

به نام خدا

به سیم و زر جوانمردی توان کرد
خوش آن کس کاو جوانمردی به جان کرد
جامی

پاسخ آزمون تئوری اول

پاسخ : حسین وحیدی

سوال اول : سکه تقلبی (10 نمره) (الفبا المبیاد کامپیوتر و ریاضی)

از استقرای قوی بر روی n بهره میگیریم. در گام سکه ها را به 3 دسته مساوی تقسیم میکنیم (اگر امکان نداشت به دو دسته مساوی و یک دسته با یک سکه بیشتر یا کمتر) سپس دو دسته برابر را بروی وزنه میگذاریم اگر مساوی بود جواب در دسته سوم است در غیر اینصورت جواب در دسته با وزن کمتر است.

سوال دوم : دنباله کاراکتری معروف (15 نمره) (حسین وحیدی)

از استقرا بهره میگیریم و از n به $n+3$ میرویم.

اگر برای دنباله 3 کاراکتری AAB را در نظر بگیریم " AAB " تکرار میشود

نکته : این دنباله شبیه دنباله اعداد فیبوناچی است که باقی مانده بر 2شان را در نظر گرفته باشیم که نتیجه میدهد در دنباله فیبوناچی اعداد با اندیس های $3k$ زوج اند

سوال سوم : شطرنج (20 نمره) (تورنمنت شهرها)

اگر اینچنین نباشد یعنی هیچ زمان فاصله این دو ساعت از 1:50 بیشتر نشده است. یعنی هر حرکت حداکثر $1:50 \times 2$ طول کشیده است

$$8800 = s110 * 2 * 40$$

در صورتی که مدت بازی 2:30 ساعت یعنی 9000 ثانیه بوده است

تناقض.

سوال چهارم : صفحه 32 رنگ (25 نمره) (تورنمنت شهرها)

32 خانه با رنگ های مختلف به دلخواه انتخاب میکنیم. اگر سطری (یا ستونی) خالی باشد 8 رنگ متفاوت دارد چرا که ما از هر رنگ یکی انتخاب کردیم و این سطر (یا ستون) خالی مانده است.

حال طبق اصل لانه کبوتری یکی از 7 سطر (یا ستون) دیگر وجود دارد که 2 رنگ از این 8 رنگ موحود در این سطر (یا ستون) را دارا باشد. یکی از آن دو را حذف و جفت آن در این سطر (یا ستون) را انتخاب میکنیم.
با تکرار این عمل به انتخاب صحیح میرسیم.

سوال پنجم : نوازندگان (30 نمره) (تورنمنت شهرها)

یک گراف جهت دار در نظر بگیرید که هر یال جهت دار از u به v نشان میدهد u اجرای v را دیده است. در طی مراحل به مرور به این گراف یال اضافه میشود تا جایی که کامل شود.

گراف برای کامل شدن به 30 یال نیاز دارد.

در هر مرحله ما کسیم تعداد یال هایی که اضافه میشود 9 عدد است (مثلا 3 نفر اجرا کنند و باقی ببینند)

پس حداقل به 4 مرحله نیاز است

با 4 مرحله هم خودتان مثال بزنید ☺

موفق بودی؟ ☺