سرشاخ

شدن با کنکور

www.konkoori.blog.ir

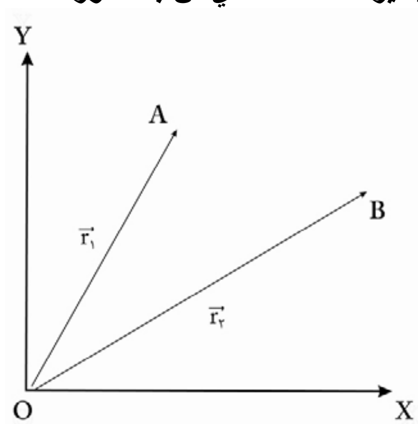
» کنکور چیزی جز کتاب نیست و کتاب خواندن، کار دانش آموزان حرفه ای

فصل دوم- حرکت شناسی

مكانيك

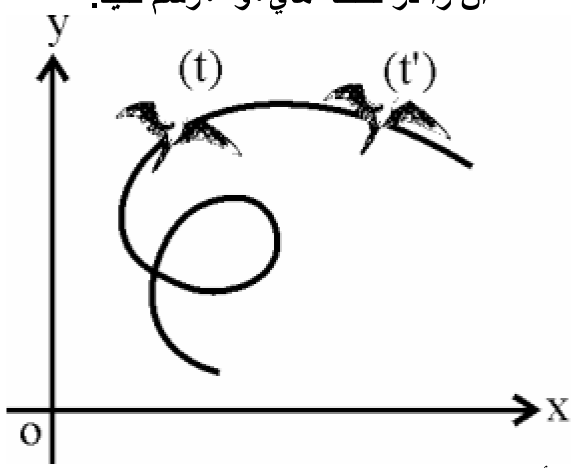
بردار مكان

برداري است كه ابتداي آن ، مبدأ مختصات دستگاه مرجع و انتهاي آن ، محل جسم است . بردار مكان را با $\vec{r}$ نشان مي دهيم و با مختصه‌هاي (x, y) معرفي مي كنيم . اگر بردار در فضاي سه بعدي مورد بررسي قرار بگيرد، مختصه‌هاي آن به صورت (x, y, z) هستند.

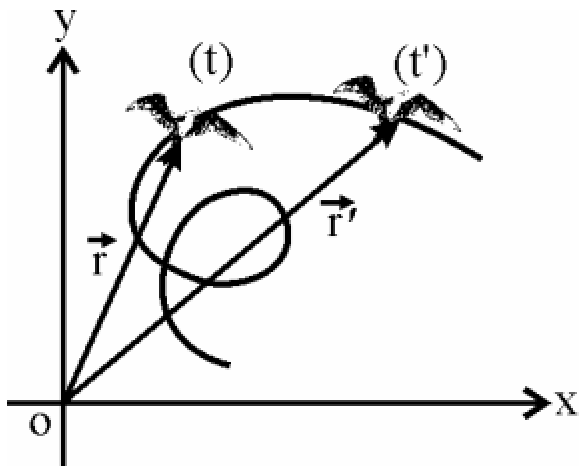


بردارهای r_1 و r_2 بردارهای مکان در دو لحظه ی متفاوتند.

مثال :در شكل زير مسير حركت پرنده اي در دستگاه مختصات xoy ، نشان داده شده است . بردار مكان آن را در لحظه هاي t و t' رسم كنيد.

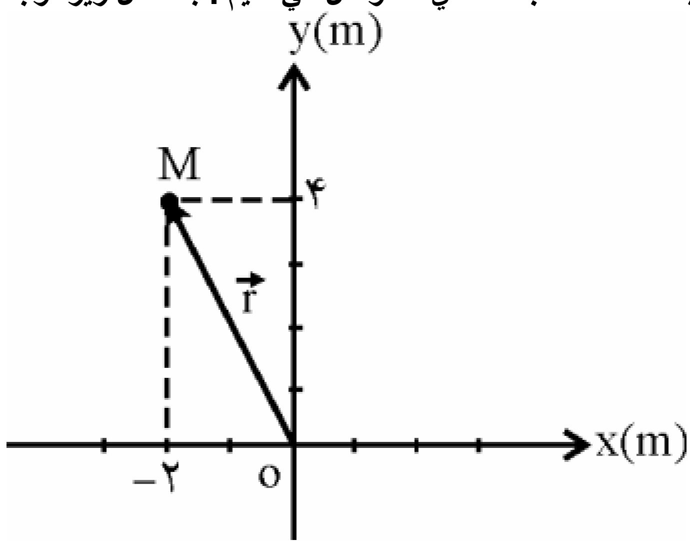


پاسخ :بردارهايي كه از مبدأ o به مكان پرنده در اين لحظه ها رسم مي شوند، پاسخ مسأله است . به شكل زير توجه كنيد:



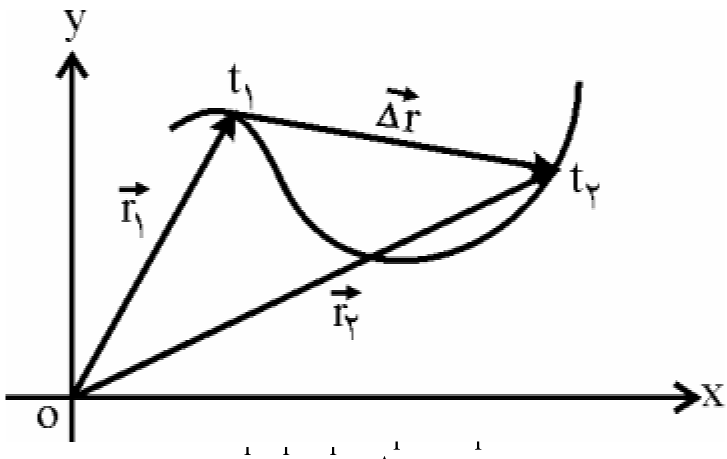
مثال :مكان جسمي در لحظه ي t با مختصه‌هاي $x = -2m$ و $y = +4m$ معرفي شده است . بردار مكان آن را رسم كنيد.

پاسخ :به كمك مختصه ها، ابتدا مكان جسم نقطه‌ي M را تعيين مي كنيم . سپس بردار مكان را از نقطه ي O مبدأ مختصات به نقطه‌ي M وصل مي كنيم . به شكل زير توجه كنيد:



تغيير مكان (جابجایی)

برداري است كه مبدأ حركت را به مقصد وصل مي كند .اين بردار برابر با تفاضل دو بردار مكان $\vec{r}_1$ در لحظه ي t_1 و $\vec{r}_2$ در لحظه ي t_2 است؛ بنابراين:

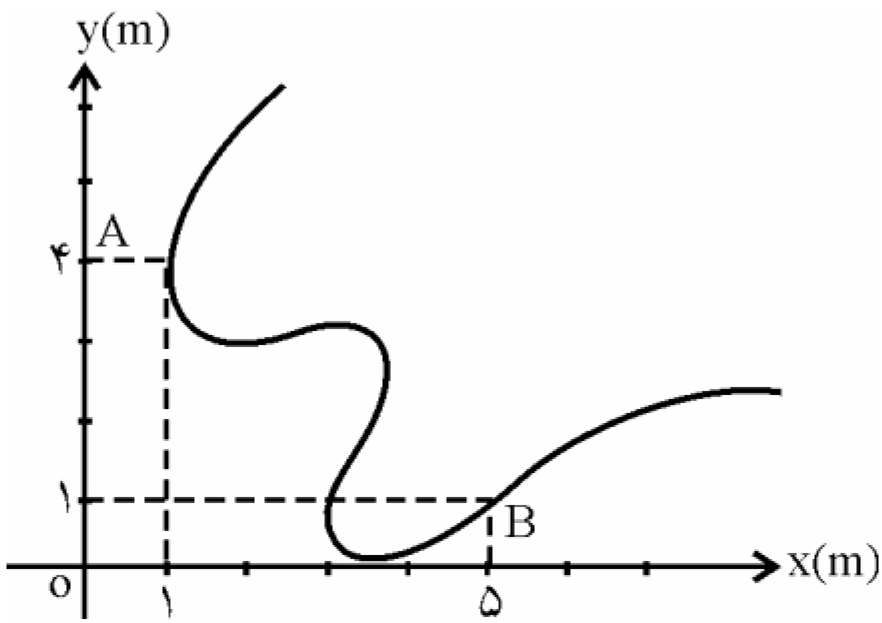


$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ یا $\vec{\Delta r} + \vec{r}_1 = \vec{r}_2$

مثال :در شکل زير، مسير حرکت ذره اي نشان داده شده است . اين ذره در لحظه‌ي t_1 در مکان $A\left|\begin{matrix}1m\\4m\end{matrix}\right.$ و در لحظه‌ي t_2 در مکان $B\left|\begin{matrix}5m\\1m\end{matrix}\right.$ قرار دارد.

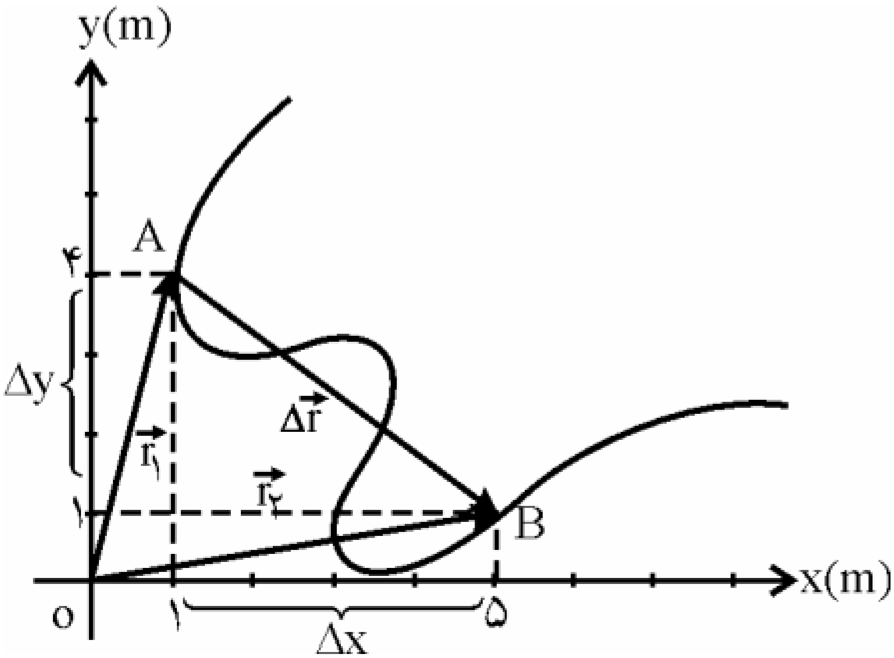
الف بردار مکان ذره را در لحظه هاي t_1 و t_2 رسم کنيد.

ب بردار جابه جايي را در بازه‌ي زماني فوق ، رسم نموده و بزرگي آن را محاسبه نماييد.



پاسخ : الف از نقطه‌ي o به مکان A و B ، جداگانه وصل مي کنيم تا بردار مکان جسم در دو لحظه‌ي مزبور تعيين شوند.

ب براي محاسبه‌ي اندازه‌ي Δr لازم است که مقدارهاي Δx و Δy ، يعني تغيير مکان جسم را در امتدادهاي محور x و y محاسبه کنيم.

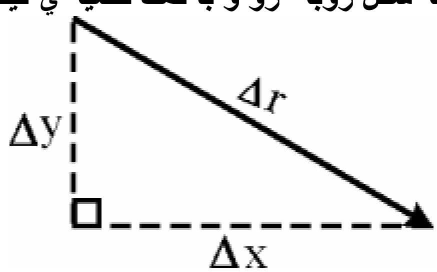


$$\Delta x = x_B - x_A$$

$$\Delta x = 5 - 1 = 4\text{m}$$

$$\Delta y = y_B - y_A = 1 - 4 = -3\text{m}$$

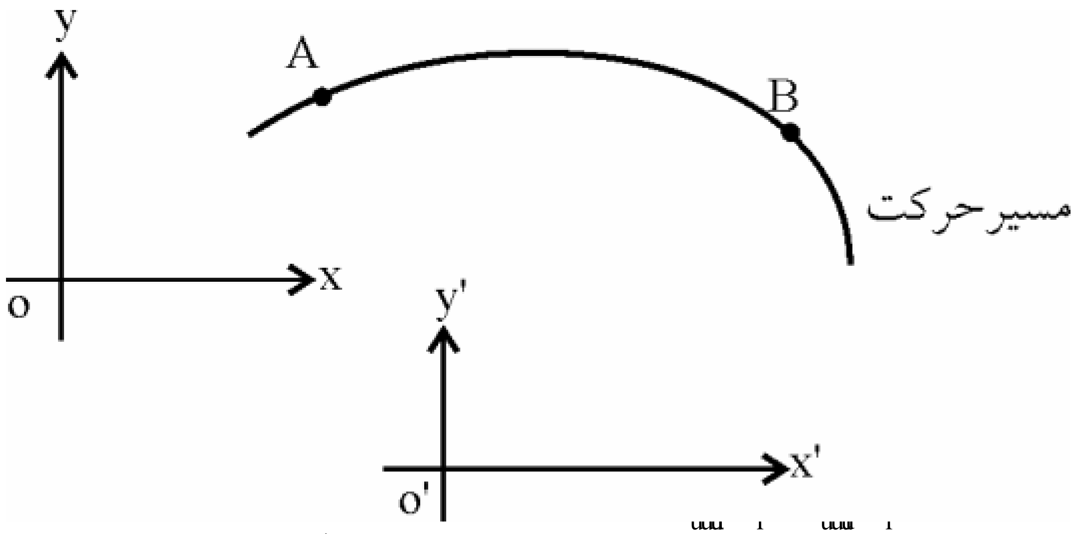
سپس با توجه به شكل روبه رو و با كمك قضيه ي فيثاغورث داريم:



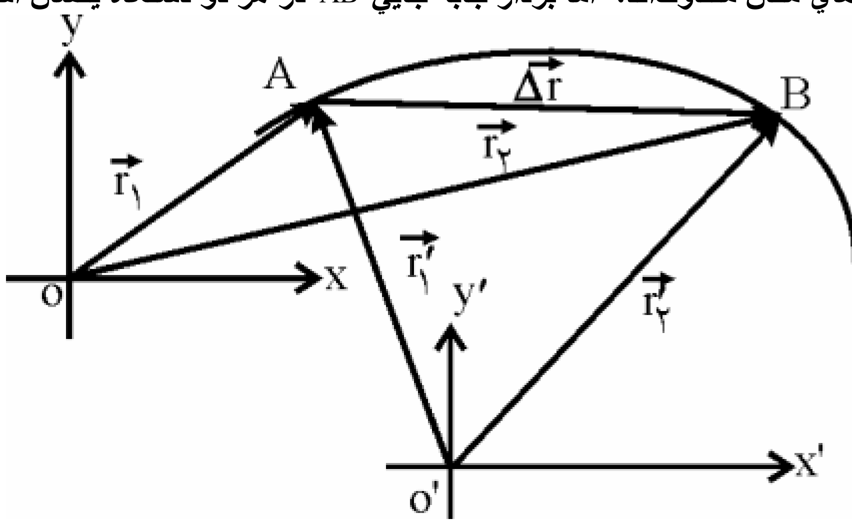
$$\Delta r^2 = \Delta x^2 - \Delta y^2 = 4^2 + (-3)^2 = 25 \Rightarrow \Delta r = 5\text{cm}$$

بردار جابه جايي مستقل از دستگاه مختصات مرجع است.
بردارهاي مكان جسم در هر دستگاه مختصاتي با دستگاه مختصات ديگر فرق دارد ولي جابه جايي جسم، مستقل از دستگاه مختصات است مگر اين كه دستگاهِ انتخابي بر روي خود جسم قرار داشته باشد كه در اين صورت جسم را ساكن در نظر مي‌گيريم.

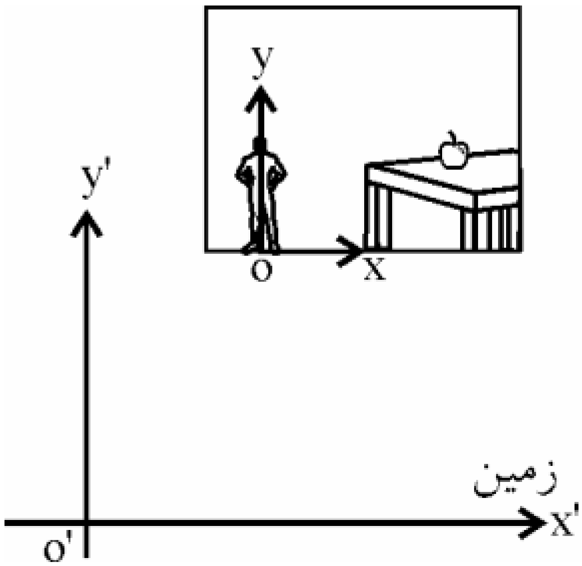
مثال 4: در شكل زير، مسير حركت جسمي نشان داده شده است . بردار مكان جسم را در دو دستگاه مختصات xoy **و** $x'o'y'$ **در دو لحظه‌ي** t_1 **و** t_2 **نشان دهيد .سپس بردار جابه جايي جسم را در بازه‌ي زماني** t_1 **تا** t_2 **در اين دو دستگاه با هم مقايسه كنيد.**



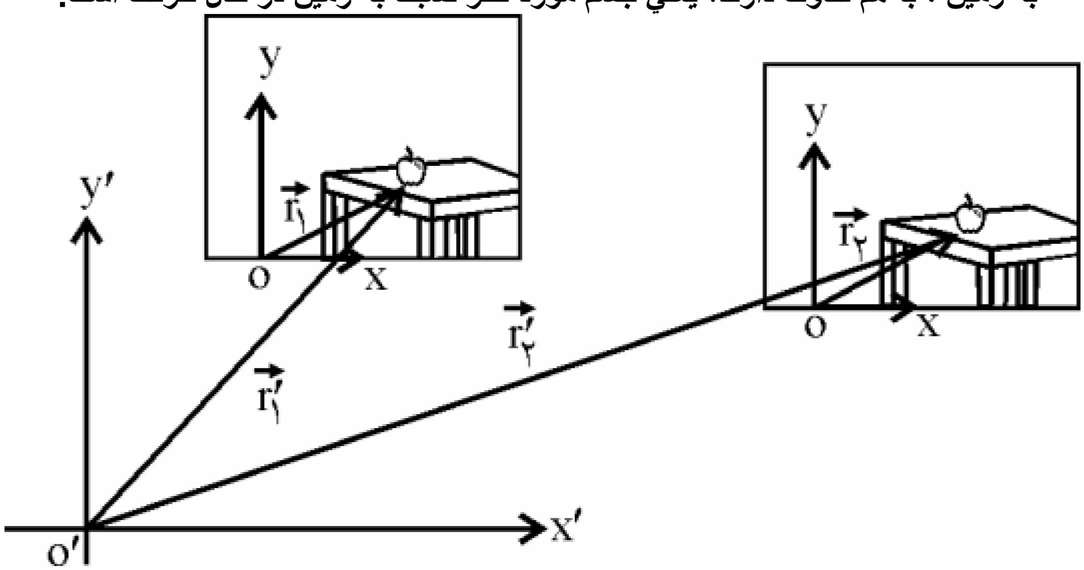
پاسخ :بردارهاي $\vec{OB}=\vec{r}_2$ و $\vec{OA}=\vec{r}_1$ بردارهاي مكان متحرك در دستگاه مختصات xoy و بردارهاي $\vec{O'A}=\vec{r}'_1$ و $\vec{O'B}=\vec{r}'_2$ بردارهاي مكان آن در دستگاه مختصات $x'o'y'$ هستند .مشاهده مي شود كه بردارهاي مكان متفاوت‌اند، امّا بردار جابه جايي $\vec{AB}$ در هر دو دستگاه يكسان است.



مثال :در شكل زير، يك واگن متحرك در دو لحظه ديده مي شود .درون آن شخصي ايستاده و سيبي بر روي ميز است . بردار مكان سيب را در اين دو لحظه ، نسبت به دستگاه هاي مختصات xoy منطبق بر خود واگن و $x'o'y'$ منطبق بر سطح زمين ، رسم و با هم مقايسه كنيد.



پاسخ $\vec{r}_1$:و $\vec{r}_2$ بردارهاي مكان سيب در واگن در دستگاه مختصات xoy نظير هم هستند .به زبان ديگر، سيب نسبت به اين دستگاه واگن ساكن است . بردارهاي $\vec{r}'_1$ و $\vec{r}'_2$ در دستگاه مختصات متصل به زمين ، با هم تفاوت دارند؛ يعني جسم مورد نظر نسبت به زمين در حال حركت است.



راست خط روي بر حركت

حركت بر روي خط راست از سادهترين انواع حركت هاست كه در آن:

مسير حركت روي يكي از محورهاي مختصات x يا y است.

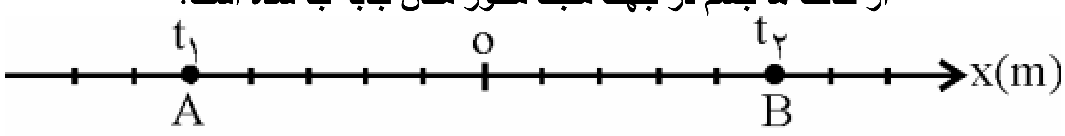
مبدأ مختصات (o)يك نقطهي اختياري روي محور مكان است.

مكان جسم را در هر لحظه نسبت به مبدأ o ، تنها با يكي از مقدارهاي x يا y مثبت يا منفي گزارش مي كنيم.

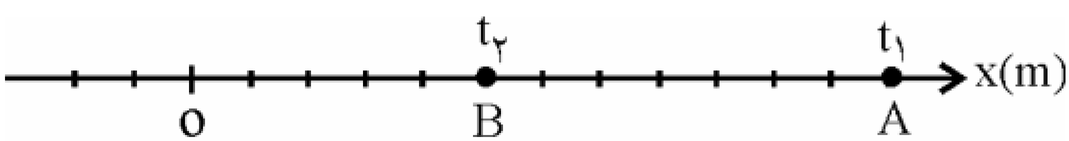
جابه جايي جسم با توجه به محور مكان برابر با $\Delta x = x_2 - x_1$ يا $\Delta y = y_2 - y_1$ است.

اگر جابه جايي جسم مثبت باشد، $\Delta x > 0$ يا $\Delta y > 0$ ، جسم در جهت مثبت محور مكان جابه جا شده است و اگر جابه جايي آن منفي باشد، جسم در خلاف جهت محور مكان حركت كرده است.

مثال :در شكل هاي زير، مكان يك متحرك در دو حالت الف و ب و در دو لحظه ي $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ نشان داده شده است. بزرگي جابه جايي را در هر حالت به دست آوريد .در كدام يك از حالت ها جسم در جهت مثبت محور مكان جابه جا شده است؟

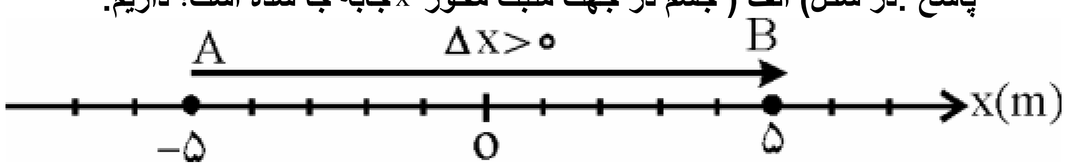


(الف)



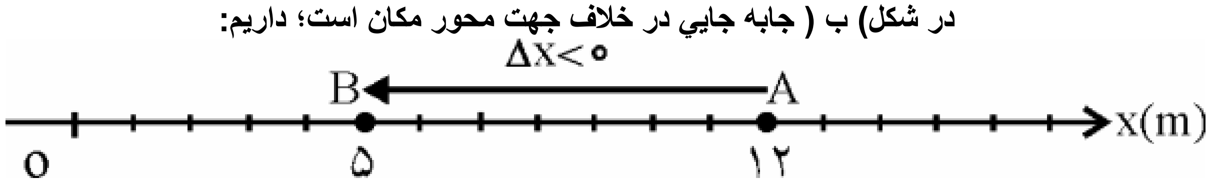
(ب)

پاسخ :در شكل) الف (جسم در جهت مثبت محور x جابه جا شده است؛ داريم:



$\Delta x = x_B - x_A = +5-(-5) = +10m$

در شكل) ب (جابه جايي در خلاف جهت محور مكان است؛ داريم:



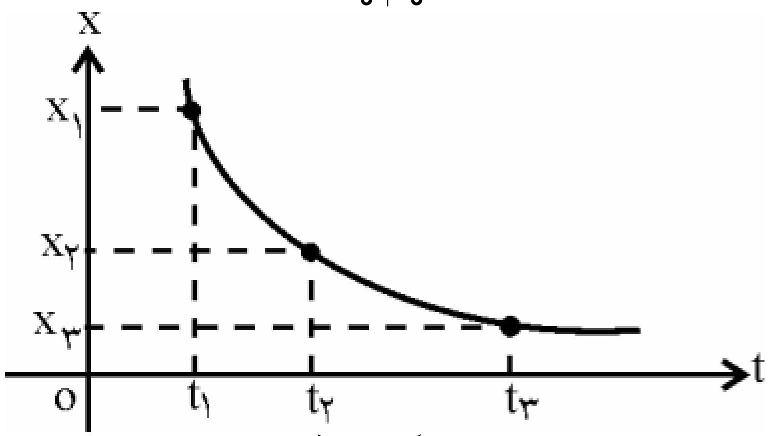
$\Delta x = x_B - x_A = +5-(+12) = -7m$

معادله ی حركت

رسم نمودار مكان -زمان

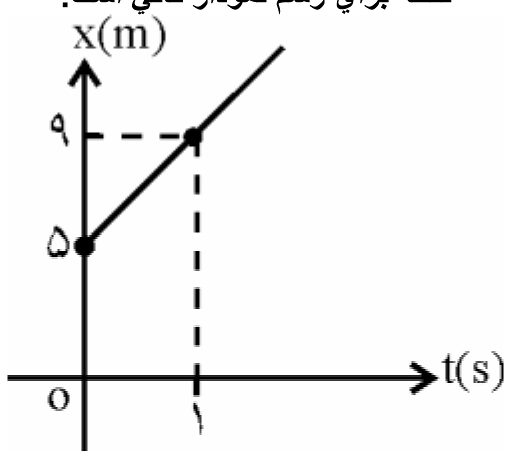
اگر در يك حركت، مكان جسم در زمان هاي مختلف مشخص باشد، با كمك رسم يك نمودار در دستگاه مختصات $x-t$ مي توان اين عددها را به هم مربوط كرد .معمولاً اين گونه اطلاعات را مي توانيم به كمك معادله ي حركت به دست آوريم:

x	t
x_1	t_1
x_2	t_2
x_3	t_3



توجه كنيد كه در رسم نمودار مكان -زمان معمولاً محور افقي را براي نمايش زمان و محور عمودي را براي نمايش مكان در نظر مي گيريم

مثال :8معادلهي حركت جسمي در SIبه صورت $x = 4t + 5$ است . نمودار اين حركت را رسم كنيد.
پاسخ :با توجه به اين كه معادلهي مذكور برحسب زمان ، از درجهي اول و خطي است ، داشتن دو نقطه براي رسم نمودار كافي است:

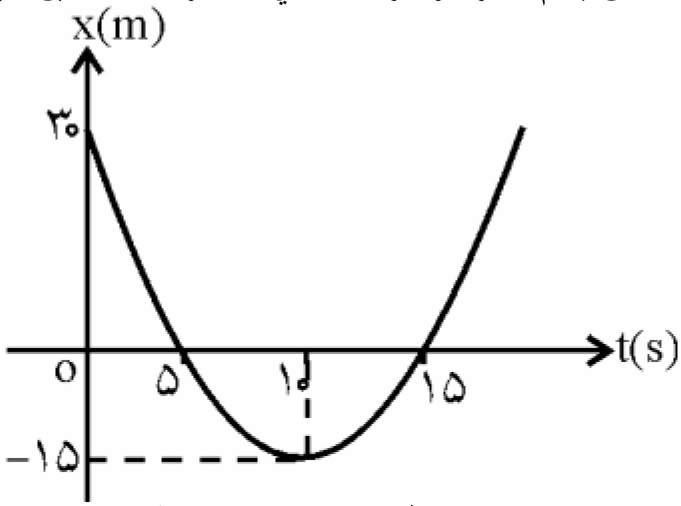


x(m)	t(s)
+5	0
+9	1

به كمك نمودار مكان -زمان، در هر لحظهي دلخواه مثل t مي توان مكان متحرك (x)را معين كرد و بالعكس و يا جابه جايي متحرك را در يك بازهي زماني معين به دست آورد.

مثال :شكل زير، نمودار مكان -زمان حركتي بر روي خط راست است.

الف مکان جسم متحرك را در لحظه‌هاي $t=0$ و $t=5s$ معين كنيد.



ب جابه جايي جسم را در فاصله‌ي زماني ۰تا 10ثانيه محاسبه كنيد.

پاسخ :الف با توجه به شكل داريم:

$$t=0 \Rightarrow x_0=+30m$$

$$t=5s \Rightarrow x=0$$

ب با توجه به مكان جسم در اين لحظه‌ها داريم:

$$t=0 \Rightarrow x_0=+30m$$

$$t=10s \Rightarrow x=-15m$$

$$\Delta x = x - x_0 = -15-(+30) = -45m$$

سرعت متوسط

نسبت بردار جابه جايي جسم به مدت زمان جابه جا شدن جسم را، سرعت متوسط مي ناميم . اگر بردار جابه جايي جسم در بازه ي Δt برابر $\Delta \vec{r}$ باشد ، داريم:

$$\vec{V} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

سرعت متوسط ، كميتي برداري است كه با بردار $\Delta \vec{r}$ هم جهت است.

يكاي سرعت متوسط در SI، $\frac{m}{s}$ متر بر ثانيه است.

در حركت روي خط راست محور x يا محور y ، بزرگي سرعت متوسط از رابطه هاي $\overline{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ يا $\overline{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ محاسبه مي شود.

اگر متحرك در جهت مثبت محور مكان جابه جا شود يعني $\Delta x > 0$ باشد، $\overline{V} > 0$ خواهد بود .هم چنين اگر متحرك در خلاف جهت محور مكان جابه جا شود، $\overline{V} < 0$ است.

اغلب، سرعت وسيله هاي نقليه را با يكاي $\frac{km}{h}$ كيلومتر بر ساعت بيان مي كنند:

$$1\frac{m}{s} = 3/6\frac{km}{h} \quad \text{يا} \quad 1\frac{km}{h} = \frac{1}{3/6}\frac{m}{s}$$

مثال :متحركي كه روي خط راست حركت مي كند، در لحظه ي $t_1 = 5s$ در فاصله ي 20متري قبل از مبدأ مكان و در لحظه ي $t_2 = 15s$ در فاصله ي 220متري بعد از مبدأ مكان قرار دارد .سرعت متوسط متحرك را در اين بازه ي زماني برحسب $\frac{m}{s}$ و $\frac{km}{h}$ محاسبه كنيد.

پاسخ:

$$t_1 = 5s \Rightarrow x_1 = -20m$$

$$t_2 = 15s \Rightarrow x_2 = +220m$$

$$\overline{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{220 - (-20)}{15 - 5} = \frac{240}{10} = 24\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \overline{V}_x = 24 \times 3/6 = 86/4\frac{km}{h}$$

مثال :معادله ي حركت متحركي بر روي خط قائم y در SI به صورت $y = 2t^3 - 50$ است . سرعت متوسط آن را در بازه ي زماني $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2s$ محاسبه كنيد.

پاسخ:

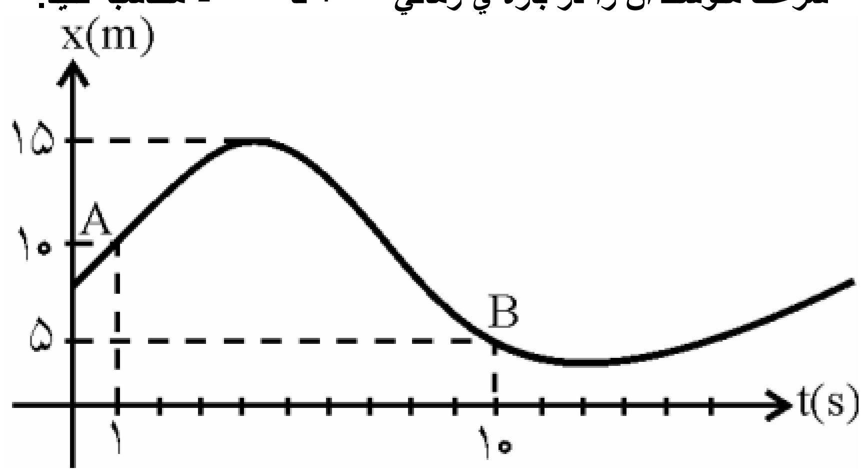
$$t_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -50m$$

$$t_1 = 2s \Rightarrow y_1 = 2(2)^3 - 50 = -34m$$

$$\overline{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_1 - y_0}{t_1 - t_0} = \frac{-34 - (-50)}{2 - 0} = 8\frac{m}{s}$$

بزرگي سرعت متوسط را مي توان با كمك شيب خط واصل دو نقطه ي واقع بر منحني در نمودار مكان - زمان به دست آورد.

مثال :شكل زير، نمودار مكان -زمان متحركي را كه روي خط راست حركت مي كند، نشان مي دهد . سرعت متوسط آن را در بازه ي زماني $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 10s$ محاسبه كنيد.



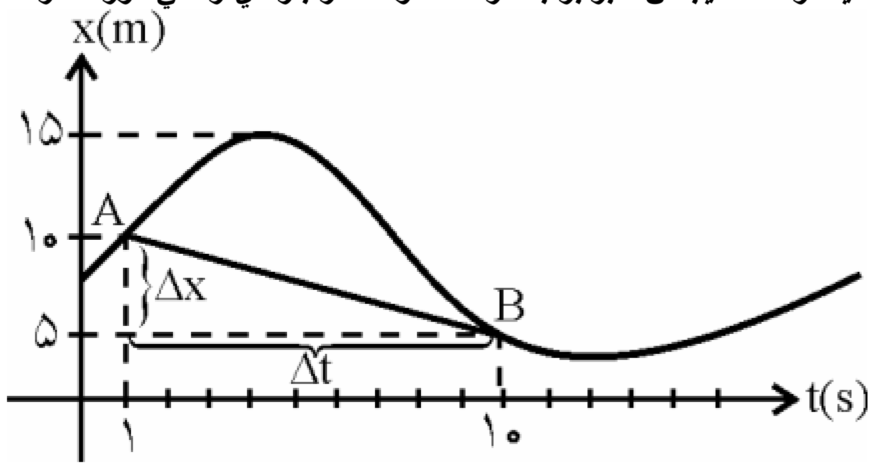
پاسخ :با توجه به نمودار، داريم:

$$t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 10m$$

$$t_2=10s \Rightarrow x_2=5m$$

$$\overline{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{5-(10)}{10-1}=-\frac{5}{9}\frac{m}{s}$$

اگر دو نقطه ي A و B را به هم وصل كنيد، يعني خط AB در نمودار مكان -زمان را نمايش دهيد، مشاهده خواهيد كرد كه شيب آن ، برابر با سرعت متوسط در بازه ي زماني مورد نظر است:



$\overline{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=$ شيب خط AB از نمودار مكان - زمان

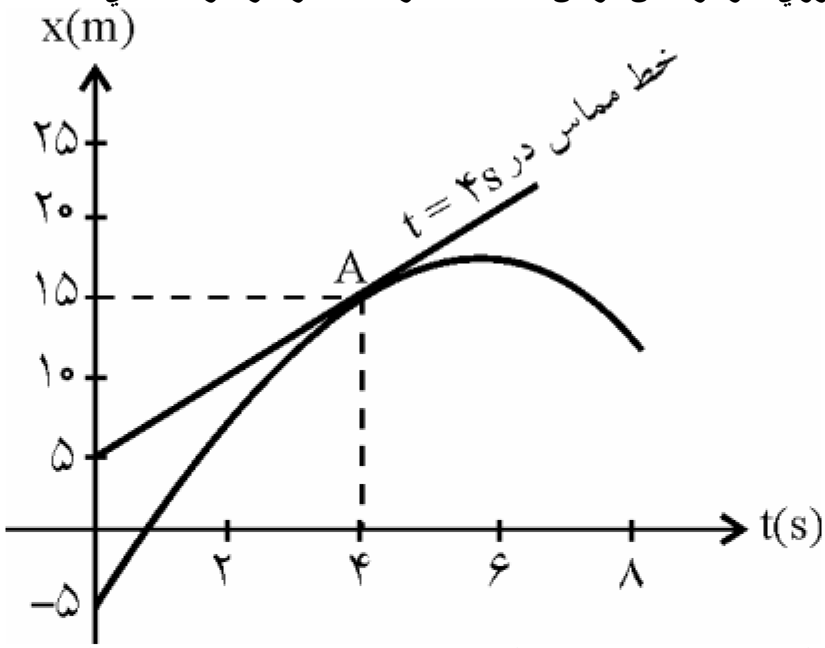
سرعت لحظه اي:

به سرعت متحرك در هر لحظه از حركت يا در هر نقطه از مسير، سرعت لحظه اي مي گويند.

براي به دست آوردن بزرگي سرعت لحظه اي مي توانيم از نمودار مكان -زمان استفاده كنيم . بنابه تعريف، سرعت متحرك در هر لحظه ، برابر با شيب خط مماس بر نمودار مكان - زمان متحرك ، در همان لحظه است

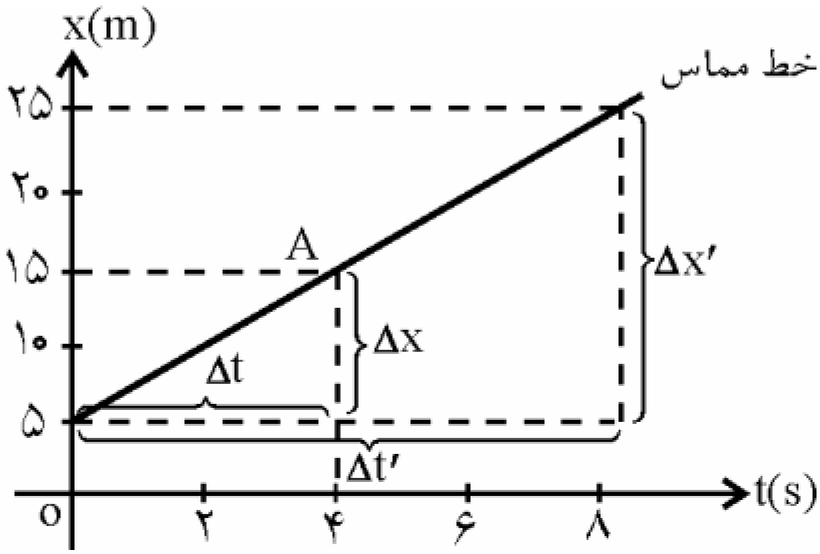
به كمك سرعت متوسط متحرك مي توان جابه جايي آن را در يك بازه ي زماني معين ، به دست آورد $\Delta x = \overline{V}\Delta t$ و هيچ اطلاعات ديگري از قبيل نوع حركت ، جهت حركت و ....به دست نمي‌آيد .اين گونه اطلاعات و بسياري از اطلاعات ديگر را مي توان به وسيله ي سرعت لحظه اي متحرك به دست آورد .در ادامه با بعضي از اين كاربردها آشنا مي شويم.

مثال 4: از روي نمودار مكان -زمان داده شده سرعت متحرك را در لحظه ي $t = 4s$ محاسبه كنيد.



پاسخ :همان طور كه مي دانيم، شيب خط مماس بر نمودار مكان -زمان در لحظه ي $t = 4s$ ، برابر با بزرگي سرعت متحرك در لحظه ي $t = 4s$ است . بنابراين براي به دست آوردن شيب اين خط ، كافي است دو نقطه ي دلخواه روي خط مماس انتخاب كنيم و به كمك مختصه هاي اين دو نقطه ، شيب را محاسبه كنيم.

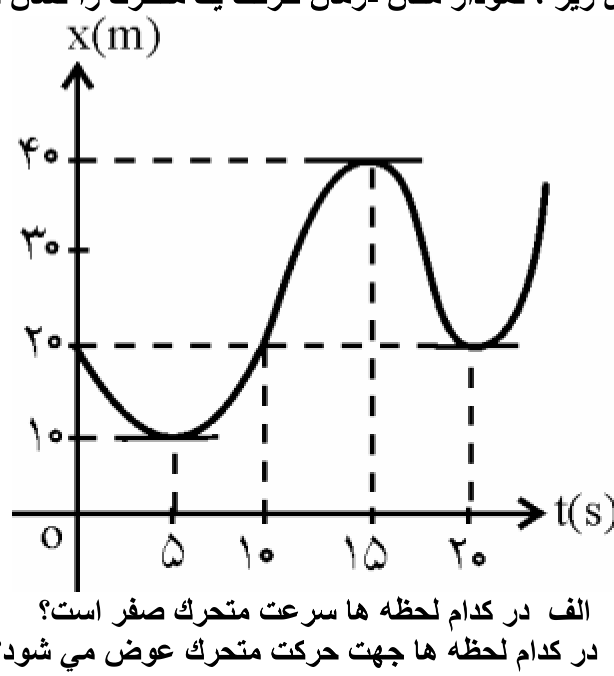
در شكل زير، فقط خط مماس بر منحني را در لحظه ي $t = 4s$ مشاهده مي كنيد:



شیب خط مماس $= \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{4}} = \mathbf{2/5}\frac{m}{s}$

در اغلب حركت ها، سرعت متحرك در هر لحظه با لحظه ي ديگر، تفاوت دارد .گاهي سرعت متحرك به تدريج كم مي شود؛ در اين صورت مي گوييم حركت كندشونده است . گاهي نيز سرعت متحرك ، لحظه به لحظه بيش تر مي شود ، اين نوع حركت را تندشونده مي ناميم . در بعضي از حركت ها، سرعت در يك لحظه صفر مي شود، امّا حركت خاتمه نمي يابد .در اين نوع حركت ، جسم پس از اين كه سرعتش صفر مي شود، برمي گردد جهت حركتش تغيير مي كند، يعني حركت به صورت رفت و برگشت است.

مثال :شكل زير ، نمودار مكان -زمان حركت يك متحرك را نشان مي دهد.



الف در كدام لحظه ها سرعت متحرك صفر است؟

ب در كدام لحظه ها جهت حركت متحرك عوض مي شود؟

پ در كدام بازه ي زماني ، متحرك در خلاف جهت محور مكان حركت مي كند؟

پاسخ :الف در لحظه هاي $t=5s$ ، $t=15s$ و $t=20s$ سرعت متحرك صفر شده است، زيرا در اين لحظه ها، شيب خط مماس بر نمودار مكان -زمان صفر است.

ب در اين نمودار، بعد از لحظه هايي كه سرعت صفر مي شود، جهت حركت تغيير مي كند.

پ هرگاه سرعت متحرك منفي باشد، متحرك در خلاف جهت محور مكان حركت مي كند .از روي نمودار مشاهده مي شود كه شيب نمودار در بازه ي زماني 0 تا $5s$ و نيز در بازه ي زماني $15s$ تا $20s$ منفي است.

حركت يكنواخت بر روى خط راست

در اين نوع حركت، اندازه و جهت سرعت جسم ثابت است و سرعت متوسط در هر بازه ي زماني دلخواه ، با سرعت لحظه اي برابر است . معادله ي مكان -زمان اين نوع حركت به صورت $x=Vt+x_0$ است.

با توجه به معادله ي مكان -زمان ، نمودار مكان -زمان حركت يكنواخت ، خط راستي است كه شيب آن سرعت جسم (V) و طول از مبدأ آن مكان اوليه ي جسم (x_0) است:

$$\text{شيب نمودار}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=V$$

براي رسم نمودار مكان -زمان اين نوع حركت، كافي است دو نقطه از آن را داشته باشيم.

اگر سرعت مثبت $(V>0)$ باشد، شيب نمودار مثبت است.

اگر سرعت منفي $(V<0)$ باشد، شيب نمودار منفي است.

مثال :6 جسمي با سرعت ثابت $36\frac{km}{h}$ در جهت منفي محور x در حال حركت است . جسم در مبدأ زمان در 5 متري سمت راست مبدأ است.

الف معادله ي حركت جسم را بنويسيد.

ب در $t=2s$ مكان جسم را تعيين كنيد.

پ جابه جايي جسم را در 10 ثانيه ي اول حركت به دست آوريد.

ت نمودار مكان - زمان حركت جسم را رسم كنيد.

پاسخ:

الف

$$V=-36\frac{km}{h}\div 3/6=-10\frac{m}{s}\ ,t=0\Rightarrow x_0=+5m$$

$$x=Vt+x_0\Rightarrow x=-10t+5$$

ب

$$t=2s\Rightarrow x_1=-10\times 2+5=-15m$$

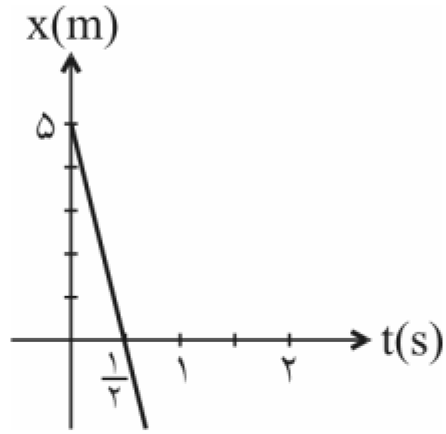
پ

$$x=Vt+x_0\Rightarrow \Delta x=x-x_0=Vt=-10t$$

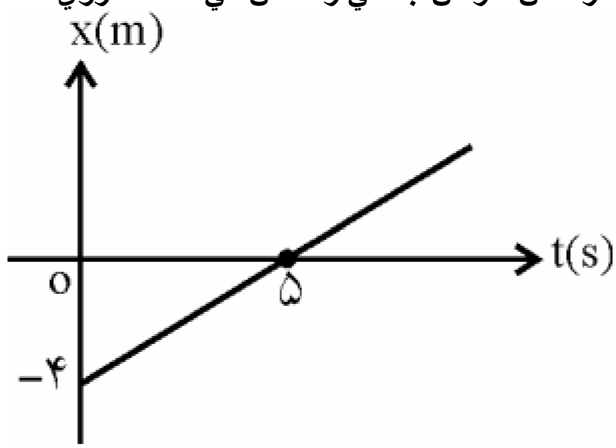
$$\Rightarrow \Delta x=-10\times 10=-100m$$

ت

$t(s)$	0	$\frac{1}{2}$
$x(m)$	5	0



مثال 7: شکل زیر ، نمودار مکان - زمان جسمي را نشان مي دهد که روي خط مستقيم حرکت مي کند.



الف معادله ي حرکت جسم را بنويسيد.

ب سرعت متوسط جسم در بازه ي زماني 2 تا 5 ثانيه چند متر بر ثانيه است؟

پ در $t = 3s$ مکان جسم را تعيين کنيد.

ت جهت حرکت جسم را مشخص کنيد.

پاسخ:

الف

$$\bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-(-4)}{5-0} = 0/8\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x = 0/8t - 4$$

ب نمودار مکان -زمان جسم به صورت خط راست است؛ بنابراين حرکت ، يکنواخت و سرعت آن ثابت است يعني سرعت متوسط در بازه هاي زماني مختلف برابر سرعت لحظه اي و برابر 0/8 متر بر ثانيه است.

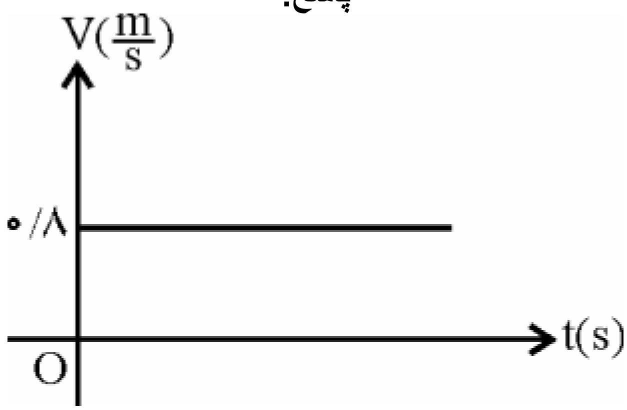
پ
$$t = 3s \Rightarrow x = 0/8 \times 3 - 4 = -1/6m$$

ت سرعت جسم مثبت است، بنابراين جسم در جهت مثبت محور مکان حرکت مي کند.

نمودار سرعت -زمان در حرکت يکنواخت بر روي خط راست

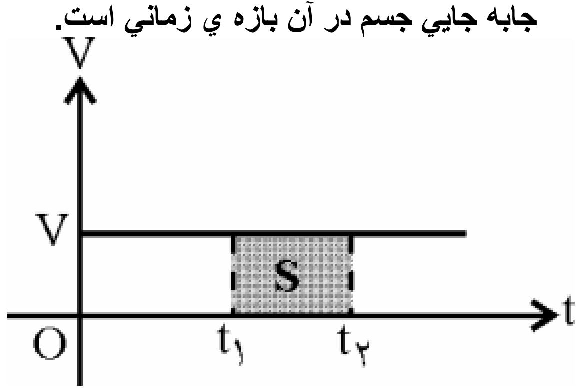
چون در حركت يكنواخت ، سرعت جسم ثابت است ، بنابراين نمودار سرعت -زمان ، خط راستي موازي محور زمان است.

مثال :نمودار سرعت -زمان مثال قبل را رسم كنيد.
پاسخ:



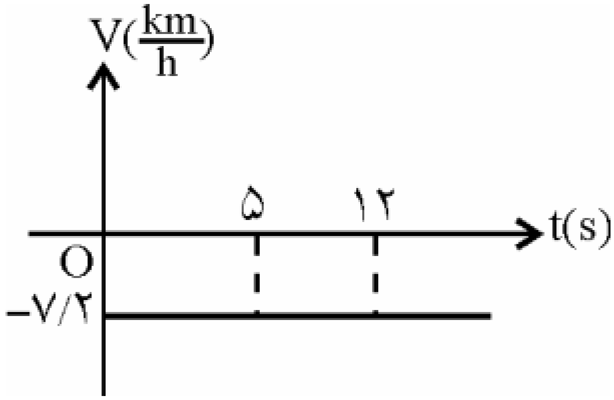
$V = 0/8 \frac{m}{s}$

مساحت سطح محصور بين نمودار سرعت -زمان و محور زمان در هر بازه ي زماني معين ، برابر جابه جايي جسم در آن بازه ي زماني است.



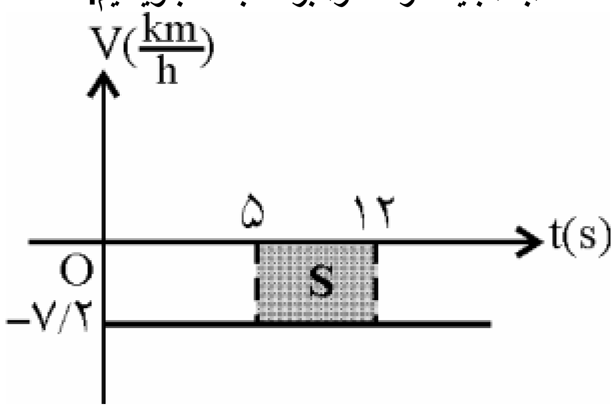
$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow S = \Delta x = V\Delta t$

مثال :نمودار سرعت -زمان جسمي كه روي خط راست حركت مي كند، مطابق شكل زير است . جابه جايي جسم را در بازه ي زماني 5تا 12 ثانيه به دست آوريد.



پاسخ:

ابتدا باید سرعت را برحسب $\frac{m}{s}$ بنویسیم:



$$V = -7/2 \div 3/6 = -2\frac{m}{s}$$
$$S = \Delta x = -2(12-5) = -14m$$

حرکت شتاب دار :اگر اندازه بزرگي یا جهت بردار سرعت و یا هر دو تغيير کند، حرکت را شتاب دار مي ناميم.

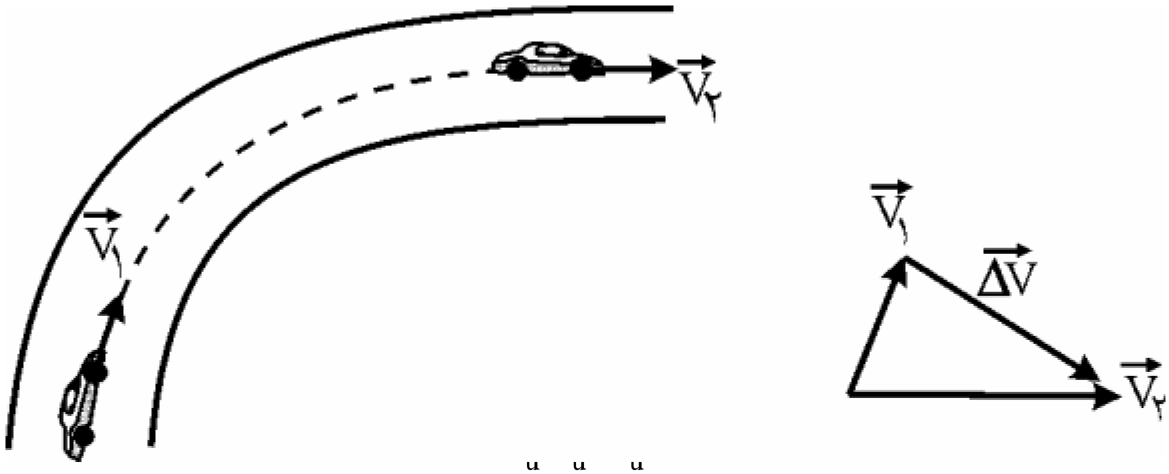
شتاب متوسط : نسبت تغييرات سرعت به زمان تغيير آن را شتاب متوسط مي گوييم، که آن را با نماد $\vec{a}$ نشان مي دهيم.

یکاي شتاب در SI متر بر مجذور ثانيه $(\frac{m}{s^2})$ است.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1}$$

شتاب ، کميتي برداري است . توجه کنيد که حاصل ضرب يك کميت نرده اي $(\frac{1}{\Delta t})$ در يك بردار $(\Delta \vec{V})$ يك کميت برداري خواهد بود.

جهت شتاب همان جهت تغييرات سرعت $(\Delta \vec{V})$ است Δt .همواره مثبت است با توجه به شکل، اگر $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ به ترتيب سرعت لحظه اي در زمان هاي t_1 و t_2 باشند، داريم:

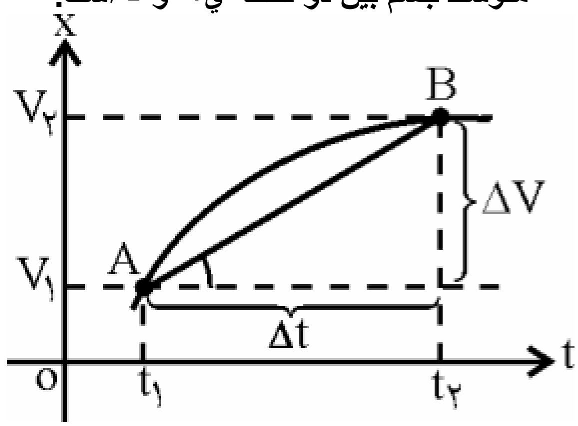


$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$

در حركت شتاب دار روي خط راست ، راستاي سرعت تغيير نمي كند، بلكه اندازه ي آن تغيير مي كند؛ بنابراين بردارهاي شتاب و سرعت لحظه اي هم راستا هستند.

نمودار سرعت -زمان در حركت شتاب دار:

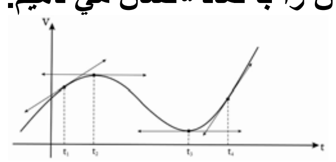
در اين نمودار، شيب خطي كه نمودار سرعت -زمان را در لحظه‌ها ي t_1 و t_2 قطع مي كند، برابر شتاب متوسط جسم بين دو لحظه ي t_1 و t_2 است.

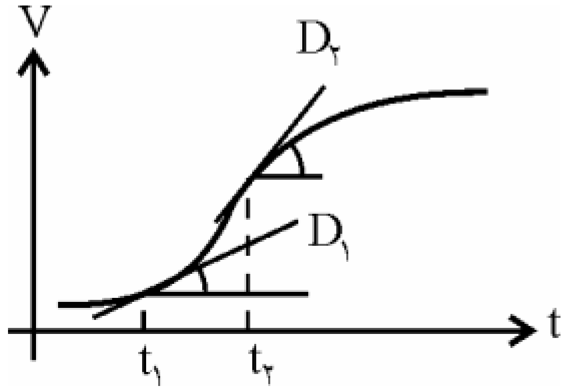


شيب خط AB $= \frac{\Delta V}{\Delta t} = \bar{a}$

شتاب لحظه اي:

شيب خط مماس بر نمودار سرعت -زمان در هر لحظه را شتاب لحظه اي جسم در آن لحظه مي ناميم و آن را با نماد a نشان مي دهيم.

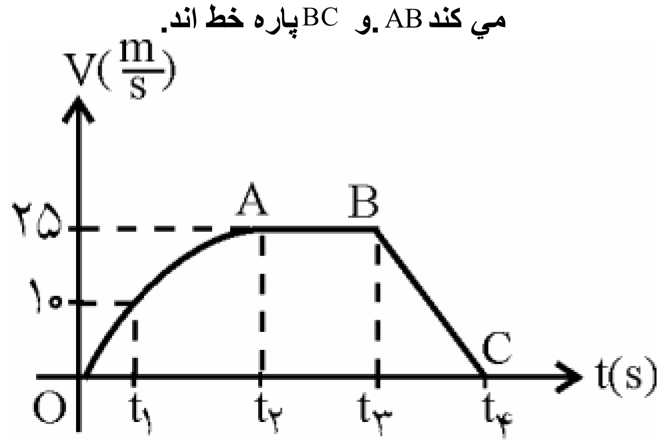




مماس خط شيب $a_1 = D_1$

شيب خط مماس $a_2 = D_2$

مثال :شكل زير، نمودار سرعت -زمان يك دوچرخه سوار را نشان مي دهد كه در مسير مستقيم حركت مي كند AB و BC پاره خط اند.



الف شتاب متوسط دوچرخه سوار را بين لحظه هاي $t_1 = 2s$ و $t_3 = 6s$ به دست آوريد.

ب شتاب لحظه اي دوچرخه سوار را در لحظه هاي $t_1 = 2s$ و $t = 6s$ مقايسه كنيد.

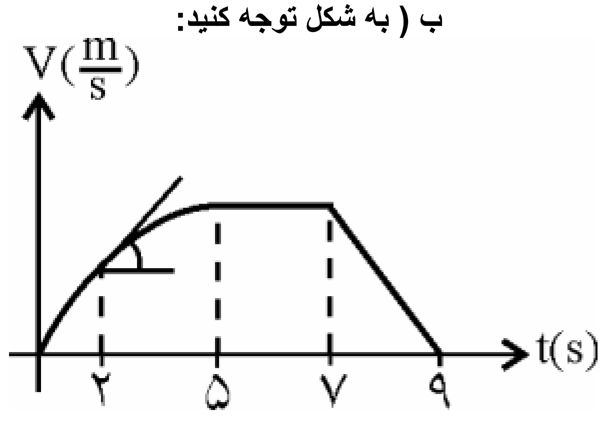
پ اندازه ي جابه جايي او را در بازه ي زماني $t_2 = 5s$ و $t_4 = 9s$ حساب كنيد.

پاسخ:

الف(

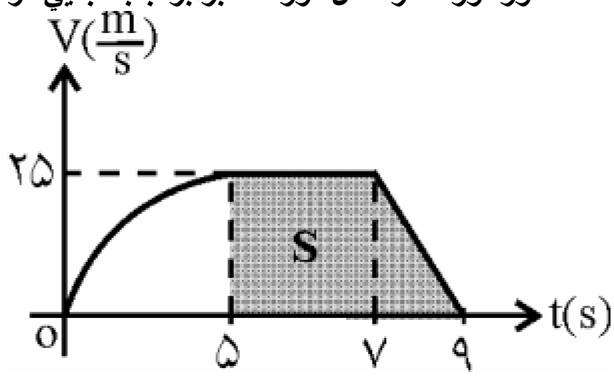
$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_3 - V_1}{t_3 - t_1} = \frac{25-10}{7-2} = 3\frac{m}{s^2}$$

ب (به شكل توجه كنيد:



شتاب در لحظه ي $t_1 = 2s$ برابر a_1 و بزرگ تر از صفر است و در لحظه ي $t_3 = 6s$ برابر صفر است، زيرا شيب خط مماس بر نمودار در لحظه ي t_3 برابر صفر است . پس شتاب لحظه اي در t_1 بيش تر از t_3 است.

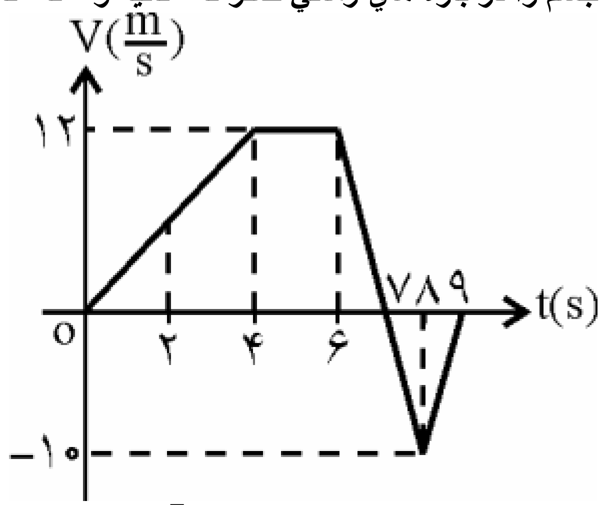
پ مساحت قسمت هاشورخورده در شكل ذوزنقه برابر جابه جايي در اين بازه است:



$$S = \Delta x = \frac{1}{2}[(7-5)+(9-5)]\times 25 = 75m$$

مثال :شكل روبه رو ، نمودار سرعت -زمان متحركي را كه در يك مسير مستقيم حركت مي كند ، نشان مي دهد.

الف شتاب متوسط جسم را در بازه هاي زماني صفر تا 6ثانيه و 4تا 9ثانيه به دست آوريد.



ب شتاب لحظه اي آن را در $t = 5s$ و $t = 7s$ حساب كنيد.

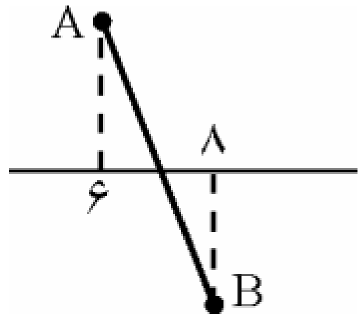
پ مسافت طي شده و جابه جايي كل حركت چند متر است؟ $(x_0 = 0)$

پاسخ :الف

$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{12-0}{6-0} = 2\frac{m}{s^2}$ صفر تا 6 ثانيه

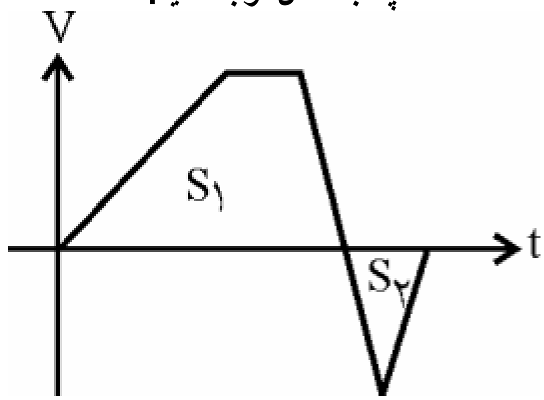
$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-12}{9-4} = \frac{-12}{5} = -2/4\frac{m}{s^2}$ 4 تا9ثانيه

ب در بازه ي 4تا 6ثانيه ، سرعت ثابت و شتاب صفر است . بنابراين $t = 5s \Rightarrow a = 0$:



$t = 7s \Rightarrow$ شیب خط $AB = a = \frac{-10-(12)}{8-6} = -11\frac{m}{s^2}$

پ به شکل توجه کنید:



$$\Delta x = S_1 + S_2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}\times 12(2+7) + \frac{1}{2}\times 2\times(-10)$$

$$\Delta x = 54 - 10 = 44m$$

توجه کنید مسافت طي شده برابر مجموع مساحت هاست عدد مساحت مثبت است.

$$x = S_1 + S_2$$

$$x = 54 + 10 = 64m$$

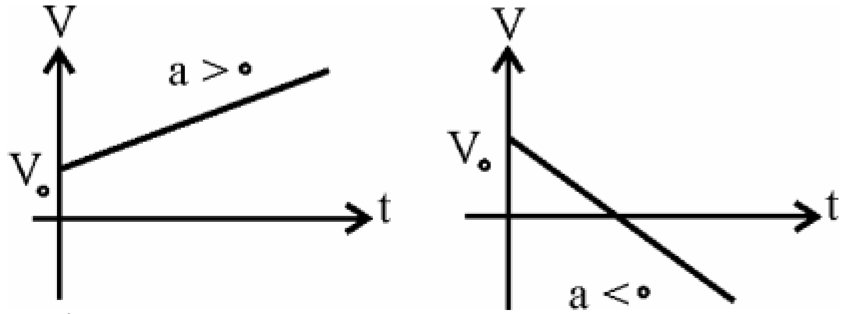
حرکت روی خط راست با شتاب ثابت

در این حرکت ، اندازه و جهت شتاب ثابت است، بنابراین شتاب متوسط و شتاب لحظه اي با هم برابرند .اگر سرعت اولیه ي متحرك سرعت در $t = 0$ را V_0 و سرعت آن در لحظه ي t را V بگیریم ؛ داریم:

$$\bar{a} = a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t} \Rightarrow V = at + V_0$$

معادله ي بالا، معادله ي سرعت -زمان این حرکت است.

نمودار سرعت -زمان در این نوع حرکت، خطي است که شیب آن برابر با شتاب حرکت است $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$.



در این حرکت مي توان سرعت متوسط را از رابطه ي زير به دست آورد:

$$\bar{V}=\frac{V+V_0}{2}$$

همچنين معادله ي مکان -زمان این نوع حرکت به صورت زير است:

$$x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0$$

که در رابطه ي بالا، x_0 مکان اوليه ي متحرك در مبدأ زمان است . معادله ي مستقل از زمان اين حرکت نيز به صورت زير است:

$$V^2-V_0^2=2a(x-x_0)$$

حرکت شتاب دار تندشونده و کندشونده روي خط راست

اگر بزرگي اندازه سرعت افزايش يابد، حرکت را تندشونده مي گوييم . در اين حالت حاصل ضرب سرعت اوليه در شتاب مثبت است، a و V_0 هم علامت $aV_0>0$

اگر بزرگي سرعت کاهش يابد حرکت را کندشونده مي گوييم . در اين حالت حاصل ضرب سرعت اوليه در شتاب منفي است a :و V_0 0 با علامت مخالف هم $aV_0<0$

در حرکت شتاب دار کندشونده ، لحظه اي فرا مي رسد که جسم متوقف مي شود $(V=0)$ ؛ اين زمان را زمان توقف مي گويند.

$$t=\frac{-V_0}{a}$$

جابه جايي جسم در اين مدت را» خط ترمز «مي گويند.

$$\Delta x=\frac{-V_0^2}{2a}$$

مثال :راننده ي خودرويي با سرعت $108\frac{km}{h}$ روي جاده ي مستقيمي در حرکت است که ناگهان با ديدن مانعي که در فاصله ي 30متري او قرار دارد ، ترمز مي کند .اگر زمان عکس العمل راننده 0/5ثانيه باشد:

الف در مدت عکس العمل ، راننده چه مسافتي را مي پيمايد؟

ب اگر اندازه ي شتاب بعد از ترمز $20\frac{m}{s^2}$ باشد ، طول خط ترمز را به دست آوريد.

پ (آيا خودرو، با مانع برخورد مي کند؟

پاسخ:

الف در زمان عکس العمل ، سرعت اتومبيل ثابت است.

$$V_0 = 108\frac{km}{h} \div 3/6 = 30\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = V_0 \Delta t = 30 \times 0/5 = 15m$$

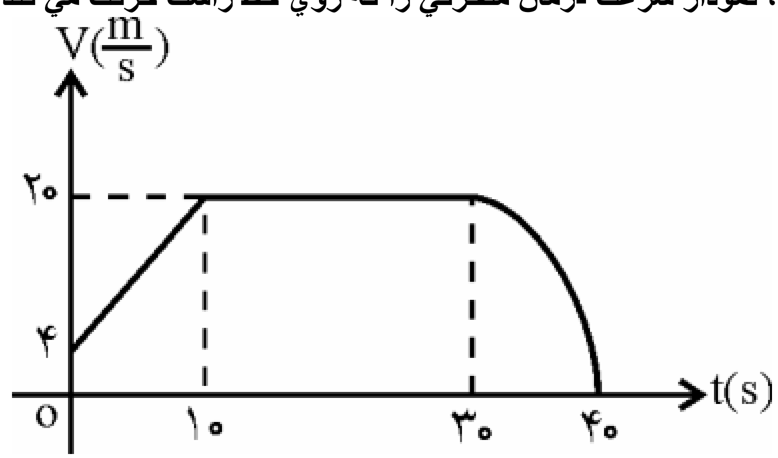
ب

$$\Delta x_2 = \frac{-V_0^2}{2a} = \frac{-(30)^2}{2\times(-20)} = 22/5m$$

پ بله ، زيرا مسير پيموده شده بيش تر از فاصله ي خودرو تا مانع است.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 15 + 22/5 = 37/5m > 30m$$

مثال :شكل زير ، نمودار سرعت -زمان متحركي را كه روي خط راست حركت مي كند، نشان مي دهد.



الف نوع حركت را در بازه هاي زماني $(0,10s)$ ، $(30s,40s)$ $(10s,30s)$ تعيين كنيد.

ب معادله ي حركت را در بازه ي زماني $(0,10s)$ بنويسيد $(x_0 ; 10m)$.

پ شتاب متوسط حركت را در بازه ي زماني $(30s,40s)$ حساب كنيد.

پاسخ:

الف شيب نمودار در بازه ي زماني $(0,10s)$ ثابت است . در نتيجه شتاب حركت ، ثابت است . حركت شتاب دار با شتاب ثابت تندشونده است . توجه كنيد اندازه ي سرعت از $4\frac{m}{s}$ به $20\frac{m}{s}$ افزايش يافته است.

$$V_0 = 4\frac{m}{s} > 0 \ , \ a > 0 \ \Rightarrow \ a V_0 > 0$$

در بازه ي زماني $(10s,30s)$ حركت با سرعت ثابت است.

$$V_0 = 20\frac{m}{s} \ , \ a = 0$$

شتاب حركت در بازه ي زماني $(30s,40s)$ ثابت نيست.

$$V_0 = 20\frac{m}{s} \ , \ a < 0 \Rightarrow aV_0 < 0$$

در اين بازه حركت شتاب دار با شتاب متغير كندشونده است، توجه كنيد بزرگي سرعت از 20متر بر ثانيه تا صفر كاهش يافته است.

ب

$$a_1=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{20-4}{10-0}=1/6\frac{m}{s^2}\ ,\ V_0=4\frac{m}{s}$$

$$x_1=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}(1/6)t^2+4t+10$$

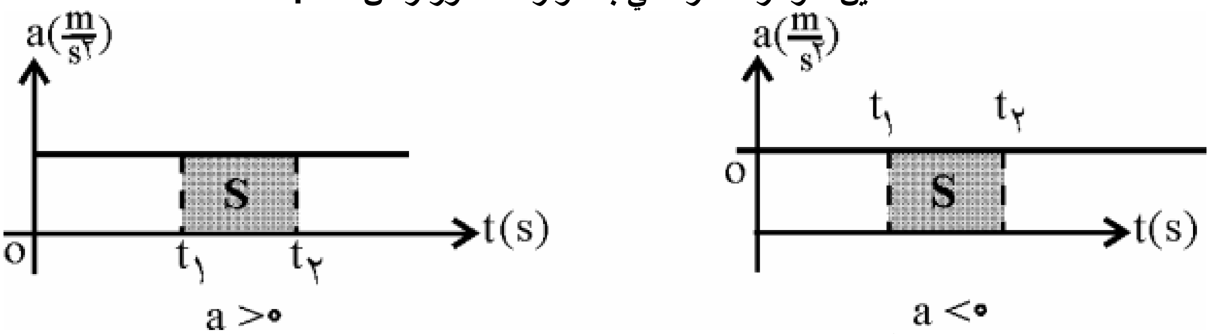
$$\Rightarrow x_1=0/8t^2+4t+10$$

پ

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{0-20}{40-30}=-2\frac{m}{s^2}$$

نمودار شتاب -زمان در حركت روي خط راست با شتاب ثابت

اين نمودار خط راستي به موازات محور زمان است.



توجه كنيد مساحت سطح محصور بين نمودار شتاب -زمان و محور زمان در يك بازه ي زماني معين برابر تغييرات سرعت (ΔV) در آن بازه ي زماني است:

$$S=\Delta V=a\Delta t$$

نمودار مكان -زمان حركت روي خط راست با شتاب ثابت

معادله ي حركت مكان -زمان برحسب زمان از درجه ي دوم است $x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0$ **:**

بنابراين نمودار مكان -زمان يك سهمي است.

اگر $a>0$ باشد، نمودار داراي مي نيمم و اگر $a<0$ باشد، نمودار داراي ماكزيمم است.

شيب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر سرعت جسم در آن لحظه است.

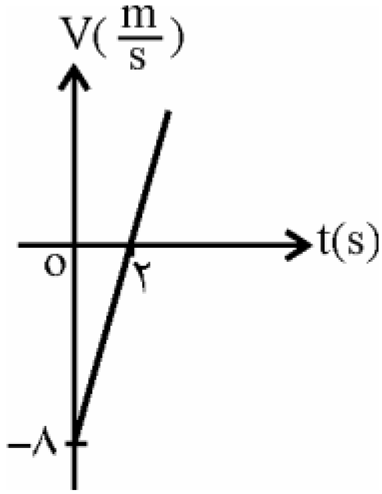
در نقطه هاي اكسترمم ماكزيمم يا مي نيمم سرعت جسم صفر مي شود و بعد از آن تغيير جهت مي دهد.

مثال :معادله ي حركت جسمي كه روي خط راست حركت مي كند، در SI به صورت $x=2t^2-8t+\frac{7}{2}$ **است . نمودارهاي سرعت -زمان و مكان -زمان آن را رسم كنيد.**

پاسخ :با توجه به معادله ي حركت $x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0$ **داريم :**

$$x_0=\frac{7}{2}m\quad ,\quad V_0=-8\frac{m}{s}\quad ,\quad a=4\frac{m}{s^2}$$

بنابراين به راحتي نمودار سرعت -زمان رسم مي شود:



$V(\frac{m}{s})$	0	−8
t(s)	2	0

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 4t - 8$$

براي رسم نمودار مكان -زمان ، ريشه هاي معادله را به دست مي‌آوريم:

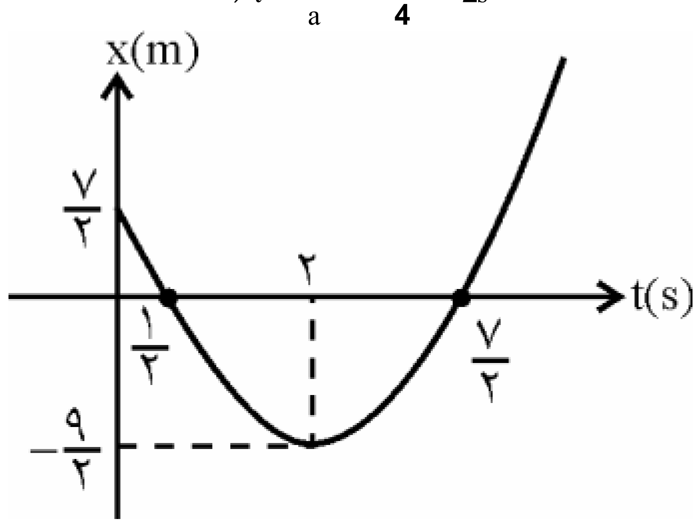
$$x = 2t^2 - 8t + \frac{7}{2} = 0$$

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{(4)^2 - 2(\frac{7}{2})}}{2} = \frac{4 \pm 3}{2} = \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2}s \\ t_2 = \frac{7}{2}s \end{cases}$$

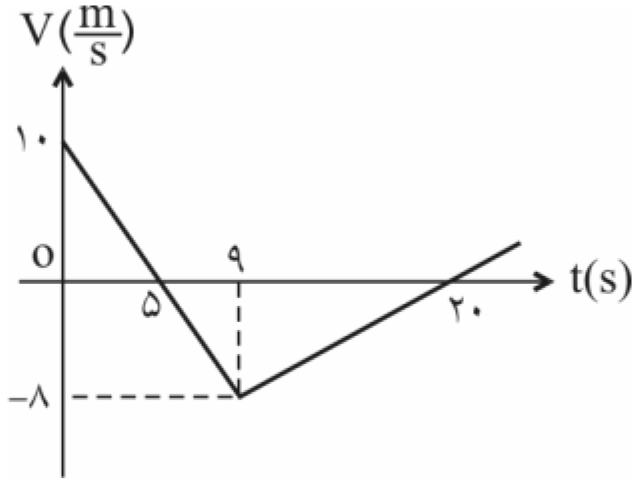
زمان توقف

$$(V = 0)$$

$$\Rightarrow t = \frac{-V_0}{a} = \frac{-(-8)}{4} = 2s$$

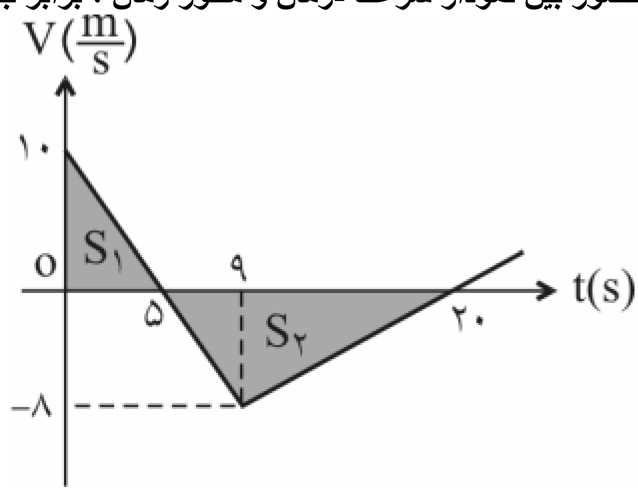


مثال :نمودار سرعت -زمان خودرويي روي خط راست ، مطابق شكل زير است . سرعت متوسط خودرو در مدت 20 ثانيه چند متر بر ثانيه است؟



پاسخ:

مساحت سطح محصور بين نمودار سرعت -زمان و محور زمان ، برابر جابه جايي است.



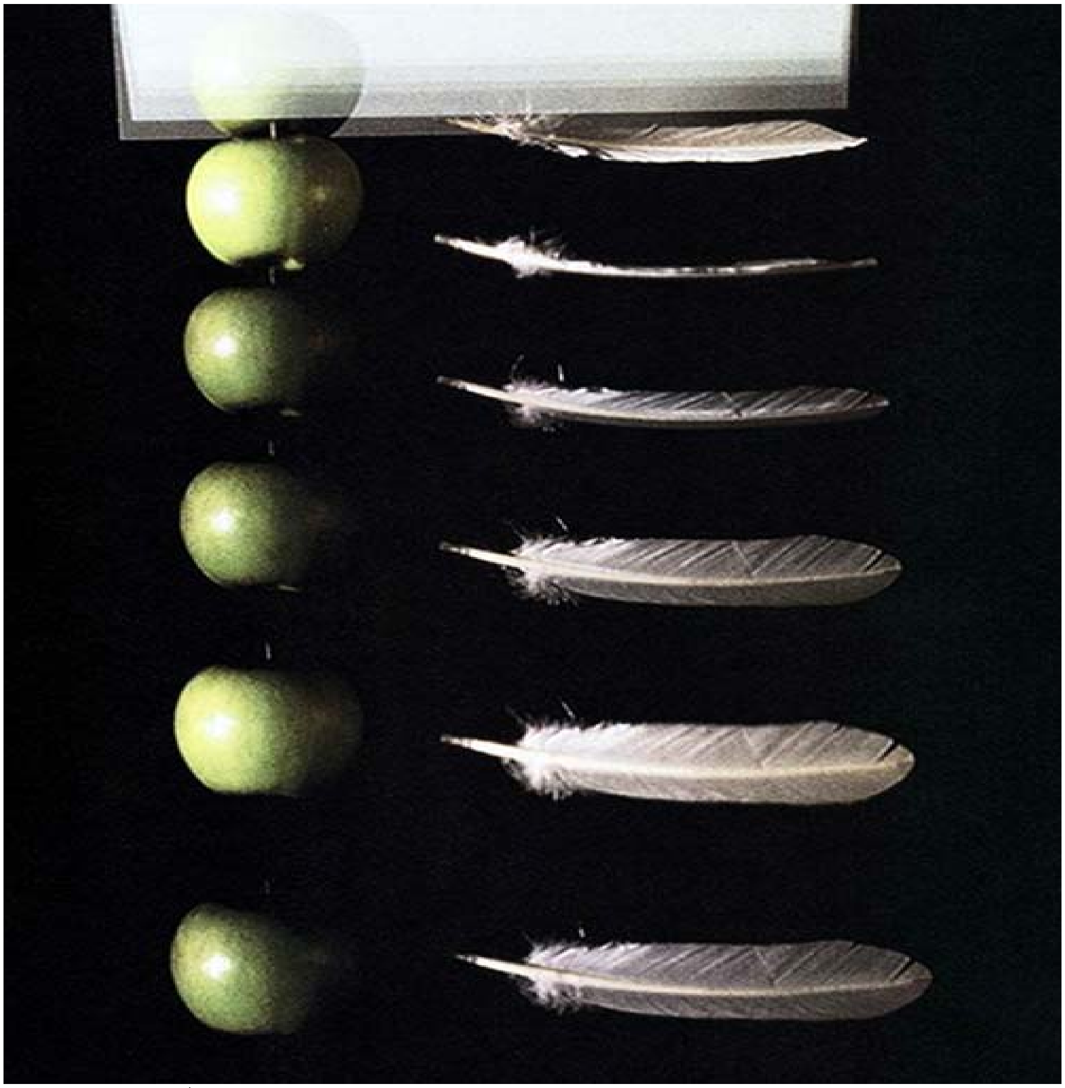
$$\Delta x = S_1 + S_2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(10)(5) + \frac{1}{2}(20-5)(-8) = 25 - 60 = -35\text{m}$$

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-35}{20} = -1/75\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سقوط آزاد

يكي از نمونه هاي حركت روي خط راست با شتاب ثابت ، سقوط آزاد است.



در اين حركت ، به جسم تنها نيروي وزن وارد مي شود و شتاب حركت همواره ثابت و برابر شتاب گرانش زمين است

براي حل مسأله هاي سقوط آزاد معمولاً نقطه ي شروع حركت را مبدأ مختصات مي گيريم و جهت مثبت محور مكان را رو به پايين در نظر مي گيريم $(a = g)$.

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t \\ V = gt + V_0 \\ V^2 - V_0^2 = 2gy \end{cases}$$

بزرگي شتاب گرانش در نزديكي سطح زمين نزديك بـه $9/8\frac{m}{s^2}$ است كه بـراي سهولـت در محـاسبه اغلب

$g ; \ 10\frac{m}{s^2}$ فرض مي شود.

مثال :گلوله اي از بالاي ساختماني به ارتفاع100متر رها مي شود .زمان رسيدن گلوله به سطح زمين و سرعت آن در لحظه ي برخورد به زمين را حساب كنيد $g \simeq 10\frac{m}{s^2}$.، از مقاومت هوا صرف نظر كنيد.

پاسخ:

چون جسم رها شده است، $V_0=0$. بنابراين ، داريم:

$$y=\frac{1}{2}gt^2$$

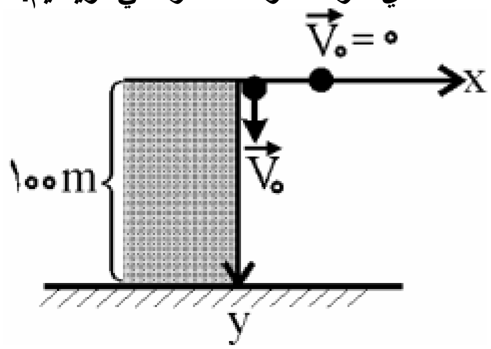
$$+100=\frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t=2\sqrt{5}s$$

$$V^2=2gy=2(10)(100) \Rightarrow V=20\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$$

مثال :سنگي را از ارتفاع 100متري سطح زمين رها مي كنيم . دو ثانيه بعد، سنگ ديگري را با سرعت اوليه ي $30\frac{m}{s}$ در راستاي قائم رو به پايين پرتاب مي كنيم . آيا سنگ دوم قبل از برخورد سنگ اول به زمين، به آن مي رسد؟ $g \simeq 10\frac{m}{s^2}$

پاسخ:

معادله ي حركت دو سنگ را مي نويسيم:



$y_1=\frac{1}{2}gt_1^2$ اول سنگ

$y_2=\frac{1}{2}gt_2^2+V_0t_2$ دوم سنگ

$$t_1=t_2+2$$

اگر دو سنگ به هم برسند يعني در يك مكان قرار داشته باشند، داريم:

$$y_1=y_2$$

$$\frac{1}{2}g(t_2+2)^2=\frac{1}{2}gt_2^2+V_0t_2$$

$$5(t_2+2)^2=5t_2^2+30t_2 \Rightarrow 5t_2^2+20t_2+20=5t_2^2+30t_2$$

$$20=10t_2 \Rightarrow t_2=2s \quad , \quad t_1=4s$$

زمان برخورد سنگ اوّل به زمين برابر است با:

$$y_1=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 100=5t^2 \Rightarrow t=\sqrt{20} \simeq 4/47s$$

بنابراین چون $t_1 < t$ است ، قبل از برخورد اولي به زمین ، دو سنگ به هم مي رسند.

پرتاب به طرف بالا در راستای قائم

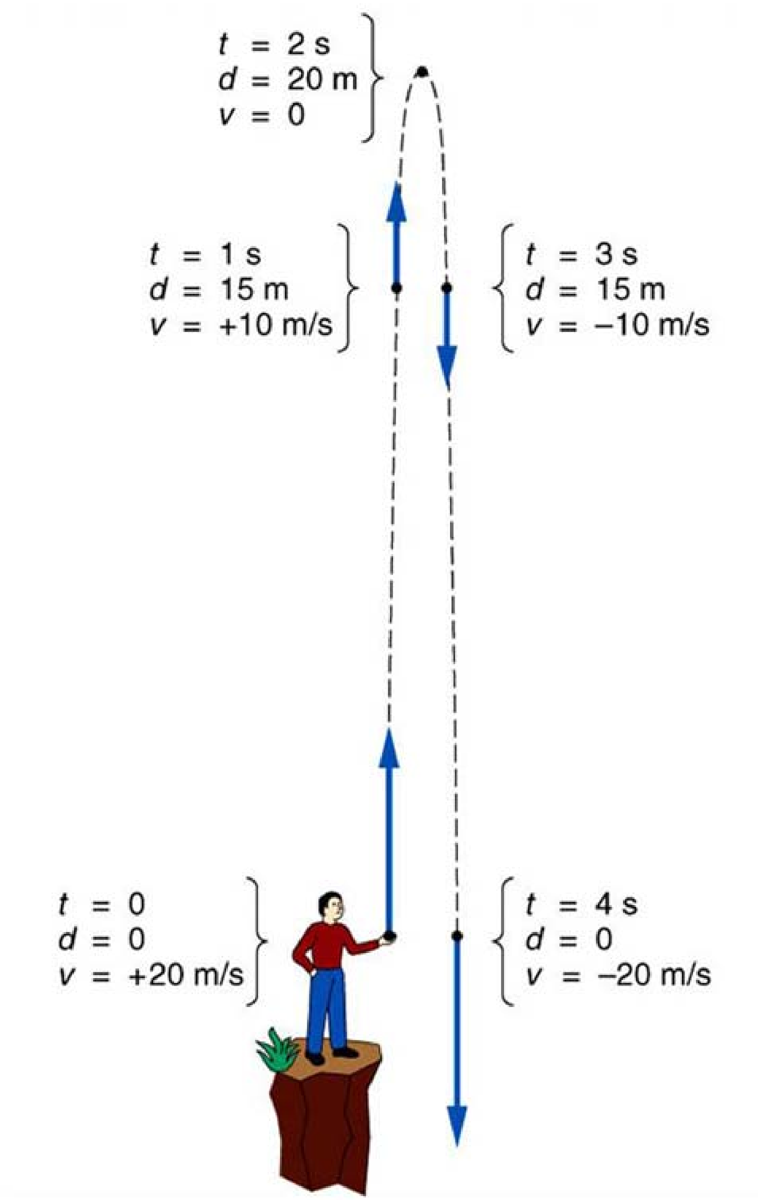
جسمي را در شرایط خلأ با سرعت اولیه ي V_0 در راستاي قائم رو به بالا پرتاب مي کنیم . در این صورت نقطه ي پرتاب را مبدأ مختصات و جهت محور y را رو به بالا در نظر مي گیریم . در حل مسایل به نکته هاي زیر توجه کنید:

١.شتاب در طول حرکت ثابت و برابر با $-g$ است ، چون شتاب در خلاف جهت محور y است.

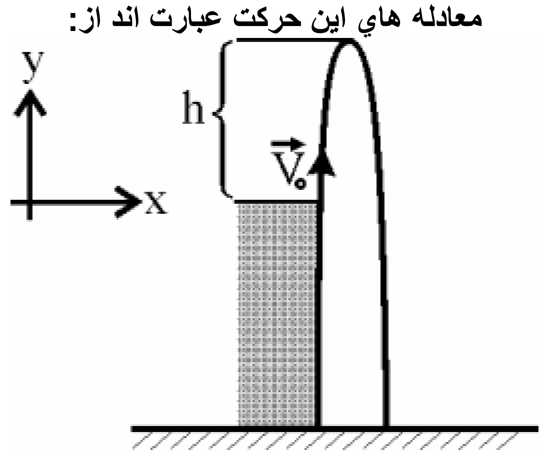
٢ . اگر جسم بالاي مبدأ پرتاب باشد،$y > 0$ و اگر پایین مبدأ باشد،$y < 0$ است.

٣ . هنگام بالا رفتن، سرعت جسم مثبت $(V > 0)$ و هنگام پایین آمدن، سرعت آن منفي است . $(V < 0)$ چرا؟

٤ . هنگام بالا رفتن$V > 0$ و شتاب $a < 0$ است ، در نتیجه سرعت و شتاب خلاف جهت هم هستند و حرکت تا نقطه ي اوج که جسم متوقف مي شود $(V = 0)$ کندشونده است . هنگام پایین آمدن ، شتاب و سرعت هم جهت اند؛ در نتیجه حرکت تا برخورد جسم به زمین تندشونده است.



معادله هاي اين حركت عبارت اند از:



$$y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0t$$

$$V=-gt+V_0$$

$$V^2-V_0^2=-2gy$$

$$V=0\Rightarrow\begin{cases}t_{\text{اوج}}=+\frac{V_0}{g}\\ h_{\text{اوج}}=\frac{+V_0^2}{2g}\end{cases}$$

مثال :جسم کوچکي را با سرعت $25\frac{m}{s}$ از سطح زمين ، قائم روبه بالا پرتاب مي کنيم.

الف سرعت و مکان جسم را $2s$ و $3s$ بعد از پرتاب مشخص کنيد.

ب زمان رسيدن به اوج و ارتفاع اوج را از زمين به دست آوريد.

پ چه مدت بعد از پرتاب و با چه سرعتي ، جسم به زمين مي رسد؟ $g\,;\;10\frac{m}{s^2}$

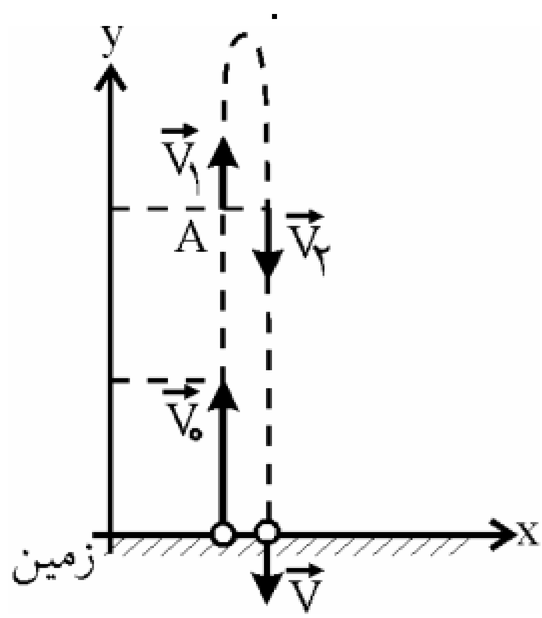
پاسخ:

الف

$$V=-gt+V_0$$

$$V_1=-10\times2+25=5\frac{m}{s}$$

V_1 مثبت و در جهت محور y يعني رو به بالاست . بنابراين در اين لحظه ، جسم در حال بالا رفتن است



$$y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0t\Rightarrow y_1=-5\times4+25\times2=30m$$

$$V_2=-10\times3+25=-5\frac{m}{s}$$

V_2 منفي و در خلاف جهت محور y يعني رو به پايين است . در اين لحظه ، جسم در حال پايين آمدن است.

$$y_2 = -5\times 9 + 25\times 3 = 30\text{m}$$

چون y_1 و y_2 برابرند، بنابراين در لحظه ي $t_1 = 2\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$ ، جسم در يك مكان نقطه ي A بوده است . در لحظه ي t_1 هنگام بالا رفتن و در لحظه ي t_2 هنگام پايين آمدن است.

ب

$$t_{\text{اوج}} = \frac{V_0}{g} = \frac{25}{10} = 2/5\text{s}$$

$$y_{\text{اوج}} = h = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{625}{20} = 31/25\text{m}$$

پ   در لحظه ي رسيدن به زمين ، $y = 0$ مي شود زيرا جسم در مبدأ مختصات است، داريم:

$$y = -5t^2 + 25t = 0 \Rightarrow -5t(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5\text{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = -10\times 5 + 25 = -25\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مشاهده مي كنيد كه زمان رفت و برگشت تا نقطه ي پرتاب ، دو برابر زمان رسيدن به اوج است .
علاوه بر آن ، سرعت جسم در لحظه ي رسيدن به نقطه ي پرتاب ، قرينه ي سرعت اوليه است.

مثال :از بالاي يك پشت بام به ارتفاع 60 متر، سنگي را با سرعت $72\frac{\text{km}}{\text{h}}$ در راستاي قائم در شرايط خلأ رو به بالا پرتاب مي كنيم $g ; 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

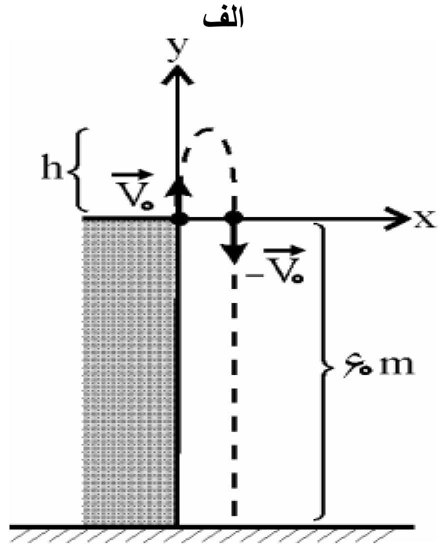
الف ارتفاع اوج و زمان رسيدن به اوج را حساب كنيد.

ب سرعت جسم در لحظه ي برخورد به زمين را حساب كنيد.

پ (زمان كل حركت چند ثانيه است؟

پاسخ:

الف



$$V_0 = 72 \div 3/6 = 20\frac{m}{s}$$

$$h = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{(20)^2}{2(10)} = 20m$$

$$t = \frac{V_0}{g} = \frac{20}{10} = 2s$$

ب مبدأ را در مكان پرتاب گلوله در نظر مي گيريم . در لحظه اي كه سنگ به زمين مي رسد، در زير مبدأ و در y هاي منفي است . در اين لحظه، فاصله ي آن از نقطه ي پرتاب 60متر است؛ داريم:

$$y = -60m$$

$$V^2 - V_0^2 = -2gy$$

$$V^2 - 400 = -20(-60) \Rightarrow V^2 = 1600 \Rightarrow V = \pm 40\frac{m}{s}$$

در لحظه ي رسيدن به زمين ، سرعت جسم روبه پايين و در خلاف جهت محور y است ، در نتيجه

جواب $V = -40\frac{m}{s}$ **قابل قبول و** $V = +40\frac{m}{s}$ **غيرقابل قبول است.**

پ

$$V = -gt + V_0$$

$$-40 = -10t + 20 \Rightarrow t = 6s$$