

۱ تمرین سری دوم

۱. در یک جدول 4×4 ، در هر خانه یا یک مهره قرار داده شده است یا یک عدد طبیعی که این عدد نشان دهنده ی تعداد خانه های مهره دار مجاور این خانه است (منظور از خانه های مجاور، خانه هایی هستند که یا در یک ضلع یا در یک راس با خانه ی مورد نظر اشتراک داشته باشند) ما نمی دانیم در کدام خانه ها مهره و در کدام خانه ها عددی طبیعی نوشته شده است. فقط مجموع اعداد واقع در سطرها به ترتیب برابر است با $5, 6, 3, 2n+3$ و مجموع اعداد در هر ستون به ترتیب برابر است با $6, 5, 7, 2+n$. همه ی اعداد موجود در خانه ها را پاک می کنیم و به جای هر کدام یک مهره قرار می دهیم و خانه هایی را که قبلا در آن مهره بود را خالی می کنیم و به جای آن عددی قرار دهیم که آن عدد نشان دهنده ی تعداد مهره های خانه های مجاور است. حال مجموع همه ی اعداد جدول جدید چند خواهد بود؟

۲. n دایره با شعاع ۱ در صفحه طوری قرار گرفته اند که هر ۲ دایره متقاطعند. ثابت این دایره ها حداقل در n نقطه یکدیگر را قطع میکنند.

۳. مقدار عبارت زیر را بدست آورید

$$\sum_{k=2}^n k(k-1) \binom{n}{k} \quad (1)$$

۴. شانزده سرباز به مدت n شب هر شب چهار نفر نگهبانی داده اند به طوری که هر سه نفر دقیقاً یک شب با هم بوده اند. n چند است