

تمرینات ترکیبیات

- تمرین شماره ۲ تحویلی است.
- ۲۲ مرداد قبل از شروع آزمون ترکیبیات، تمرینات تحویلی این سری توسط سپهر دادخواه^۱ جمع می‌شود.
- در صورتی که به پاسخ درست یک سوال نرسیدید، همان حاصل تلاش‌تان و نتایجی که به دست آورده‌اید را بنویسید؛ اما هرگز تقلب نکنید. هرگونه تقلب در تمرینات باعث افتادن در درس و (احتمالاً) محرومیت از مدال می‌شود. همچنین این نکته را مد نظر داشته باشید که تمرینات با ارفاق تصحیح می‌شوند.

اعداد رمزی

۱. ثابت کنید:

$$R(3, n) \leq \frac{n^2 + 3}{2}$$

۲. ثابت کنید:

$$R(n, n) \leq 2^{2(n-1)+1} - 1$$

۳. ثابت کنید:

$$s(r+1) \geq 3s(r) - 1$$

۴. ثابت کنید به ازای $n \geq 4$:

$$R(C_4, C_n) \leq n + 2$$

الگوریتم‌های هندسی

۵. فرض کنید دو دنباله‌ی a_1, a_2, \dots, a_n و b_1, b_2, \dots, b_n از ورودی داده شود. ثابت شده است یافتن این‌که این دو دنباله عدد مشترک دارند یا خیر، از $\Omega(\text{nlg}(n))$ است. حال فرض کنید n نقطه در صفحه از ورودی به شما داده شود. ثابت کنید یافتن بیش‌ترین فاصله‌ی بین دو تا از این نقاط از $\Omega(\text{nlg}(n))$ است.

^۱نماینده‌ی کلاس

تمرینات ترکیبیات

۶. ثابت کنید اگر n عددی فرد و a_1, a_2, \dots, a_n اعداد حقیقی باشند، معادله‌ی

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

حتمن ریشه‌ی حقیقی دارد.

۷. n نقطه از ورودی به شما داده می‌شود. الگوریتمی از $O(n \lg(n))$ ارائه دهید که پوش کوژ این نقاط را پیدا کند.

۸. فرض کنید P_1, P_2, \dots, P_n رئوس یک n -ضلعی منتظم (به ترتیب ساعت‌گرد) باشند. ابتدا n و سپس دو عدد i, j و در انتها دو نقطه‌ی P_i, P_j از ورودی به شما داده می‌شود. شما باید تمام رئوس چندضلعی را بیابید. برنامه‌ای بنویسید که این کار را با الگوریتمی از $O(n)$ انجام دهد.

موفق باشید

— اسدی