



حسین نادری  
دانشجوی علوم کامپیوتر  
صنعتی شریف  
hnaderi268@gmail.com  
hnaderi268.blog.ir

## سری هشتم: ترکیبیات

گزیده ای از تمرینات ارائه شده توسط مجید وقاری

ثابت کنید هر عدد طبیعی را می توان به صورت جمع تعدادی عدد متمایز از دنباله فیبوناتچی نوشت.

ثابت کنید:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-2}$$

سپس تعمیمی برای اتحاد پاسکال بیابید.

تعداد اعداد فرد در سطر  $n$  ام مثلث خیام-پاسکال را بیابید.

به ازای کدام مقدار  $k$ ، مقدار  $\binom{n}{k} - \binom{n}{k+1}$  بیشترین مقدار است؟

تمامی مقادیر  $n$  و  $k$  را بیابید به طوری که:  $\binom{n}{k+1} = 3\binom{n}{k}$

فرض کنید  $n$  طبیعی و بزرگتر از یک باشد. ثابت کنید:  $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2}$  مربع کامل است.

ثابت کنید:

$$fib(n+m+2) = fib(n+1)fib(m+1) + fib(n)fib(m)$$

تمام چند جمله ای های  $p(x)$  را بیابید که  $p(x)^2 + 1 = p(x^2 + 1)$ .

ثابت کنید تعداد رشته های  $n$  حرفی که با حروف  $a$  و  $b$  ساخته شده اند و دقیقاً  $m$  تا زیر رشته  $ab$  دارند، برابر است با  $\binom{n+1}{2m+1}$  است.

۹۹۶۱ مجموعه ی ۴۰ عضوی داریم. می دانیم هر ۲ مجموعه دقیقاً یک عضو مشترک دارند. ثابت کنید عضوی وجود دارد که متعلق به تمام مجموعه هاست.

آیا می توان عدد های ۱۳، ۳، ۲، ۱ را روی محیط یک دایره طوری قرار داد که هر دو عدد مجاور ۳، ۴ و یا ۵ واحد با هم اختلاف داشته باشند؟