

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سُؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۶ مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir		

ردیف	سُؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	--------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) شکل خود - متشابه ب) زاویه ظلی ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط	۱/۵
۲	قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو به زاویه کوچکتر است.	۱/۲۵
۳	مثلث ABC متساوی الاضلاع است. $\hat{B}AD < \hat{D}AC$ ، ثابت کنید $BD < DC$.	۱
۴	قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث همسنند.	۱
۵	خط d و نقطه A غیر واقع بر آن، داده شده اند. نقطه ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه A به فاصله معلوم R باشد. با توجه به اندازه R روی تعداد جواب های مسأله بحث کنید.	۱/۲۵
۶	دایره C(O, 5) و نقطه M به فاصله $5\sqrt{2}$ از مرکز دایره C داده شده است. MT و M'T' در نقاط T و T' بر این دایره مماسند. الف) طول مماس های MT و M'T' را به دست آورید. ب) نوع چهار ضلعی OTMT' را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۱/۵
۷	در شکل زیر قطر CD در نقطه M بر وتر AB عمود است. $\angle BD = (3x+10)^\circ$ و $\angle BC = y^\circ$ و $\angle AC = 2x^\circ$ آنگاه x و y را محاسبه کنید.	۱
۸	قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه تماس، واسطه هندسی بین دو قطعه قاطع است.	۱/۲۵
۹	اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره C'(O', 7) و C(O, 1) با فرض $O O' = 10$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
	«دامنه پرسش ها در صفحه دوم»	

با اسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۶	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
تعداد صفحه:	۹۶/۱۰/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان:	۲

مرکز سنجش آموزش و پژوهش
<http://aeem.edu.ir>

۱۳۹۶

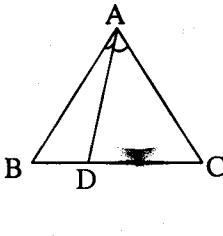
سوالات (پاسخ نامه دارد)

ردیف

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	ردیف
۱۰	تحت تبدیل تجانس به مرکز (۰، ۰)، نقطه (۴، ۶) A روی نقطه (۲، ۳) A' تصویر شده است، ضابطه تجانس را بنویسید و تعیین کنید این تجانس، انبساط است یا انقباض؟	۰/۷۵
۱۱	نقاط (۰، ۰) A(۲, ۰), B(۶, ۰), C(۵, ۴) و D(۱, ۲) رأس های یک مستطیل هستند. الف) مستطیل و تصویرش را تحت بازتاب $T(x,y) = (x, -y)$ رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شبیه ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. د) آیا تبدیل، ایزو متري است؟	۲
۱۲	معادله تصویر خط $x + 3y - 6 = 0$ تحت تبدیل دوران $R(x,y) = (-y, x)$ را به دست آورید.	۱
۱۳	در چهار ضلعی ABCD، اگر $AB = DC$ و $AB \parallel DC$ ، اگر $AD = BC$ و $AD \parallel BC$ با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید:	۱/۲۵
۱۴	اگر سه خط L_1 , L_2 و L_3 دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همروندند.	۱/۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است.	۱/۵
۱۶	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید: الف) اگر دو نقطه متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد. ب) دو خط در فضای که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متقاطع می نامیم. ج) قضیه تالس در فضای یک قضیه دو شرطی است. د) از نقطه A خارج از صفحه P، یک صفحه موازی P می گذرد. ه) اگر L و L' دو خط متنافر باشند، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است. و) از هر خط L که بر صفحه P عمود نیست بیش از یک صفحه می گذرد که بر صفحه P عمود باشد.	۱/۵
	موفق باشید	جمع نمره
۲۰		

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داد طلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>الف) اگر قسمتی از یک شکل با کل مشابه باشد، آن شکل حود - مشابه نامیده می شود . (۰/۵) ص ۶</p> <p>ب) زاویه ای که رأسش روی دایره است، یک ضلع دایره را قطع کند و ضلع دیگر بر دایره مماس است، زاویه ظلی نامیده می شود . (۰/۵) ص ۶۰</p> <p>ج) صفحه ای را که در وسط یک پاره خط ، بر آن عمود باشد ، صفحه عمود منصف آن پاره خط، می نامیم . (۰/۵) ص ۱۵۴</p>	۱/۵
۲	<p>برهان خلف : فرض می کنیم $AC \geq BC$ دو حالت زیر را در نظر می گیریم :</p> <p>(۱) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۵)</p> <p>(۲) $AC > BC$ در این حالت $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است . (۰/۵)</p> <p>پس فرض خلف باطل است و حکم ثابت می شود . (۰/۲۵) ص ۲۴</p>	۱/۲۵
۳	<p>در مثلث متساوی الاضلاع $AB=AC$، ABC است. بنابر این در دو مثلث ABD و ADC داریم:</p> <p></p> $\left\{ \begin{array}{l} AB=AC \\ AD \text{ مترک} \\ BD < DC \end{array} \right.$ $\Rightarrow \hat{BAD} < \hat{DAC}$ <p>ص ۲۹</p>	۱
۴	<p>عمود منصف های دو ضلع AB و BC از مثلث ABC را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. چون $MB=MC$ است، پس (۱) $(۰/۲۵)$ و چون $MA=MB$ است، پس (۲) $(۰/۲۵)$ از (۱) و (۲) نتیجه می شود $MA=MC$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نقطه M از دوسر پاره خط AC به یک فاصله است.</p> <p>یعنی نقطه M روی عمود منصف AC است. (۰/۲۵) پس عمود منصف های ضلع های هر مثلث همسرست. ص ۳۵</p>	۱
۵	<p>دایره ای به شعاع R و به مرکز A را رسم می کنیم (۰/۲۵). محل برخورد این دایره با خط d جواب مسئله است. (۰/۲۵)</p> <p>فرض می کنیم عمود AH فاصله نقطه A از خط d باشد.</p> <p>$AH > R$ مسئله جواب ندارد (۰/۲۵)</p> <p>$AH = R$ مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>$AH < R$ مسئله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>ص ۴۲</p>	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و دادطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶ مركز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$\begin{aligned} \triangle OTM: OT \perp MT \Rightarrow \hat{OTM} = 90^\circ & \quad (0/25) \\ \Rightarrow MT = \sqrt{OM^2 - OT^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = 5 & \quad (0/25) \\ \Rightarrow MT = MT' = 5 & \quad (0/25) \\ MT = MT' = OT = OT' = 5 \\ T = 90^\circ \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">$\left. \begin{array}{l} \text{رسم شکل (0/25)} \\ \text{مربع است (0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow OTMT'$</p> <p style="text-align: right;">ص ۵۶</p>	۱/۵
۷	$\frac{2x + (3x + 10)}{2} = 90^\circ \quad (0/25) \Rightarrow x = 34^\circ \quad (0/25) \quad y = 2x \quad (0/25) \Rightarrow y = 68^\circ \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۷۲</p>	۱
۸	<p>برهان: دایره (C) و نقطه M را خارج آن درنظر می‌گیریم. مماس MT و قاطع' MAA' را نسبت به این دایره رسم می‌کنیم. از T به A و A' وصل می‌کنیم. دو مثلث $\triangle MAT$ و $\triangle M'A'T$ متشابه اند زیرا:</p> $\begin{aligned} \hat{ATM} = \hat{AA'T} = \frac{\hat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \hat{ATM} = \hat{AA'T} = \frac{\hat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad (0/25)$ $\Rightarrow MT' = MA \cdot MA' \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۷۷</p>	۱/۲۵
۹	$R = 7, R' = 1, d = 10, TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \quad (0/25)$ $TT' = \sqrt{10^2 - (7+1)^2} \quad (0/25) \Rightarrow TT' = 6 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۸۱</p>	۰/۷۵
۱۰	$A(4, 6) \rightarrow A'(2, 3) \Rightarrow k = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad (0/25) \Rightarrow D(x, y) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right), \quad (0/25)$ <p>تجانس، انقباض است. (۰/۲۵) ص ۱۱۴</p>	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه سوم»	

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داد طلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	<p>رسم شکل (۰/۵) ص ۹۸ دبله (۰/۲۵)</p>	۲
۱۲	$L : x + 3y - 6 = 0$ $R(x, y) = (-y, x)$ $A(0, 2) \xrightarrow{R} A'(-2, 0) \quad (0/25)$ $B(6, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 6) \quad (0/25)$ $m' = \frac{6-0}{0+2} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow L' : y - 0 = 3(x + 2) \quad (0/25) \Rightarrow y - 3x - 6 = 0$ <p>ص ۱۲۲</p>	۱
۱۳	<p>بردار \vec{AB} را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) چون \vec{DC} و \vec{AB} موازی و مساویند. بنابراین تحت این انتقال: (۰/۲۵) $\Rightarrow AD \rightarrow BC$ (۰/۲۵) پس $AD = BC$ و $AD \parallel BC$ و چون انتقال ایزومتری است (۰/۲۵) و شبی خط را حفظ می‌کند (۰/۲۵) پس $\vec{DC} \rightarrow \vec{AB}$ (۰/۲۵).</p> <p>ص ۱۲۵</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>از دو خط L_1 و L_2 صفحه P را می‌گذرانیم (۰/۲۵). اگر L_3 در صفحه P باشد، حکم برقرار است (۰/۲۵).</p> <p>در صورتی که L_3 در صفحه P نباشد. چون L_3 با L_1 و L_2 متقاطع است. (۰/۲۵) پس صفحه P را در نقطه مشترک L_1 و L_2 قطع می‌کند. (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند. (۰/۲۵)</p> <p>یعنی L_3 به تمامی در صفحه P قرار می‌گیرد. که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) ص ۱۳۸</p> <p>«دامه در صفحه چهارم»</p>	۱/۵

باسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داد طلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	<p>فرض می کنیم خط \bar{L} موازی دو صفحه متقطع P و P' باشد.</p> <p>از یک نقطه فصل مشترک مانند A خط \bar{L}' را موازی \bar{L} رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>چون خط \bar{L} با صفحه P موازی است، خط \bar{L}' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵)</p> <p>با استدلالی مشابه خط \bar{L}' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پس \bar{L}' همان فصل مشترک دو صفحه متقطع P و P' است که با خط \bar{L} نیز موازی است. (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۶	<p>الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۷ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۵ ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۲۴</p> <p>د) درست (۰/۰) ص ۱۵۳ ه) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۵ و) نادرست (۰/۰) ص ۱۵۸</p>	۱/۵
۲۰	«موفق باشید»	جمع نمره

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.