)=\{(q_3, \lambda)\}$

$\checkmark\ \delta(q_1, a, 1)=\{(q_1, 11)\}$

$\delta(q_1, b, 1)=\{(q_2, \lambda)\}$

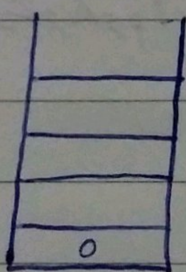
$\checkmark\ \delta(q_2, b, 1)=\{(q_2, \lambda)\}$

$\delta(q_2, \lambda, 0)=\{(q_3, \lambda)\}$

$L(G)=\{a^n b^n, n\geq 0\}\cup\{a\}$

$W=aaabbb$

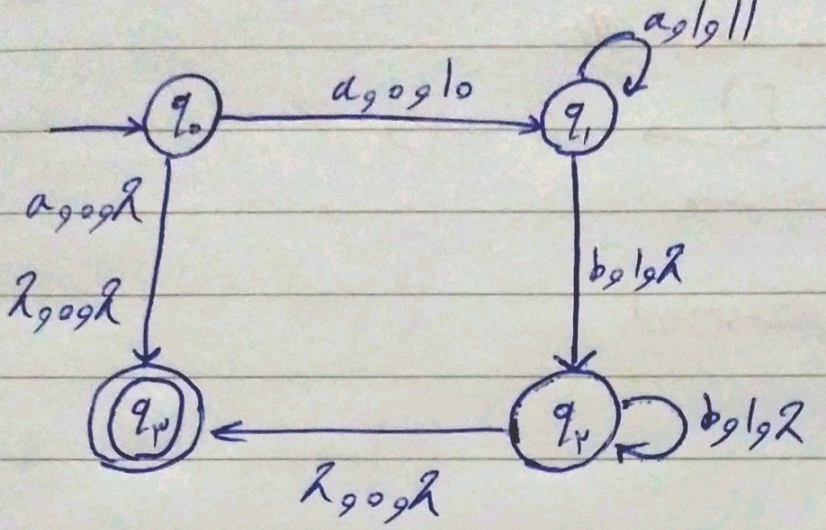
$q_0\ q_1\ q_1\ q_1\ q_2\ q_2\ q_2\ q_3$



$abaab$

$q_0\ q_1\ q_2$ ×

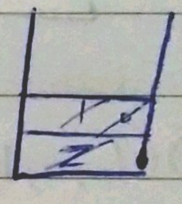
گراف تغییر وضعیت مثال قبل:



بنام خدا

جلسه نهم:

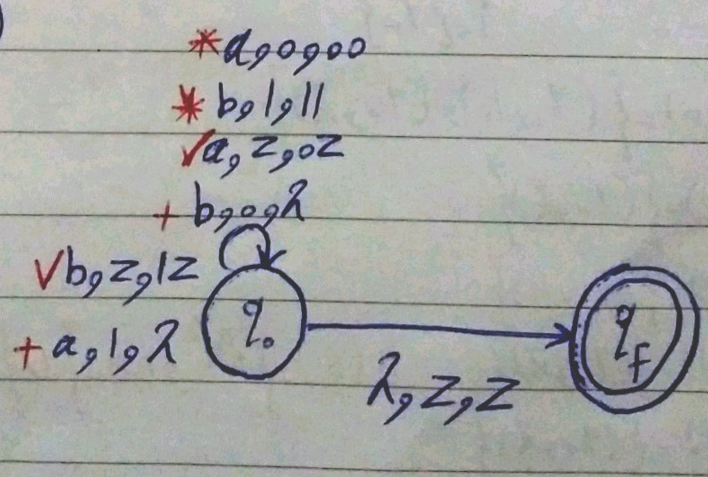
مثال: یک npda برای زبان زیر رسم کنید



$L=\{w\in\{a,b\}^* : n_a(w)=n_b(w)\}$

$(q_0, baab, z) \vdash (q_0, aab, 1z) \vdash (q_0, ab, z) \vdash (q_0, b, 0z) \vdash$

$(q_0, \lambda, z) \vdash (q_f, \lambda, z)$



سوال امتحانی:

مثال: برای زبان روبرو یک npda رسم کنید

مثال: $L = \{ww^R \quad w \in \{a, b\}^+\}$

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$ $\qquad Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{a, b\}$ $\qquad \Gamma = \{a, b, z\}$ $\qquad F = \{q_2\}$

$\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$

$\delta(q_0, b, a) = \{(q_0, ba)\}$

$\delta(q_0, a, b) = \{(q_0, ab)\}$

$\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, bb)\}$

$\delta(q_0, a, z) = \{(q_0, az)\}$

$\delta(q_0, b, z) = \{(q_0, bz)\}$

وسط رشته

$\delta(q_0, \lambda, a) = \{(q_1, a)\}$

$\delta(q_0, \lambda, b) = \{(q_1, b)\}$

تطبیق w^R

$\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, \lambda, z) = \{(q_2, z)\}$

$(q_0, abbba, z) \vdash (q_0, bba, az) \vdash (q_0, \lambda ba, baz)$

$\vdash (q_1, ba, baz) \vdash (q_1, a, az) \vdash (q_1, \lambda, z) \vdash (q_2, \lambda, z)$

SEPEHR

* $S \rightarrow aSbb \mid a$

$\Downarrow$ فرم نرمال گریباخ

$S \rightarrow aSA \mid a$

$A \rightarrow bB$

$B \rightarrow b$

$\delta(q_0, \lambda, z) = (q_1, Sz)$

$\delta(q_1, a, Sz) = \{(q_1, SA), (q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, b, Az) = \{(q_1, B)\}$

$\delta(q_1, b, Bz) = \{(q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, \lambda, z) = \{(q_f, \lambda)\}$

---

* $S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aABC \mid bB \mid a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow c$

$\delta(q_0, \lambda, z) = \{(q_1, Sz)\}$

$\delta(q_1, \lambda, z) = \{(q_f, \lambda)\}$

$\delta(q_1, a, S) = \{(q_1, A)\}$

$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, ABC), (q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, b, A) = \{(q_1, B)\}$

$\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, \lambda)\}$

$\delta(q_1, c, C) = \{(q_1, \lambda)\}$

$(q_0, \lambda aaabc, z) \vdash (q_1, aaabc, Sz) \vdash (q_1, aabc, Az)$

$\vdash (q_1, abc, ABCz) \vdash (q_1, bc, BCz) \vdash (q_1, c, Cz) \vdash (q_1, \lambda, z)$

$\vdash (q_f, \lambda, z)$

$S \Rightarrow a\underline{A} \Rightarrow aa\underline{A}BC \Rightarrow aaa\underline{B}C \Rightarrow aaab\underline{C} \Rightarrow aaabc$

$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, 0, \{q_0\})$

$\delta(q_0, a, 0) = \{(q_1, 10)\}$

$\delta(q_1, a, 1) = \{(q_1, 11)\}$

$\delta(q_1, b, 1) = \{(q_2, \lambda)\}$

$\delta(q_2, b, 1) = \{(q_2, \lambda)\}$

$\delta(q_2, \lambda, 0) = \{(q_0, \lambda)\}$

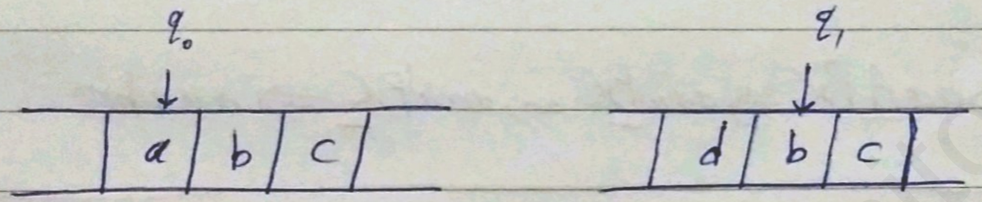
به نام خدا

جلسه نهم:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, \quad, \square, F)$$

کاراکتر خالی $\square$

دامنه: $\delta : Q \times \Sigma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$



$$\delta(q_0, a) = (q_1, d, R)$$

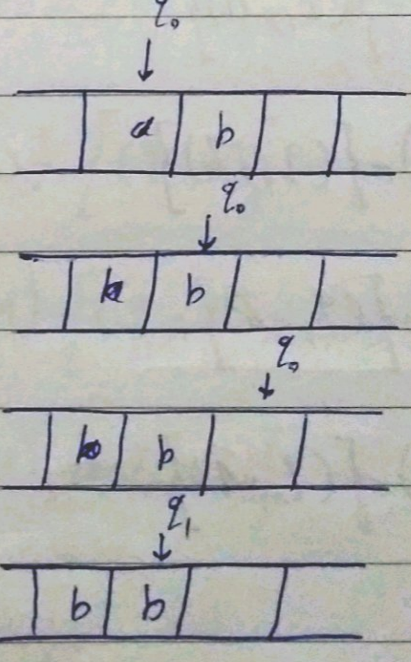
مثال: $Q = \{q_0, q_1\}$ $\quad \Sigma = \{a, b\}$

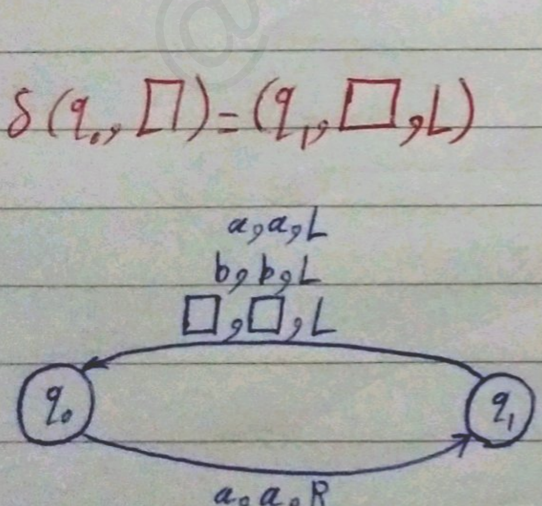
$\Gamma = \{a, b, \square\}$ $\quad F = \{q_1\}$

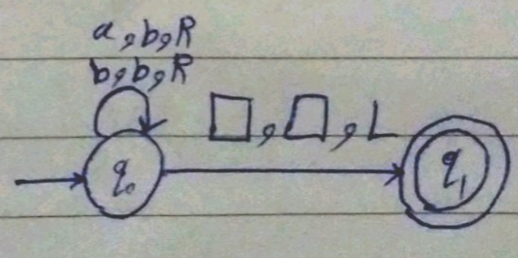
$\delta(q_0, a) = (q_0, b, R)$

$\delta(q_0, b) = (q_0, b, R)$

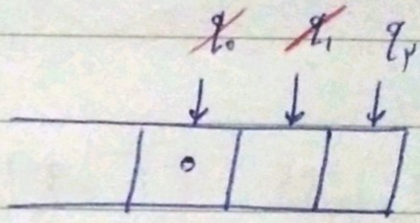
$\delta(q_0, \square) = (q_1, \square, L)$







$$\begin{cases} \delta(q_0, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_0, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_1, \square) = (q_2, \square, R) \end{cases}$$



مثال: $L = \{a^n b^n : n \geq 1\}$

$$n \geq 1 \begin{cases} \delta(q_0, a) = (q_1, x, R) \\ \delta(q_1, a) = (q_1, a, R) \end{cases}$$

$$\delta(q_1, y) = (q_1, y, R)$$

$$\delta(q_1, b) = (q_2, y, L)$$

$$\delta(q_2, y) = (q_2, y, L)$$

$$\delta(q_2, a) = (q_2, a, L)$$

$$\delta(q_2, x) = (q_0, x, R)$$

$$\begin{cases} \delta(q_0, y) = (q_3, y, R) \\ \delta(q_3, y) = (q_3, y, R) \\ \delta(q_3, \square) = (q_4, \square, R) \end{cases}$$

$q_0aabb \vdash xq_1abb \vdash xaq_1bb \vdash$

$xq_2ayb \vdash q_2xayb \vdash xq_0ayb \vdash xxq_1yb$

$\vdash xxyq_1b \vdash xxq_2yy \vdash xq_2xyy \vdash xxq_0yy$

$\vdash xxyq_3y \vdash xxyyq_3\square \vdash xxyy\square q_4$

مثال: $x+y$

$\delta(q_0,1)=(q_0,1,R)$ $\quad q_0 111011 \vdash 1q_0 11011 \vdash 11q_0 1011 \vdash$

$\delta(q_0,0)=(q_1,1,R)$ $\quad 111q_0 011 \vdash 1111q_1 11 \vdash 11111q_1 1 \vdash$

$\delta(q_1,1)=(q_1,1,R)$ $\quad 111111q_1 \square \vdash 11111q_2 1\square \vdash$

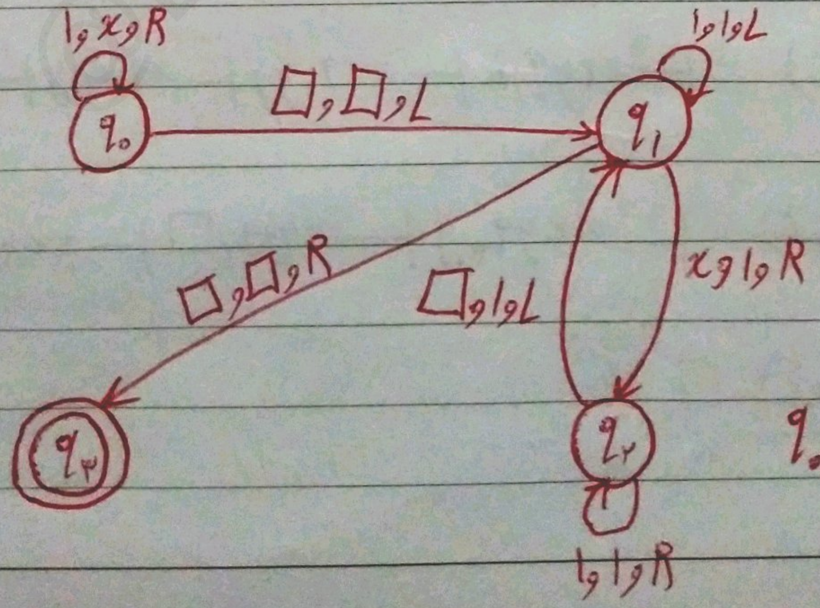
$\delta(q_1,\square)=(q_2,\square,L)$ $\quad 1111q_3 10 \vdash 111q_3 110 \vdash 11q_3 1110$

$\delta(q_2,1)=(q_3,0,L)$ $\quad \vdash 1q_3 11110 \vdash q_3 111110 \vdash$

$\delta(q_3,1)=(q_3,1,L)$ $\quad \vdash q_3 \square 111110 \vdash \square q_4 111110$

$\delta(q_3,\square)=(q_4,\square,R)$

مثال: ماشین تورینگی طراحی کنید که بتواند ورودی را کپی کند



$q_0 w \vdash^* q_F ww$

$q_0 11 \vdash x q_0 1 \vdash x x q_0 \square \vdash x q_1 x \vdash x 1 q_2 \square \vdash x q_1 11$

$\vdash q_1 x 11 \vdash 1 q_2 11 \vdash 11 q_2 1 \vdash 111 q_2 \square \vdash 11 q_1 11 \vdash$

$1 q_1 111 \vdash q_1 1111 \vdash q_1 \square 1111 \vdash q_3 1111$