# آزمایش شماره ۷: شارژ و دشارژ خازن‌ها

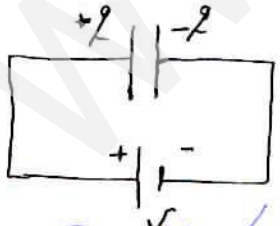
وسایل مورد نیاز:

۱- خازن با ظرفیت‌های مختلف ۲ عدد ۲- منبع تغذیه مستقیم یک دستگاه ۳- ولتمتر الکترونیکی با مقاومت داخلی بسیار زیاد یک دستگاه ۴- چند رشته سیم رابط

تئوری آزمایش:

هرگاه دو تیغه یک باتری را مانند شکل زیر به دو سر جوشن‌های یک خازن وصل کنیم (حتی برای یک لحظه کوتاه) مقداری بار الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود. بر روی جوشنی که به قطب مثبت باتری وصل است بار مثبت $+q$ و بر روی جوشن مقابل بار منفی $-q$ جمع می‌شود. مقدار بار ذخیره شده با اختلاف پتانسیل دو سر خازن متناسب است. بعبارت دیگر نسبت مقدار بار ذخیره شده ($q$) به ولتاژ دو سر خازن ($V$) مساوی یک مقدار ثابتی است که به آن ظرفیت خازن گویند.

$$C = \frac{q}{V}$$




واحد اصلی ظرفیت خازن در دستگاه SI عبارت است از ولت/کولن که به آن فاراد نیز گویند. چون این واحد خیلی بزرگ است معمولاً از واحد $\mu F$ (میکروفاراد) و یا $pF$ (پیکوفاراد) استفاده می‌شود



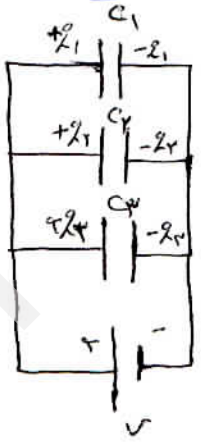
www.ieuni.ir

## بهم بستن خازن ها بطور موازی:

شکل زیر بستن خازن ها را بطور موازی نشان می دهد. ظرفیت معادل چند خازن که بطور موازی بسته شده اند برابر است با مجموع ظرفیت هر یک از خازن ها و اینکار در دو سر تمام خازن ها کپی آن بوده ولی بار کل با مجموع بارهای ذخیره شده $q_1$، $q_2$، $q_3$ در هر یک از خازن ها مساوی است.

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sum q_i}{V} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \cdots}{V} = \frac{q_1}{V} + \frac{q_2}{V} + \frac{q_3}{V} + \cdots$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$




## بهم بستن خازن ها بطور سری:

اگر چند خازن مانند شکل زیر بطور سری بهم بسته شوند اختلاف پتانسیل کل با مجموع اختلاف پتانسیل های آنها، $V_1$، $V_2$، $V_3$ و ... در هر یک از خازن ها مساوی اند.

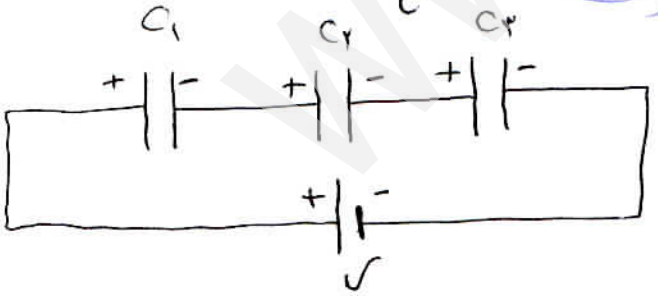
$$V = \sum_i V_i \Rightarrow V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$$

بار الکتریکی کل ذخیره شده مساوی اند با بار الکتریکی ذخیره شده در هر خازن یعنی،

$$q_1 = q_1 = q_2 = q$$

بین ولتاژ کل $V$ و ظرفیت معادل $C$ رابطه زیر برقرار است:

$$V = \frac{q}{C}$$




همچنین برای اختلاف پتانسیل های $V_1$، $V_2$، $V_3$ روابط زیر را داریم،

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} \quad , \quad V_2 = \frac{q_2}{C_2} \quad V_3 = \frac{q_3}{C_3}$$

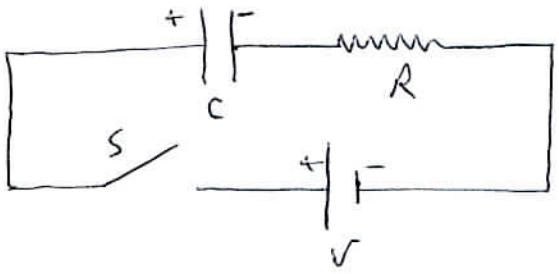
$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

## مدار خازن ها - ثابت زمانی

در مدار زیر اگر مقاومت $R$ کوچک باشد با اتصال کلید S خازن C در یک زمان کوتاه با اندازه ولتاژ باتری شارژ می شود. ولی اگر $R$ بزرگ باشد در موقع اتصال کلید جریان بوسیله این مقاومت محدود شده و مدت زمانی طول می کشد تا $V_C$ یعنی ولتاژ دو سر خازن مساوی V گردد. در طی این زمان جریان مدار بتدریج کم شده و زمانی به صفر می رسد که $V = V_C$ می شود در هر لحظه افت ولتاژ دو سر $R$ مساوی است با $V - V_C$ و جریان در مدار طبق قانون اهم برابر است با:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{V - V_C}{R}$$

همچنین جریان در یک لحظه برابر است با: $I = \frac{dQ}{dt}$




با توجه به رابطه $Q = CV_C$ داریم: $\frac{dQ}{dt} = C\frac{dV_C}{dt}$ با حذف I بین دو رابطه بالا یک معادله دیفرانسیل شناخته شده بدست می آید:

$$(V - V_C) = RC\frac{dV_C}{dt}$$

$$\frac{d(V - V_C)}{V - V_C} = -\frac{dt}{RC}$$

با جایگزینی $d(V - V_C)$ بجای $dV$ حل معادله ساده می شود.

$$\int \frac{d(V - V_C)}{V - V_C} = -\int \frac{dt}{RC}$$

$$\ln(V - V_C) = -\frac{t}{RC} + k \Rightarrow (V - V_C) = e^{-t/RC} e^{k} \Rightarrow V - V_C = -k_0 e^{-t/RC}$$

$$V_C = V + k_0 e^{-t/RC}$$

جواب ساده شده معادله دیفرانسیل بصورت زیر نوشته می شود.

$$V_C = V\left[1 - e^{-t/RC}\right]$$



www.ieun.ir

در این رابطه اگر $t=RC$ باشد $V_C = V(1-\frac{1}{e})$ و یا $V_C = 0.63V$ می‌شود. به $t=RC$ ثابت زمانی مدار گویند و آن مدت زمانی است که اگر کلید بسته باشد، خازن به اندازه ۶۳٪ ولتاژ باطری شارژ می‌گردد و همینطور برای مدت زمان های دیگر داریم:

$t=1\tau \rightarrow V=0.63V$

$t=2\tau \rightarrow V=0.86V$

$t=3\tau \rightarrow V=0.95V$

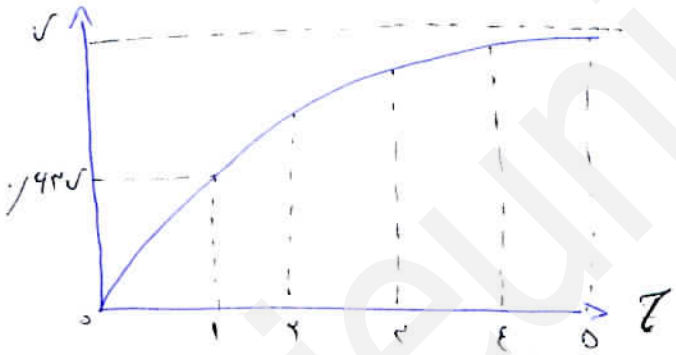
$t=4\tau \rightarrow V=0.98V$

$t=5\tau \rightarrow V=0.99V$

شکل زیر صحنی تغییرات تابع بالا را نشان می دهد.

از روابط بالا به آسانی شکل تغییرات جریان شارژ برحسب زمان تعیین می‌شود.

$$I = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$



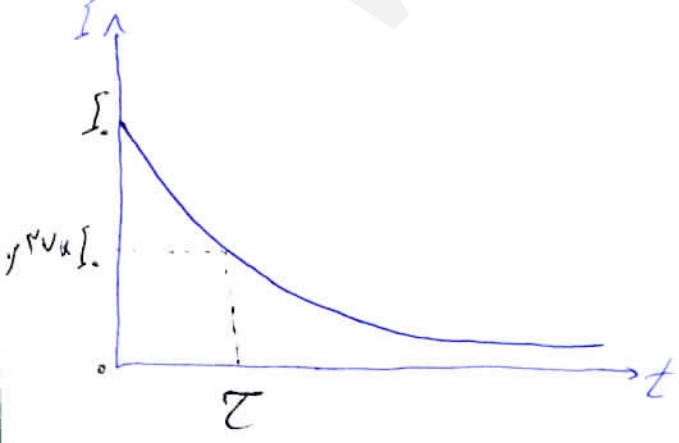

در زمان $t=0$ مقدار $V_C = 0$ است و حداکثر جریان $I_0$ از مدار عبور می‌کند $I_0 = \frac{V}{R}$

لذا تابع جریان شارژ خازن فرم نمائی دارد:

$$I = I_0 e^{-t/RC}$$

صحنی تغییرات این تابع مطابق شکل زیر است

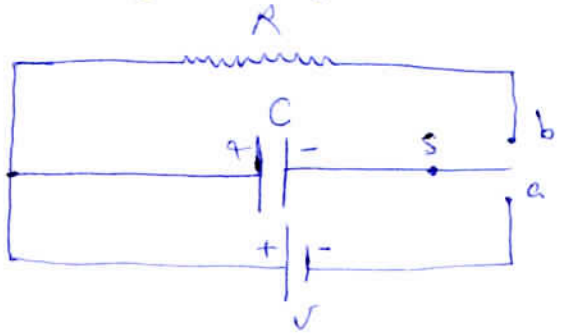
پس از زمان $t = \tau = RC$ جریان مدار به ۳۷٪ جریان $I_0$ کاهش می‌یابد




www.ieuni.ir

## دشارژ خازن ها:

در شکل زیر خازن C قبلاً شارژ شده و ولتاژ آن مساوی V است. (کلید S به a وصل بوده است). اگر کلید S را به b ببندیم، خازن پس از مدتی تخلیه می‌گردد. چنانچه مقاومت R کوچک باشد در یک زمان کوتاه ولتاژ $V_C$ به صفر می‌رسد و اگر مقاومت R بزرگ باشد (ثابت زمانی $\tau = RC$ بزرگ باشد)، مدت بیشتری طول می‌کشد تا خازن کاملاً تخلیه شود.




در هر لحظه $Q = CV_C$ ، $I = -\frac{dQ}{dt}$ ، $I = \frac{V_C}{R}$

$$I = -C\frac{dV_C}{dt}$$

از روابط فوق معادله دیفرانسیل زیر بدست می‌آید:

$$RC\frac{dV_C}{dt} = -V_C$$

با حل این معادله و در نظر گرفتن شرایط اولیه، روابط شارژ خازن چنین می‌شود:

$$V_C = V e^{(-t/RC)}$$

و برای جریان شارژ داریم:

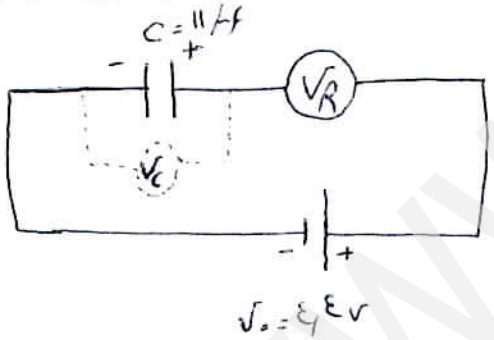
$$I_C = \frac{V}{R} e^{(-t/RC)}$$

بدین ترتیب در طی شارژ یک خازن جریان شارژ و ولتاژ هر دو طبق یک تابع نمایی افت می‌کنند. و در این حالت نیز ثابت کاهش جریان همان ثابت کاهش جریان در شارژ خازن است.

www.ieuni.ir

۱) مدار RC خازن (رسم منحنی)

خازن ۱۱μF را مطابق شکل زیر به ولتاژ ۴٫۴ ولت و یک ولتمتر وصل می نماییم. با اتصال کلید مدار مدت زمانی طول می کشد تا خازن بطور کامل شارژ شود. در طی این زمان بطور مرتب از مقدار $V_{ab}$ دو سر مقاومت کاسته شده و به مقدار $V_C$ اضافه می گردد، بطوریکه در هر لحظه رابطه $V_{ab} = V_R + V_C$ برقرار است. برای شروع قبل از بستن مدار ابتدا با اتصال دو سر خازن به یکدیگر خازن را تخلیه می کنیم سپس مدار را وصل و در لحظه اتصال کلید یعنی در زمان $t=0$ ولتمتر همان ۰ ولت را صفر ثانیه را نشان می دهد که ایراد جزئی نیست. اعداد نشان داده شده ولت متر در این حالت به تدریج به طرف صفر حرکت می کند و هر لحظه اعداد جدیدی را نشان می دهد پس از اتصال کلید، مطابق جدول زیر برای زمان های مختلف، ولتاژ $V_R$ را مشاهده نموده و در جدول یادداشت می کنیم. نمودار تغییرات $V_C$ را برحسب زمان روی یک برگ کاغذ میلیمتری رسم می کنیم.



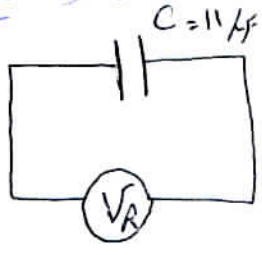

| $t$ (s) | ۰ | ۱۵ | ۳۰ | ۴۵ | ۶۰ | ۷۵ | ۹۰ | ۱۲۰ | ۱۵۰ | ۱۸۰ | ۲۱۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_R$ (V) | ۴٫۴ | ۳٫۸۸ | ۳٫۴۲ | ۳٫۰۱ | ۲٫۶۵ | ۲٫۳۳ | ۲٫۰۶ | ۱٫۶۰ | ۱٫۲۵ | ۰٫۹۹ | ۰٫۷۷ |
| $V_{ab}$ (V) | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ |
| $V_C$ (V) | ۰ | ۰٫۵۲ | ۰٫۹۸ | ۱٫۲۹ | ۱٫۷۵ | ۲٫۰۷ | ۲٫۳۴ | ۲٫۸ | ۳٫۱۵ | ۳٫۴۱ | ۳٫۶۳ |

www.ieuni.ir

پس ثابت زمانی مدار را از روی صفحه مربوط بدست می آوریم و آنرا با مقدار دیگر از رابطه $\tau = RC$ محاسبه می شود مقایسه می کنیم. برای محاسبه ثابت زمانی از روی نمودار باید ۶۳٪ ولتاژ اعمال شده (یعنی در این حالت ۶۳٪ × ۶۴ ولت) را محاسبه کرده که نقطه ای روی محور ولتاژ (V) می شود. از این نقطه به موازات محور زمان، خطی رسم می کنیم که صفحه را در نقطه ای قطع می کند. همچنین از این نقطه خطی عمود بر محور زمان نیز رسم می کنیم که آنرا در نقطه ای قطع می کند. مقدار زمانی این نقطه همان ثابت زمانی می باشد.

۲) ولتمتر تک خازن (رسم منحنی):

مداری را مطابق شکل زیر با منبع تغذیه مستقیم با ولتاژ ۶۴ ولت، یک خازن و یک ولتمتر تشکیل می دهیم. ابتدا با اتصال خازن به منبع تغذیه به مدت ۲۰ ثانیه خازن را پر می کنیم. پس مداری را مانند شکل زیر می بندیم. در این صورت خازن از راه مقاومت داخلی ولتمتر دشارژ می گردد و ولتاژی که ولتمتر نشان می دهد همان ولتاژ دوسر خازن می باشد که به تدریج کاهش می یابد. با خواندن ولتمتر جدول زیر را پر می کنیم و با کمک آن منحنی دشارژ خازن را روی یک برگ کاغذ میلیمتری رسم نموده و از روی آن ثابت زمانی خازن را محاسبه می کنیم. برای محاسبه ثابت زمانی از روی منحنی، نقطه قبل از ۶۳٪ ولتاژ اعمال شده، یعنی ۲۷٪ ولتاژ اعمال شده یعنی ۶۴ × ۲۷٪ ولت را انتخاب می کنیم.




www.ieuni.ir

| $t_{(s)}$ | ۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۶۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۲۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{C(V)}$ | ۴٫۴ | ۴٫۰۵ | ۳٫۷۲ | ۳٫۴۱ | ۳٫۱۲ | ۲٫۸۶ | ۲٫۶۲ | ۲٫۲۰ | ۱٫۸۶ | ۱٫۵۶ |

با رسم اعداد جدول بالا بر روی کاغذ میلیمتری شکل کلی تغییرات $V_C$ (افتادن پتانسیل دو سر خازن) را برحسب زمان با کمک شکل نمودار نتیجه گیری می کنیم و با محاسبه شیب خط نیز ثابت زمانی و ظرفیت خازن مورد آزمایش را بدست می آوریم. برای محاسبه شیب نمودار خطی ابتدا مثلثی دلخواه که نمودار خطی وتر آن است

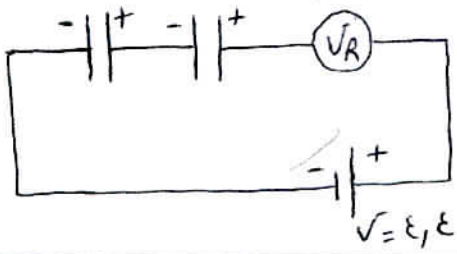
$$tg\theta = \frac{AB(cm)\times \varepsilon_1^{\,6}}{\text{طول سیکل کاغذ}(cm)\times BC(s)} = \frac{1}{2}$$

(AC) می سازیم و داریم:

مقدار $\tau$ را بدست می آوریم.

۴) تحقیق تجربی رابطه $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ :

برای بررسی قوانین حاکم بر خازن های سری، دو خازن را بطور سری بهم وصل کرده و مانند قسمت قبل عمل می کنیم. جدول دیر را تکمیل کرده و تغییرات مجموع ولتاژ دو سر خازن ها را برحسب زمان روی یک کاغذ میلیمتری رسم می نمائیم و از روی منحنی بدست آمده ثابت زمانی مدار و مقدار ظرفیت معادل را از رابطه $\tau = RC$ بدست می آوریم و با مقداری که از رابطه $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ محاسبه می شود مقایسه می کنیم.




$V_C = V_0 e^{-t/RC}$ $\quad t = RC \Rightarrow$

$V_C = 0{,}37 \times \varepsilon{,}\varepsilon = 2{,}1\,V$



www.ieuni.ir

| $t_{(s)}$ | ۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۶۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۵۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{(V)}$ | ۴٫۴ | ۳٫۹۴ | ۳٫۰۶ | ۲٫۵۸ | ۲٫۱۶ | ۱٫۸۲ | ۱٫۵۲ | ۱٫۰۹ | ۰٫۷۷ | ۰٫۳۳ |
| $V_{(V)}$ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ | ۴٫۴ |
| $V_C$ $(V)$ | ۰ | ۰٫۷۶ | ۱٫۳۴ | ۱٫۸۲ | ۲٫۲۴ | ۲٫۵۸ | ۲٫۸۸ | ۳٫۳۱ | ۳٫۶۳ | ۴٫۰۷ |

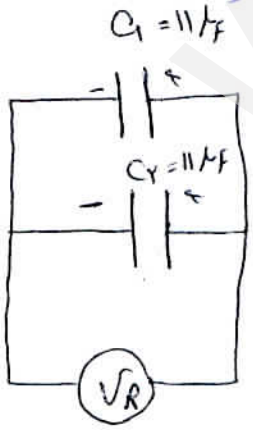
$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \Rightarrow C_T=\frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}=\frac{11\times 11}{11+11}=\frac{11}{2}=5.5\ \mu F$$ تئوری

$$5\varepsilon = 10^{V}C \Rightarrow C=5.4\ \mu F$$

$$\text{درصد خطا}=\left|\frac{5.5-5.4}{5.5}\right|\times 100=1.81\%$$

ع) تحقیق تجربی رابطه $C=C_1+C_2$ :

برای بررسی قوانین حاکم بر خازن های موازی، دو خازن را بطور موازی بهم وصل نموده و مانند قسمت ۲ عمل می کنیم. جدول زیر را تکمیل کرده و تغییرات ولتاژ دو سر خازن ها را برحسب زمان روی یک کاغذ میلیمتری ورنگ آن ثابت زمانی مدار و ظرفیت خازن را بدست می آوریم و با محاسبه ی $C=C_1+C_2$ مقایسه می کنیم.




$$\text{تئوری } C_T=C_1+C_2=11+11=22\ \mu F$$

$$\text{عملی } C_T=22.2$$

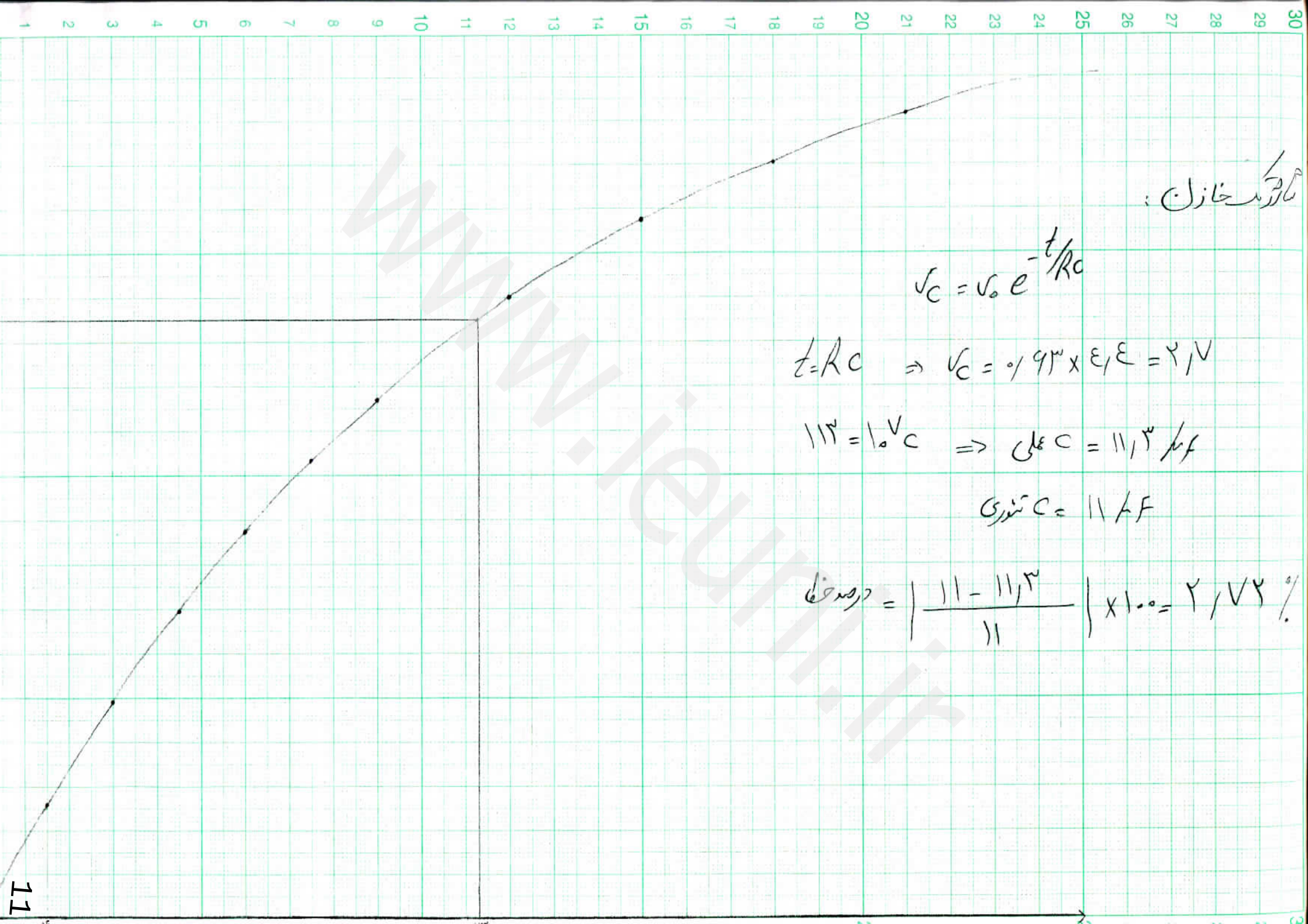
$$\text{درصد خطا}=\left|\frac{22-22.2}{22}\right|\times 100=0.9\%$$



www.ieun.ir

| $t_{(s)}$ | ۰ | ۱۵ | ۳۰ | ۴۵ | ۶۰ | ۷۵ | ۹۰ | ۱۲۰ | ۱۵۰ | ۱۸۰ | ۲۱۰ | ۲۴۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{c}$ (V) | ۴٫۴ | ۴٫۰۷ | ۳٫۸۱ | ۳٫۵۶ | ۳٫۳۲ | ۳٫۱۱ | ۲٫۹۲ | ۲٫۵۶ | ۲٫۲۴ | ۱٫۹۷ | ۱٫۷۲ | ۱٫۵۱ |

www.ieuni.ir




شارژ یک خازن:

$$v_C = v_0 e^{-t/RC}$$

$t = RC \Rightarrow v_C = 0.93 \times 4.4 = 2.7$

$112 = 10^7 C \Rightarrow$ عملی $C = 11.3\ \mu F$

$C$ تئوری $= 11\ \mu F$

درصد خطا $= \left| \frac{11 - 11.3}{11} \right| \times 100 = 2.72\ \%$

www.ieuni.ir

دشارژ یک خازن :

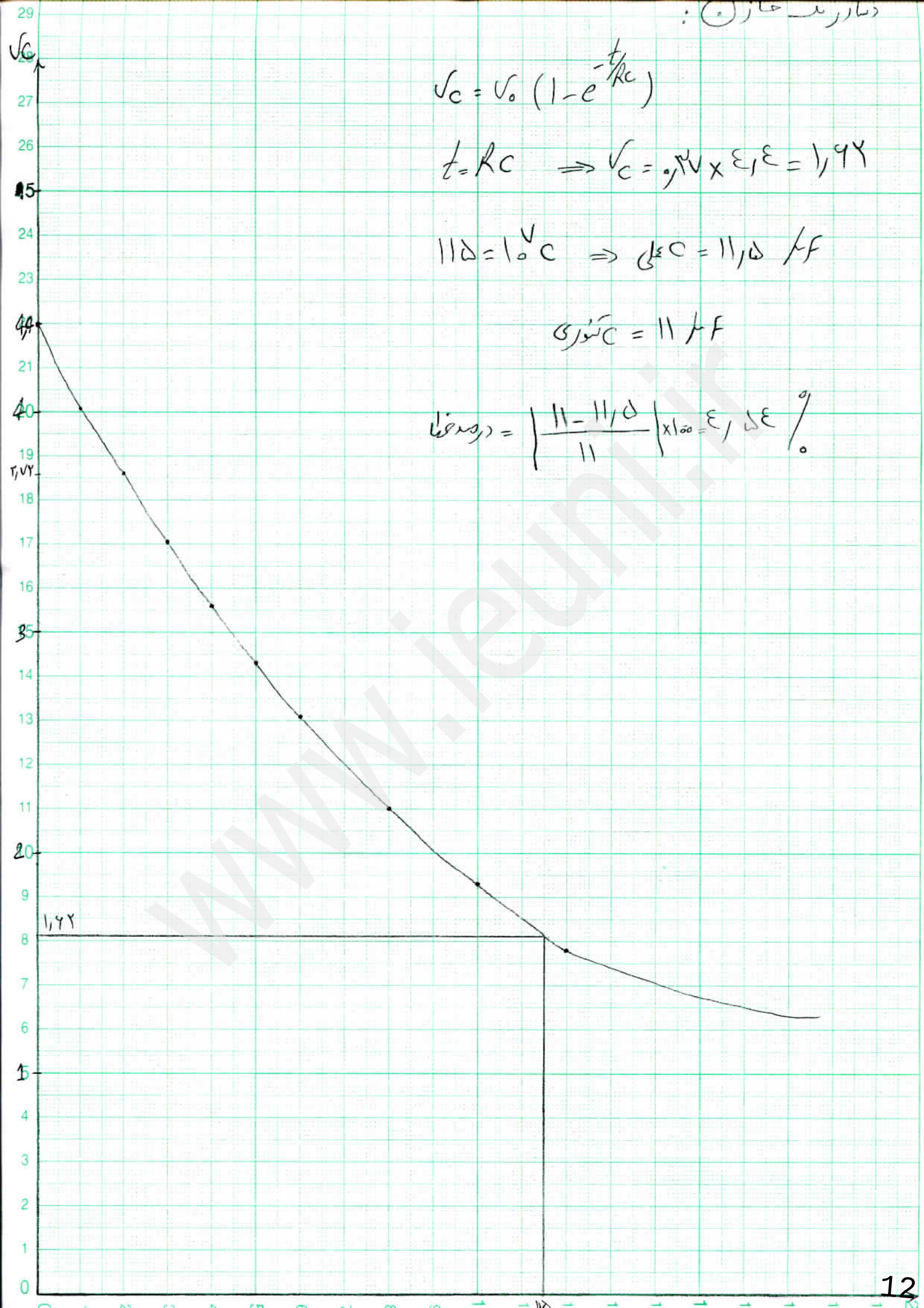
$$V_C = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$t = RC \Rightarrow V_C = 0,37 \times 4,4 = 1,62$$

$$11,5 = 10^6 C \Rightarrow \text{عملی } C = 11,5\ \mu F$$

$$\text{تئوری } C = 11\ \mu F$$

$$\text{درصد خطا} = \left|\frac{11 - 11,5}{11}\right| \times 100 = 4,54\ \%$$




www.ieunit.ir

شارژ و دشارژ خازن سری :

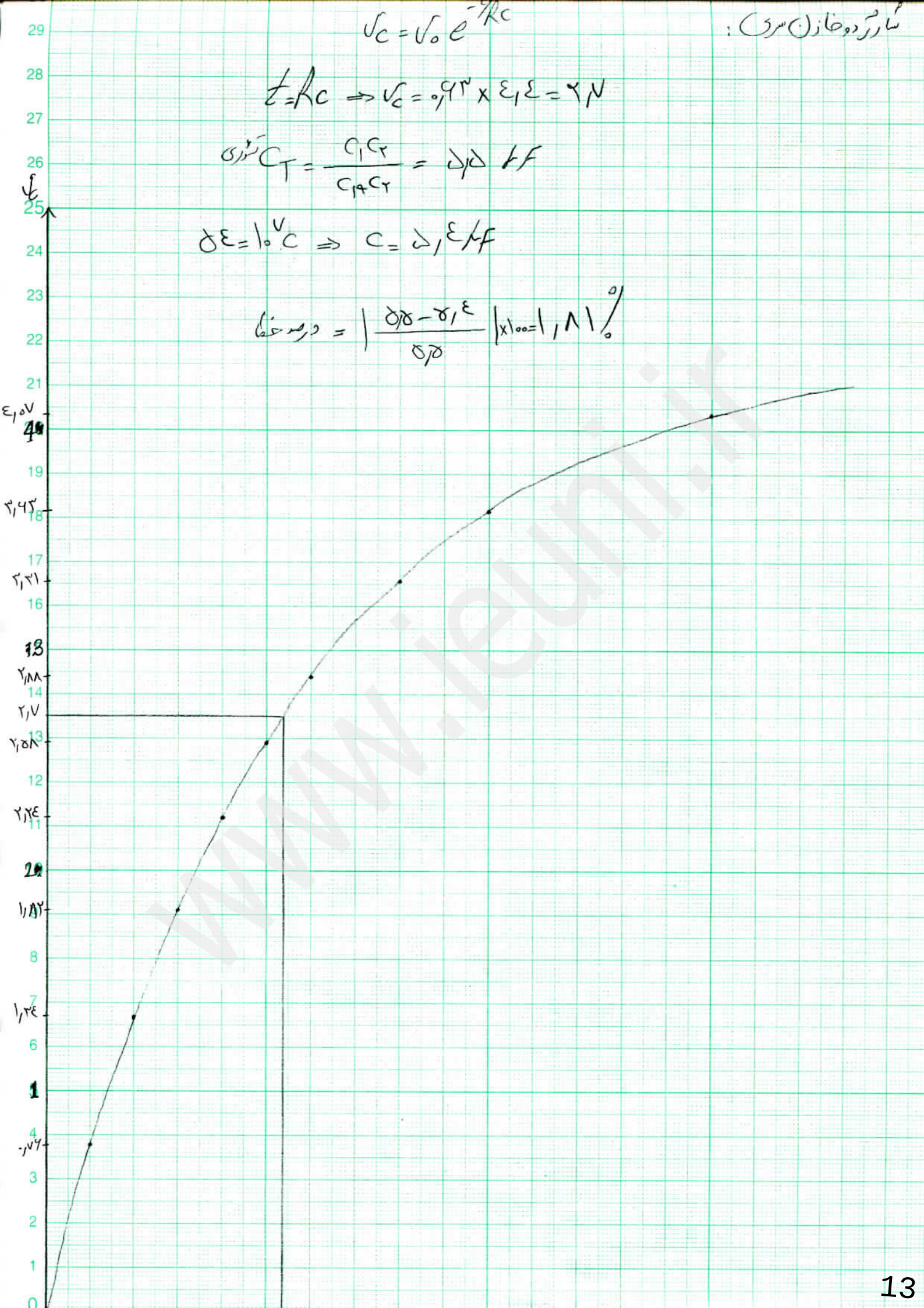
$$V_C = V_0 e^{-t/RC}$$

$$t = RC \Rightarrow V_C = 0.63 \times 6.4 = 4V$$

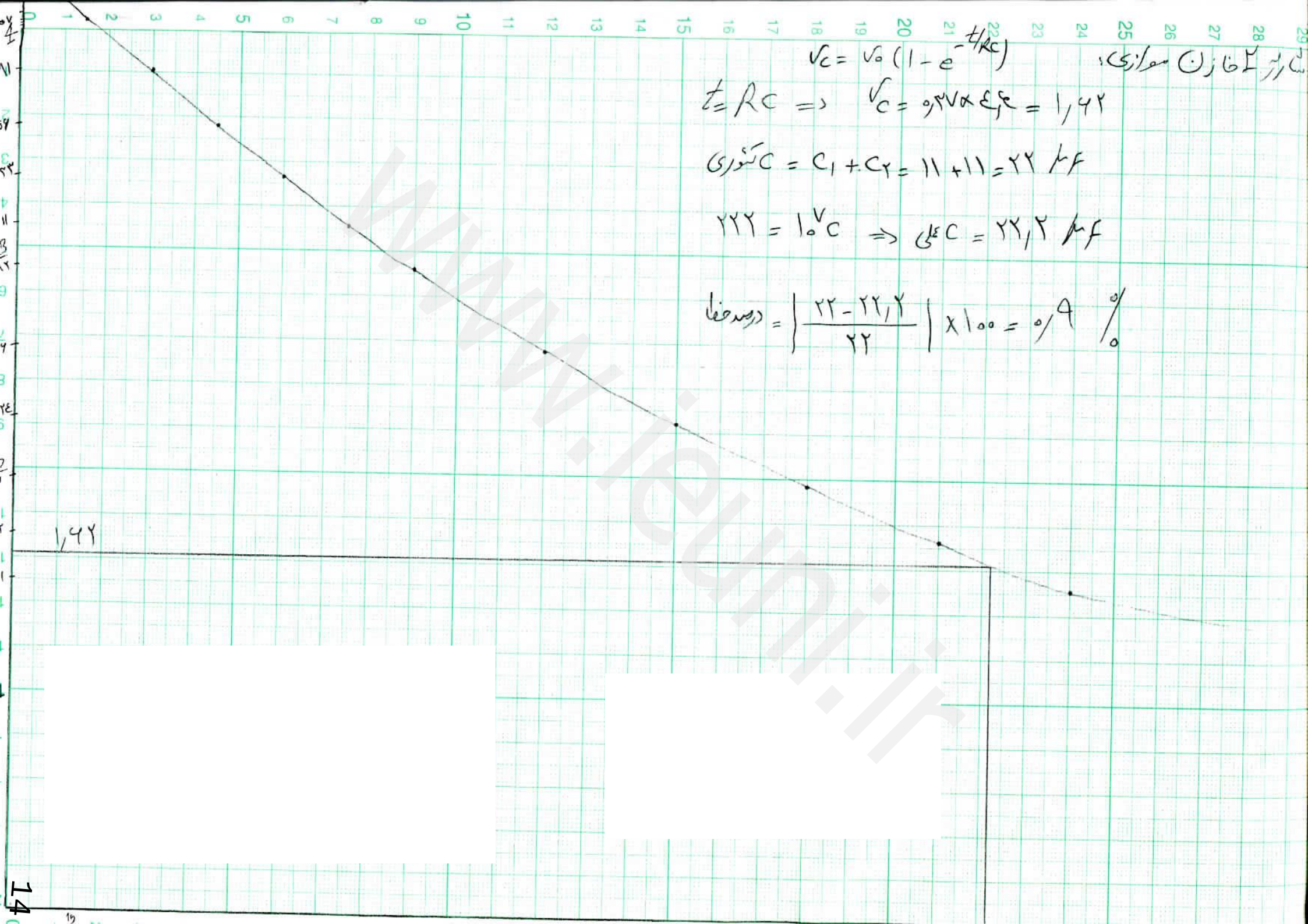
$$\text{ظرفیت } C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 4.5\ \mu F$$

$$\delta\varepsilon = 10^{-7} C \Rightarrow C = 5.4\ \mu F$$

$$\text{درصد خطا} = \left| \frac{5 - 5.4}{5} \right| \times 100 = 11.8\%$$




www.iau.ir




شارژ و تخلیه خازن سوازی:

$C$ کنونی $= C_1 + C_2 = 11 + 11 = 22\ \mu F$

$22.2 = 10^V C \Rightarrow C$ عملی $= 22.2\ \mu F$

درصد خطا $= \left| \frac{22 - 22.2}{22} \right| \times 100 = 0.9\ \%$

www.ieubi.ir