حل سئوال‌های مرحلهٔ اول

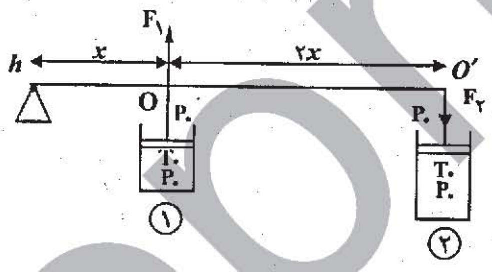
بخش اول - سئوال‌های چندگزینه‌ای

۱- چون جسم در حال تعادل است، باید برآیند هفت نیروی وارد بر آن صفر باشد. این به آن معنی است که اگر برآیند شش نیروی به جز F_1 را به دست آوریم، نیرویی هم اندازهٔ F_1 و در جهت مخالف آن است. زیرا باید این برآیند و F_1 مجموعاً صفر شوند. پس با حذف نیروی F_1، برآیند ۶ نیروی باقیمانده $10\,N$ خواهد شد و برای شتاب جسم داریم:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{10}{2}=5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

بنابراین گزینه (ه) درست است.

۲- دو مخزن گاز در شکل (۱۴-۲۳) نشان داده شده است. دمای گاز درون دو مخزن را که یکسان است T_0 و فشار محیط را p_0 گرفته‌ایم.



شکل (۱۴-۲۳)

پیش از آن که دمای مخزن‌ها را تغییر دهیم، میله افقی و در حال تعادل است. پس باید گشتاور دو نیرویی که در نقطه‌های O و O' به میله وارد می‌شود، حول نقطهٔ h، صفر باشد. چون فشار اولیهٔ دو مخزن یکسان است، این فشار باید با فشار محیط، یعنی p_0 برابر باشد. زیرا در غیر این صورت نیروهایی که در دو نقطهٔ O و O' بر میله وارد می‌شود، در یک جهت خواهد بود (اگر فشار درون مخزن‌ها بیش از p_0 باشد، جهت هر دو نیرویی که بر نقطه‌های O و O'

وارد می‌شود، به طرف بالا. و اگر فشار درون مخزن‌ها کمتر از p_0 باشد، به طرف پایین است) و گشتاور نیروهای وارد بر میله حول نقطهٔ h، صفر نمی‌شود. پس از افزایش دمای گاز درون مخزن ۱، فشار گاز بیشتر می‌شود و در نقطهٔ O نیروی F_1 به طرف بالا، بر میله وارد می‌شود. برای آن که میله هم چنان افقی بماند، باید در نقطه O' نیروی F_2 به طرف پایین بر میله وارد شود، به طوری که گشتاور این دو نیرو حول نقطهٔ h صفر شود. یعنی فشار گاز درون مخزن ۲ و در نتیجه دمای آن باید کاهش یابد. دمای بعدی گازها را به ترتیب T_1 و T_2 و فشار آن‌ها را پس از تغییر دما p_1 و p_2 می‌گیریم. چون میله باید هم چنان افقی بماند، حجم گازها باید ثابت بماند. داریم:

$$\frac{p_1}{p_0}=\frac{T_1}{T_0} \rightarrow \frac{\Delta p_1}{p_0}=\frac{\Delta T_1}{T_0} \rightarrow \Delta T_1=\frac{T_0}{p_0}\Delta p_1 \qquad (1)$$

$$\frac{p_2}{p_0}=\frac{T_2}{T_0} \rightarrow \frac{\Delta p_2}{p_0}=\frac{\Delta T_2}{T_0} \rightarrow \Delta T_2=\frac{T_0}{p_0}\Delta p_1 \qquad (2)$$

$$\begin{matrix} F_1=\Delta p_1 A \\ F_2=\Delta p_2 A \end{matrix} \rightarrow \frac{F_2}{F_1}=\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \qquad (3)$$

در رابطه‌های بالا A مساحت پیستون هاست که برای هر دو مخزن یکسان است، زیرا پیستونها مشابه هستند. علاوه بر آن برای تعادل میله پس از تغییر دمای گازها، باید گشتاور دونیروی F_1 و F_2 حول نقطهٔ h صفر باشد، داریم:

$$F_1 x+F_2(3x)=0 \rightarrow \frac{F_1}{F_2}=-3 \qquad (4)$$

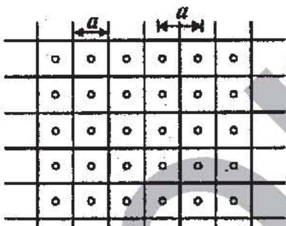
علامت منفی در این رابطه به معنای آن است که دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ خلاف جهت یکدیگرند.

از رابطه‌های ۱ تا ۴ داریم:

$$\frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲}=-۳ \quad \rightarrow \quad \Delta T_۲=\frac{۶۰}{-۳}=-۲۰\,°C$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

۳- در شکل (۱۴-۲۴) نقطهٔ متمایز حافظه (بیت) نشان داده شده است که هر کدام مساحت یک مربع به ضلع a را روی سطح دیسک سخت اشغال کرده‌اند اگر کمترین مقدار a را ۱۰۰ nm بگیریم، کمترین مساحتی که یک واحد حافظه روی سطح دیسک سخت اشغال می‌کند، چنین است.



شکل (۱۴-۲۴)

$$S_{min}=a^۲=(۱۰۰\times ۱۰^{-۹})^۲=۱۰^{-۱۴}\ m^۲$$

فرض کنید روی یک دیسک سخت که مربعی به ضلع ۱۰ cm در نظر گرفته می‌شود، N واحد حافظه قرار گیرد. از رابطهٔ زیر می‌توان N را به دست آورید.

$$N=\frac{(۰/۱۰)^۲}{۱۰^{-۱۴}}=۱۰^{۱۲}$$

در وضعیت فعلی این تعداد $۱۰^{۱۰}$ است. فرض کنید m سال طول بکشد، تا محدودیت فاصلهٔ میان واحدهای حافظه، افزایش تعداد آن‌ها را ناممکن کند. چون بنا به قاعدهٔ مور هر ۱/۵ سال تعداد واحدهای حافظه در یک سطح معین دو برابر می‌شود، باگذشت m سال داریم:

$$\frac{۱۰^{۱۲}}{۱۰^{۱۰}} = ۲^{\left(\frac{m}{۱/۵}\right)}$$

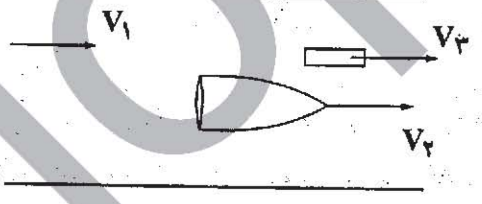
اگر از طرفین این رابطه، لگاریتم بگیریم، داریم:

$$log\ ۱۰۰ = \frac{m}{۱/۵} log\ ۲$$

$$۲ = \frac{m}{۱/۵} \times ۰/۳ \quad \rightarrow \quad m = ۱۰ \ \text{سال}$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

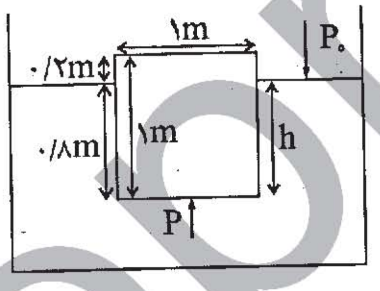
۴- در شکل (۱۴-۲۵) قایق و تکه چوب پرت شده از آن نشان داده شده است. در لحظهٔ $t=۰$ که تکه چوب از قایق به طرف شرق پرت می‌شود، سرعت آن نسبت به قایق مثبت است. چون نمودار مکان چوب نسبت به قایق خواسته شده



شکل (۱۴-۲۵)

است، بنابراین باید گزینه‌ای را انتخاب کرد که در لحظهٔ $t=0$، سرعت چوب، یعنی $\frac{dx}{dt}$ مثبت باشد. تنها نمودار گزینه‌های (الف) و (ج) این شرط رابرآورده می‌کنند. پس از مدتی چوب روی سطح آب می‌افتد و همراه آب حرکت می‌کند. چون قایق نسبت به آب رودخانه، دارای سرعت V_2 به طرق شرق است پس از مدتی به چوب که روی آب افتاده است می‌رسد و از آن می‌گذرد. یعنی چوب را پشت سر می‌گذارد. بنابراین باید مکان چوب نسبت به قایق به تدریج کم و سپس منفی شود. تنها گزینهٔ (الف) این شرط دوم را هم برآورده می‌کند. پس گزینهٔ (الف) درست است.

۵- فشار آب بر سطح زیرین مکعب را p گرفته‌ایم که در شکل (۱۴-۲۶) نشان داده شده است. نیرویی که آب بر مکعب وارد می‌کند، براثر فشار p است. البته آب بر سطوح اطراف مکعب نیز نیرو وارد می‌کند، اما بزآیند آن‌ها صفر است، زیرا نیرویی که بر دو سطح رو به روی هم وارد می‌شود، هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر است.



شکل (۱۴-۲۶)

برای محاسبهٔ فشار p داریم:

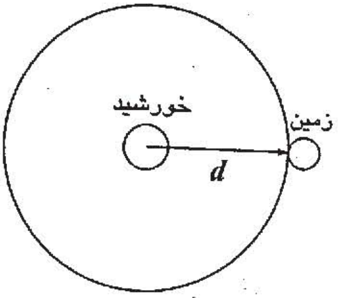
$$p=p_0+\rho gh=10^5+10^3\times 10\times 0/8=1/08\times 10^5\ \mathrm{pa}$$

در رابطهٔ بالا $\rho=10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ چگالی آب است. این فشار بر سطح زیرین مکعب به مساحت $1\ \mathrm{m}^2$ نیروی F وارد می‌کند که چنین است.

$$F = PS = 1.08 \times 10^{5} \times 1 = 108000 \text{ N}$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

۶- خورشید به همهٔ اطراف خود تابش می‌کند. انرژی تابش شده از خورشید در یک زمان معین، به طور یک نواخت روی سطح کره‌ای به مرکز خورشید توزیع خواهد شد. در شکل (۱۴-۲۷) خورشید و زمین نشان داده شده است.



شکل (۱۴-۲۷)

اگر کره‌ای به مرکز خورشید و به شعاع d، فاصلهٔ زمین تا خورشید، رسم کنیم، شدت تابش خورشید (توان بر واحد سطح) روی تمام نقاط این کره یکسان است و همان است که در بالای جو زمین اندازه‌گیری شده است. با توجه این که نور خورشید تا رسیدن به زمین ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه در راه است، برای d، داریم:

$$d = 3 \times 10^{8}(8 \times 60 + 20) = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

توان تابشی خورشید حاصل ضرب شدت تابش خورشید به فاصلهٔ d از آن در مساحت کره‌ای به شعاع d است. داریم:

$$P = 1.4 \times 10^{3} \times 4\pi (1.5 \times 10^{11})^{2} = 3.96 \times 10^{26} \text{ W}$$

با توجه به 10^{10} سال عمر خورشید، کل انرژی تابش شده در این مدت چنین است.

$$E=Pt=۳/۹۶\times ۱۰^{۲۶}\times(۳۶۵\times ۲۴\times ۶۰\times ۶۰\times ۱۰^{۱۰})=۱/۲۵\times ۱۰^{۴۴}\,\mathrm{J}$$

از رابطهٔ تبدیل جرم به انرژی اینشتن، یعنی $E=mc^۲$ می‌توان کاهش جرم خورشید به سبب تابش انرژی در این مدت را به دست آورد. داریم:

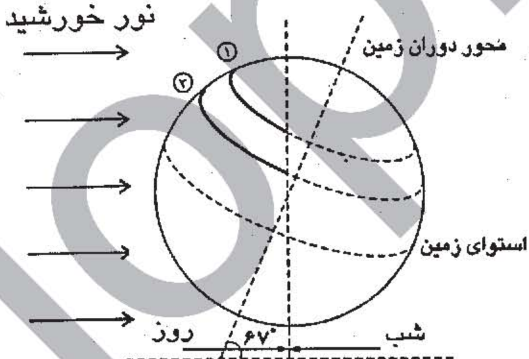
$$m=\frac{E}{c^۲}=\frac{۱/۲۵\times ۱۰^{۴۴}}{(۳\times ۱۰^{۸})^۲}=۱/۴\times ۱۰^{۲۷}\,\mathrm{kg}$$

کسری از جرم خورشید که به انرژی تبدیل شده است با محاسبهٔ $\frac{m}{M}$ به دست می‌آید که M جرم خورشید است.

$$\eta=\frac{m}{M}=\frac{۱/۴\times ۱۰^{۲۷}}{۲\times ۱۰^{۳۰}}=۰/۷\times ۱۰^{-۳}$$

نزدیک‌ترین گزینه به این عدد $۱۰^{-۳}$ است که در گزینهٔ (ب) آمده است. پس گزینهٔ (ب) درست است.

۷- می‌دانیم محور چرخش زمین به دور خود، بر صفحهٔ حرکت زمین به دور خورشید عمود نیست، بلکه با آن زاویهٔ حدود ۶۷° می‌سازد. در شکل (۱۴-۲۸) کرهٔ زمین نشان داده شده است که یک نیمهٔ آن مقابل خورشید است. این شکل مربوط به زمستان در نیم کره شمالی است، زیرا همان طور که در زمستان‌ها



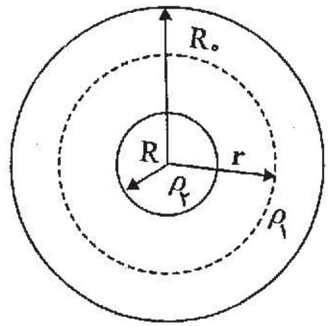
شکل (۱۴-۲۸)

مشاهده کرده‌اید، نور خورشید با خط عمود بر سطح کرهٔ زمین زاویه بزرگی می‌سازد. در این شکل دو مدار جغرافیایی که با شماره‌های ۱ و ۲ مشخص شده‌اند، رسم شده است. عرض جغرافیایی مدار ۱ از عرض جغرافیایی مدار ۲ بیشتر است. قسمتی از هر مدار به صورت کمان خط چین و قسمتی کمان پررنگ است. در نقاط واقع در یک مدار، طول روز، متناسب با طول کمان پررنگ و طول شب متناسب با طول کمان خط چین آن مدار است. از شکل پیداست که هر چه مدار مورد نظر در عرض جغرافیایی بیشتر باشد، طول روز در زمستان کوتاه‌تر است. پس باید در فصل زمستان طول روز در تبریز کوتاه‌تر از طول روز در چابهار باشد.

از طرفی طول جغرافیایی چابهار 61° شرقی و تبریز 46° شرقی است، یعنی چابهار در شرق تبریز قرار دارد. پس خورشید در چابهار زودتر از تبریز طلوع و زودتر از تبریز غروب می‌کند. کرهٔ زمین با چرخش به دور خورشید، شب و روز را پدید می‌آورد. چون کرهٔ زمین در ۲۴ ساعت 360° می‌چرخد، پس در هر ساعت 15°، می‌چرخد. در نتیجه هر دو نقطه‌ای با عرض جغرافیایی یکسان و تفاوت طول جغرافیایی 15° در طلوع و غروب خورشید، یکساعت تفاوت دارند. اگر چابهار و تبریز، عرض جغرافیایی یکسانی داشتند، با توجه به این که خورشید در چابهار ساعت ۵ به وقت تهران غروب می‌کند، در تبریز، یکساعت بعد، یعنی ساعت ۶ به وقت تهران خورشید غروب می‌کرد. اما چون عرض جغرافیایی تبریز بیشتر است و باید طول روزکوتاه‌تر باشد، پس غروب خورشید در تبریز، باید زودتر از ساعت ۶ به وقت تهران باشد. در نتیجه گزینهٔ (ب) درست است.

۸- سیاره مورد نظر در شکل (۱۴-۲۹) نشان داده شده است. شعاع سیاره را $R_\circ$ و

چگالی هسته سیاره را ρ_2 گرفته‌ایم.
ابتدا ρ_2 را بر حسب ρ_0، چگالی متوسط سیاره و ρ_1، چگالی لایهٔ بیرونی حساب می‌کنیم. داریم:



شکل (۱۴-۲۹)

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 + \frac{4}{3}\pi \left(R_0^3 - R^3\right)\rho_1$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_0 R_0^3 - \rho_1 \left(R_0^3 - R^3\right)}{R^3}$$

اکنون $M(r)$، یعنی جرمی از سیاره که در کره‌ای به شعاع r قرار دارد حساب می‌کنیم. این جرم از کره‌ای به شعاع R و چگالی ρ_2 و پوسته‌ای کروی به شعاع بیرونی r و شعاع درونی R و چگالی ρ_1 تشکیل شده است. داریم:

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 + 43\pi \left(r^3 - R^3\right)\rho_1$$

با جای گزینی ρ_2 در رابطهٔ بالا، داریم:

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi \left[\rho_0 R_0^3 - \rho_1 \left(R_0^3 - R^3\right) + \left(r^3 - R^3\right)\rho_1\right]$$

$$M(r)=\frac{۴}{۳}\pi\left[R_۰^۳(\rho_۰-\rho_۱)+r^۳\rho_۱\right]$$

با توجه به این که شتاب سقوط آزاد در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از مرکز سیاره، از رابطهٔ $g=\frac{GM(r)}{r^۲}$ به دست می‌آید، داریم:

$$g=\frac{۴}{۳}\pi G\frac{R_۰^۳(\rho_۰-\rho_۱)+r^۳\rho_۱}{r^۲}$$

در این رابطه، تنها r متغیر است و بقیه کمیت‌ها ثابت هستند. برای آن‌که با پایین رفتن از سطح سیاره، یعنی کم شدن r، g زیاد شود، باید $\frac{dg}{dr}<۰$ باشد. زیرا با کم شدن r، مقدار dr منفی و با زیاد شدن g، مقدار dg مثبت است. داریم:

$$\frac{dg}{dr}=\frac{۴}{۳}\pi G\frac{۳r^۲\rho_۱r^۲-۲r\left[R_۰^۳(\rho_۰-\rho_۱)+r^۳\rho_۱\right]}{r^۴}$$

$$\frac{dg}{dr}=\frac{۴}{۳}\pi G\frac{r^۴\rho_۱-۲R_۰^۳r(\rho_۰-\rho_۱)}{r^۴}<۰$$

$$r^۴\rho_۱-۲R_۰^۳r(\rho_۰-\rho_۱)<۰$$

چون می‌خواهیم $\frac{dg}{dr}$ در سطح سیاره منفی باشد، پس $r=R_۰$ داریم:

$$R_۰^۴\rho_۱-۲R_۰^۴(\rho_۰-\rho_۱)<۰$$

$$۳\rho_۱-۲\rho_۰<۰\quad\rightarrow\quad\rho_۱<\frac{۲}{۳}\rho_۰$$

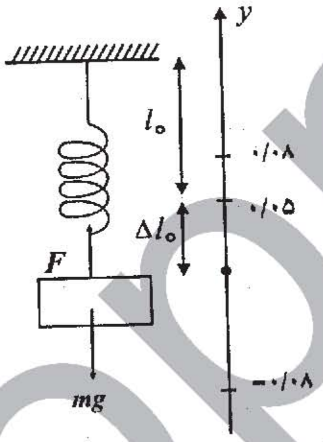
پس گزینهٔ (ب) درست است.

۹- در شکل (۱۴-۳۰) فنر و وزنهٔ آویخته به آن نشان داده شده است. آویختن وزنه به فنر سبب کش آمدن فنر می‌شود. در حالت تعادل، نیروی وزن وزنه با نیروی کشش فنر یکسان است و از این راه می‌توان افزایش طول فنر را به دست آورید. داریم:

$$F = mg \qquad K\Delta l_{\circ} = mg$$

$$\Delta l_{\circ} = \frac{mg}{K} = \frac{۱ \times ۱۰}{۲۰۰} = ۰/۰۵\ \text{m}$$

برای آن که وزنه نوسان کند، باید وزنه را از حالت تعادل پایین بکشیم و رها کنیم. هنگامی که وزنه پایین کشیده شده است، افزایش طول فنر از $\Delta l_{\circ}$ بیشتر است و در نتیجه نیروی کشش فنر از وزن وزنه بیشتر است. با رها کردن وزنه، نیروی کشش فنر که از وزن بیشتر است وزنه را به طرف بالا شتاب می‌دهد و وزنه به طرف بالا سرعت می‌گیرد. هنگامی که وزنه به نقطهٔ $y=۰$ (حالت تعادل) می‌رسد، به علت سرعت



شکل (۱۴-۳۰)

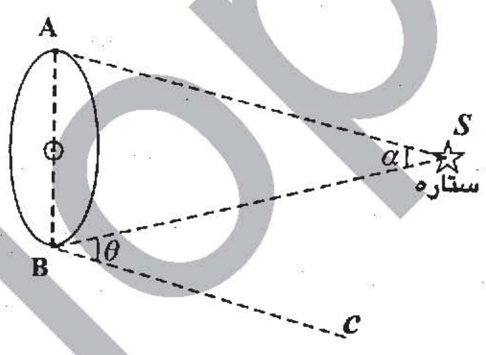
داشتن، در آن نقطه متوقف نمی‌شود، بلکه حرکت خود را به طرف بالا ادامه می‌دهد. در این حالت نیروی کشش فنر از وزن وزنه کمتر می‌شود و شتاب وزنه به طرف پایین، یعنی در خلاف جهت سرعت آن می‌شود و در نتیجه از سرعت وزنه کم می‌شود. این وضعیت تا جایی ادامه پیدا می‌کند که وزنه متوقف شود. می‌توان نشان داد که میزان بالا رفتن وزنه

از نقطهٔ تعادل، به همان اندازه‌ای است که وزنه را پایین کشیده و سپس رها کرده‌ایم. از معادلهٔ حرکت وزنه، یعنی $y = ۰/۰۸ sin\,(\omega t + \frac{\pi}{۴})$، پیداست که وزنه را $۰/۰۸\,\text{m}$ پایین کشیده و سپس رها کرده‌ایم، زیرا سینوس یک زاویه میان ۱ و ۱- تغییر می‌کند. در لحظه‌ای که $sin\,(\omega t + \frac{\pi}{۴}) = ۱-$ است، $y=-۰/۰۸\,\text{m}$ و در لحظه‌ای که $sin\,(\omega t + \frac{\pi}{۴}) = ۱$ است، $y=۰/۰۸\,\text{m}$ است. بنابراین در بالاترین نقطه از مسیر حرکت وزنه $y=۰/۰۸\,\text{m}$ خواهد بود. در این حالت فنر به اندازهٔ $۰/۰۸-۰/۰۵=۰/۰۳\,\text{m}$ فشرده شده است. انرژی پتانسیل کشسانی فنر نسبت به حالت کشیده نشدهٔ فنر چنین است.

$$\Delta U = \frac{۱}{۲}K\Delta l^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰ \times (۰/۰۳)^{۲} = ۹ \times ۱۰^{-۲} J = ۹۰\ \text{mJ}$$

ملاحظه می‌شود که گزینهٔ (ب) درست است.

۱۰- در شکل (۱۴-۳۱) وضعیت زمین به فاصلهٔ ۶ ماه و ستارهٔ رصد شده نشان داده شده است. مسیر حرکت زمین به دور خورشید، یک بیضی است که به دایره بسیار نزدیک است. هنگامی که از زمین در وضعیت A، ستاره را رصد می‌کنند، محور دوربین در راستای AS است.



شکل (۱۴-۳۱)

پس از ۶ ماه که زمین به وضعیت B، یعنی نقطهٔ مقابل A می‌رسد، راستای محور

دوربین، در امتداد خط BC است و آشکار است که نمی‌توان ستارهٔ S را در دوربین دید. برای رصد ستاره از زمین در وضعیت B، باید محور دوربین به اندازهٔ زاویهٔ θ بچرخد تا در امتداد خط BS قرار گیرد. چون BC با AS موازی است. $\alpha=\theta$ است. چون α زاویهٔ بسیار کوچکی است، مقدار آن بر حسب رادیان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

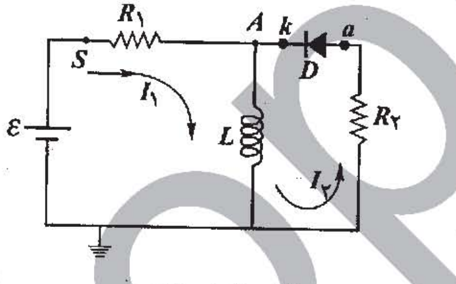
$$\alpha=\frac{۲R}{d} \rightarrow \frac{d}{R}=\frac{۲}{\alpha}$$

در رابطهٔ بالا، d فاصلهٔ ستاره تا زمین و R شعاع مسیر حرکت زمین به دور خورشید است.

$$\frac{d}{R}=\frac{۲}{\frac{۰/۰۵}{۳۶۰۰}\times\frac{\pi}{۱۸۰}}=\frac{۳۶۰۰\times۳۶۰}{۰/۰۵\times۳/۱۴}\simeq۱۰^{۷}$$

پس گزینهٔ (ب) درست است.

۱۱- مدار شکل (۱۴-۵)، مجدداً در شکل (۱۴-۳۲) نشان داده شده است. هنگامی که کلید S را می‌بندیم جریان $I_۱$ تنها از $R_۱$ و L می‌گذرد، زیرا دیود D که تنها می‌تواند جریان را از a به k عبور دهد، مانع از آن است که از مقاومت $R_۲$ جریان بگذرد. چون پیش از بستن کلید S، از L جریانی نمی‌گذشت، بلافاصله پس از بستن کلید نیز جریان $I_۱$ باید صفر باشد. بنابراین در لحظهٔ $t=۰$، در مقاومت $R_۱$ افت پتانسیل وجود ندارد و پتانسیل نقطهٔ A با نیروی محرکه باتری برابر است ،یعنی $V_A=\varepsilon$. با گذشت زمان جریان $I_۱$ زیاد می‌شود و با افزایش افت پتانسیل در مقاومت $R_۱$، پتانسیل نقطهٔ A کاهش



شکل (۱۴-۳۲)

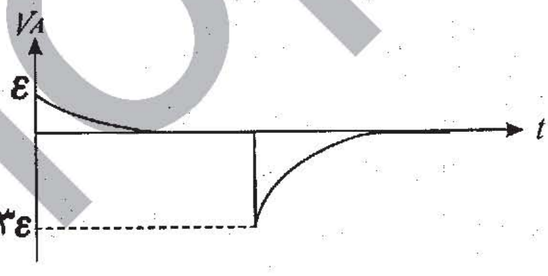
می‌یابد. پس از زمان طولانی جریان I_1 به مقدار ثابتی می‌رسد و چون جریانی که از L می‌گذرد، تغییر نمی‌کند، نیروی محرکهٔ القایی در L از میان می‌رود و اختلاف پتانسیل دو سر سیم پیچ صفر می‌شود. در این لحظه جریان I_1 که به مقدار ثابتی رسیده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = I_1 R_1 + 0 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1}$$

هنگامی که کلید S را قطع می‌کنیم، جریانی که از مقاومت R_1 و باتری می‌گذشت، به صفر می‌رسد، اما جریان در سیم پیچ، بلافاصله به صفر نمی‌رسد، زیرا در این صورت نیروی محرکهٔ القایی در سیم پیچ بینهایت خواهد شد که ممکن نیست. اکنون جریانی که از سیم پیچ می‌گذشت، می‌تواند از راه R_2 و دیود D بگذرد. چون بلافاصله پس از قطع کلید S، همان جریان قبلی، یعنی $\frac{\varepsilon}{R_1}$ از سیم پیچ می‌گذرد، این جریان در مقاومت R_2 افت پتانسیلی ایجاد می‌کند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\varepsilon}{R_1} R_2 = \varepsilon \frac{R_2}{R_1} = 3\varepsilon$$

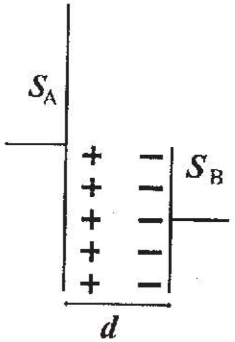
چون جریان I_2 در دیود افت پتانسیل به وجود نمی‌آورد، زیرا مقاومت دیود، در حالی که جریان از آن می‌گذرد، صفر است، پس افت پتانسیل در مقاومت R_2، با V_A برابر است. علاوه بر آن باید توجه داشت که بلافاصله پس از بستن کلید، V_A مثبت است،



شکل (۱۴-۳۳)

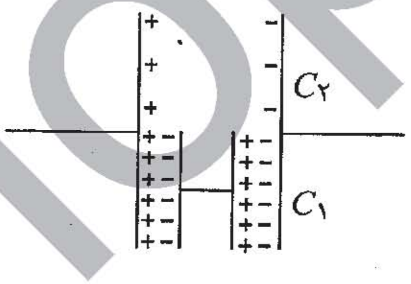
اما بلافاصله پس از قطع کلید، V_A منفی است، زیرا پتانسیل نقطهٔ A از پتانسیل زمین که آن را صفر گرفته‌ایم کمتر است. پس از مدت طولانی از باز کردن کلید، جریان و در نتیجه V_A کم شده و نهایتاً به صفر می‌رسد. نمودار شکل (۱۴-۳۳) تغییرات V_A بر حسب زمان را نشان می‌دهد که مشابه گزینهٔ (ج) است. بنابراین گزینهٔ (ج) درست است.

۱۲- در شکل (۱۴-۳۴) دو صفحهٔ رسانای موازی با مساحت‌های نامساوی که یک خازن را تشکیل می‌دهد، نشان داده شده است. اگر فاصلهٔ دو صفحه بسیار کم باشد، بار الکتریکی روی صفحهٔ بزرگتر، تقریباً در ناحیه‌ای مقابل صفحهٔ کوچک‌تر قرار خواهد گرفت. زیرا جاذبهٔ بارهای مقابل مانع از آن خواهد شد که در ناحیه‌ای از صفحهٔ بزرگتر که مقابل آن صفحه‌ای وجود ندارد، بار الکتریکی قرار بگیرد. با این توضیح، ظرفیت این خازن تقریباً $c = \varepsilon_\circ \dfrac{S_B}{d}$ است.



شکل (۱۴-۳۴)

در شکل (۱۴-۳۵)، دو تا از این خازن‌ها با هم سری بسته شده است. این ترکیب را می‌توان معادل دو خازن دانست که با هم موازی بسته شده‌اند. یکی از آن‌ها نیمهٔ بالایی است که فاصلهٔ صفحات آن کمی بیش از $2d$ است و دیگری نیمهٔ پایینی است



شکل (۱۴-۳۵)

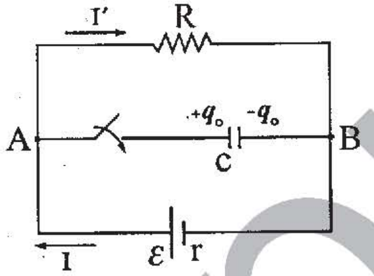
که از دو خازن به هم سری بسته شده تشکیل شده است. از شکل (۱۴-۳۵) پیداست که صفحات هم نام دو خازن c_1 و c_2 به هم بسته شده‌اند، بنابراین دو خاوزن با هم موازی شده‌اند. در نتیجه ظرفیت خازن معادل c_T، از هر دو خازن c_1 و c_2 بیشتر است. ظرفیت خازن c_1، چنین است.

$$\frac{1}{c_1}=\frac{1}{c}+\frac{1}{c} \rightarrow c_1=\frac{c}{2}$$

$$c_T=c_1+c_2=\frac{c}{2}+c_2 \rightarrow c_T>\frac{c}{2}$$

به این ترتیب گزینهٔ (ب) درست است.

۱۳- مدار شکل (۱۴-۸) مجدداً در شکل (۱۴-۳۶) نشان داده شده است.



شکل (۱۴-۳۶)

جریان‌های I و I' و نیز بار خازن به زمان بستگی دارد. با توجه به شکل (۱۴-۳۶)، در هر لحظه می‌توان نوشت:

$$V_{AB}=\varepsilon-rI(t)=RI'(t) \qquad (1)$$

$$V_{AB}=\frac{q(t)}{c}=RI'(t) \qquad (2)$$

اکنون معادله‌های بالا را در دو لحظهٔ $t=0$ که کلید را می‌بندیم و $t\to\infty$ حل می‌کنیم.

$$t=0 \qquad \varepsilon-I_0 r=\frac{q_0}{c} \rightarrow I_0=\frac{\varepsilon c-q_0}{r}$$

چون بنا به فرض $q_{\circ}>\varepsilon c$است، پس $I_{\circ}>\circ$است یعنی جریان در همان جهتی که روی شکل مشخص شده است از باتری می‌گذرد.

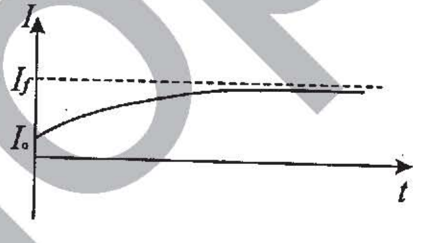
پس از گذشت زمان طولانی، بار خازن به مقدار نهایی رسیده و دیگر جریانی از آن نمی‌گذرد. جریان مدار را که در این حالت به طور یکسان از مقاومت R و باتری می‌گذرد I_f و بار خازن را q_f می‌نامیم.

$$t\to\infty \qquad I=I'=I_f$$

$$V_{AB}=\varepsilon-rI_f=RI_f \quad\to\quad I_f=\frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$V_{AB}=\frac{q_f}{c}=RI_f \quad\to\quad q_f=RcI_f=\frac{Rc\varepsilon}{R+r}=\frac{c\varepsilon}{1+\frac{r}{R}}$$

چون بنا به فرض $q_{\circ}>\frac{\varepsilon c}{1+\frac{r}{R}}$، پس $q_f<q_{\circ}$است، یعنی بار نهایی خازن از مقدار اولیهٔ آن کمتر شده است. از معادلهٔ (۲) می‌توان دریافت که I' نیز از مقدار اولیه‌اش کمتر شده است. با توجه به معادله (۱) آشکار است که برای آن‌که I' با گذشت زمان کم شود، باید I با گذشت زمان زیاد شود.



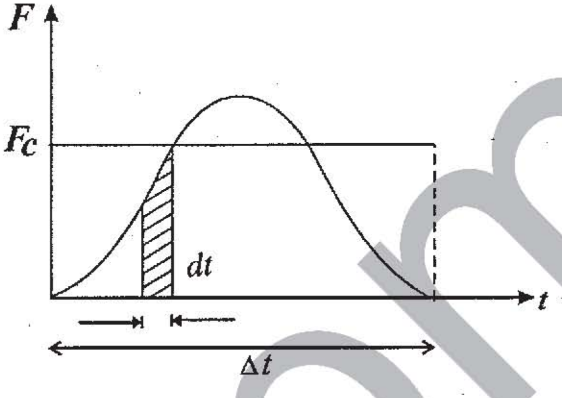
شکل (۱۴-۳۷)

پس جریان I از مقدار مثبت $I_{\circ}$ زیاد شده و به I_f خواهد رسید. به این ترتیب تغییرات جریان I، مانند شکل (۱۴-۳۷) خواهد بود که مشابه گزینهٔ (ج) است. پس گزینهٔ (ج) درست است.

۱۴- طبق قانون دوم نیوتون اگر بر جسمی نیرو وارد شود، به جسم شتاب می‌دهد. رابطهٔ نیرو و شتاب چنین است.

$$F = ma = m\frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad F\,\Delta t = m\,\Delta V = m\left(V_f - V_i\right)$$

در رابطه بالا V_f و V_i به ترتیب سرعت جسم در انتها و ابتدای زمان Δt است. فرض کنید در مدت زمان Δt، نیروی ثابت F_c بر جسمی اثر کند. از رابطهٔ بالا پیداست که حاصل ضرب نیرو در مدت زمانی که نیرو اثر کرده است برابر با جرم جسم در تغییر سرعت آن است. در شکل (۱۴-۳۸) نمودار نیرو بر حسب زمان رسم شده است. اما حاصل ضرب نیروی F_c در مدت زمان Δt، برابر با مساحت زیر نمودار نیرو - زمان است. اگر نیروی وارد بر جسم ثابت نباشد، نمی‌توان از رابطهٔ بالا استفاده کرد. در این حالت باید زمان اثر نیرو یعنی Δt، را به بازه‌های زمانی بسیار کوچک dt که در هر بازه، بتوان نیرو را ثابت فرض کرد، تقسیم نمود. در این بازهٔ زمانی نیروی وارد بر جسم، تغییر کوچکی در سرعت آن می‌دهد و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



شکل (۱۴-۳۸)

$$Fdt = mdV$$

طرف چپ رابطه، با مساحت نواری از زیر نمودار نیرو - زمان، به پهنای dt برابر است و در شکل (۱۴-۳۸) هاشورخورده است. در بازه‌های زمانی دیگر نیز همین رابطه بر قرار است و می‌توان نوشت:

$$\sum F\,dt = m\sum dV = m\,\Delta V = m\,(V_f - V_i)$$

بنابراین اگر نیروی وارد بر جسم متغییر هم باشد، مساحت زیر نمودار نیرو - زمان، برابر با جرم جسم در تغییر سرعت آن خواهد بود. این مساحت برحسب نیوتون - ثانیه است. در شکل (۱۴-۹) تعداد مربع‌های زیر نمودار نیرو - زمان تقریباً ۲۷ عدد است. ضلع افقی مربع‌های $۰/۰۵\,\mathrm{s}$ و ضلع قائم آنها $۵\,\mathrm{N}$ است. بنابراین مساحت زیر نمودار نیرو - زمان چنین است:

$$\sum F\,dt = ۲۷\times ۰/۰۵\times ۵ = \frac{۲۷}{۴}\,\mathrm{Ns}$$

$$\frac{۲۷}{۴} = ۰/۷۵[\,۰/۸V_i - (-V_i)] \quad\rightarrow\quad V_i = ۵ \quad \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

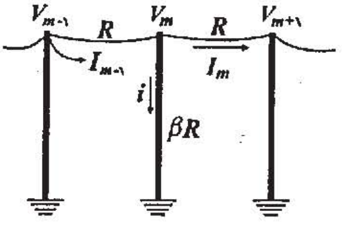
در رابطهٔ بالا، جهت مثبت به طرف بالا در نظر گرفته شده است. چون سرعت برخورد توپ به زمین به طرف پایین است، این سرعت $-V_i$ گرفته شده است.

$$V_f = ۰/۸V_i = ۰/۸\times ۵ = ۴ \quad \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

با داشتن سرعت برگشت توپ از زمین، می‌توان حداکثر ارتفاعی را که توپ بالا می‌رود، به دست آورد. داریم:

$$V^۲ = ۲gh \quad\rightarrow\quad h = \frac{۴^۲}{۲\times ۱۰} = ۰/۸\ \mathrm{m}$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.



شکل (۱۴-۳۹)

۱۵- خط انتقال برق و پایه‌ها در شکل (۱۴-۳۹) نشان داده شده است. جریانی که از خط انتقال و نیز یکی از پایه‌ها می‌گذرد، نیز در شکل نشان داده شده است. می‌دانیم جریانی که از یک رسانا می‌گذرد، برابر با اختلاف پتانسیل دو سر رسانا تقسیم بر مقاومت رسانا است. بنابر این داریم:

$$I_{m-1}=\frac{V_{m-1}-V_m}{R}$$

$$I_m=\frac{V_m-V_{m+1}}{R}$$

$$i=\frac{V_m}{\beta R}$$

با توجه به بقای جریان، از شکل پیداست که:

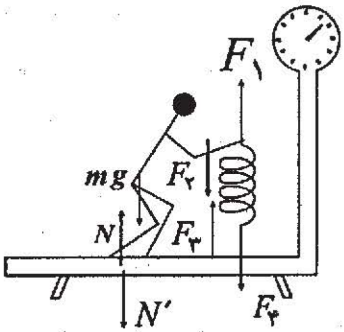
$$I_{m-1}=I_m+i \rightarrow \frac{V_{m-1}-V_m}{R}=\frac{V_m-V_{m+1}}{R}+\frac{V_m}{\beta R}$$

$$V_{m+1}+V_{m-1}=V_m\left(2+\frac{1}{\beta}\right)$$

$$\frac{V_{m+1}+V_{m-1}}{V_m}=2+\frac{1}{\beta}$$

بنابراین گزینهٔ (ج) درست است.

۱۶- در شکل (۱۴-۴۰) شخص ایستاده روی باسکول و فنری که در دست دارد نشان داده شده است. ابتدا وضعیت نیروها را بیش از کشیده شدن فنر بررسی می‌کنیم. بر شخص ایستاده روی باسکول دو نیروی وزن mg از طرف کرهٔ زمین و N از کف باسکول وارد میشود. چون شخص در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر او صفر است. داریم:



شکل (۱۴-۴۰)

$$N = mg = ۶۰ \times ۱۰ = ۶۰۰ \text{ N}$$

عکس العمل نیروی N، نیرویی است که از شخص برکف باسکول وارد می‌شود، و N' نامیده‌ایم. طرز کار باسکول به نحوی است که نیروی وارد شده بر کف آن نشان داده می‌شود. چون دو نیروی N و N' عمل و عکس العمل هستند، پس با هم برابرند، یعنی در ابتدا باسکول ۶۰۰ N را نشان می‌دهد. هنگامی که شخص فنر را به اندازهٔ $\Delta l =$ ۲۰cm می‌کشد، نیروی F_1 به فنر وارد می‌کند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_1 = \Delta l = ۱۰۰۰ \times ۰/۲ = ۲۰۰ \text{ N}$$

عکس العمل این نیرو F_2 است که از طرف فنر بر دست شخص وارد می‌شود. چون سر دیگر فنر به کف باسکول بسته شده است، از کف باسکول نیز نیروی F_4 بر فنر وارد می‌شود. چون فنر بدون جرم در نظر گرفته شده است و فنر نیز پس از کشیده شدن در حالت تعادل است، پس باید نیروهای F_4 و F_1، با هم برابر باشند. به این ترتیب اندازهٔ

نیروهای $F_۱$، $F_۲$، $F_۳$ و $F_۴$ با هم برابرند. اکنون بر شخص به جز نیروی وزن، نیروی $F_۲$ نیز وارد می‌شود و در نتیجه N و نیز N' افزایش می‌یابد. داریم:

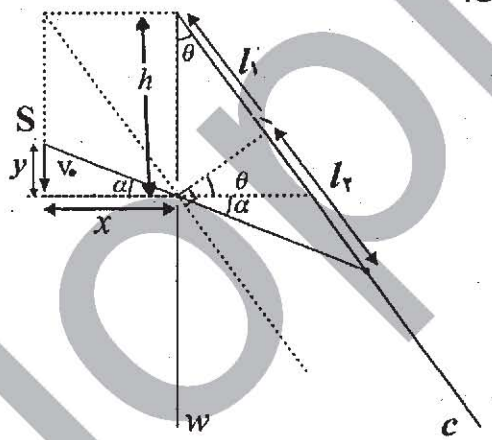
$$N' = N = mg + F_۲ = ۶۰۰ + ۲۰۰ = ۸۰۰ \text{ N}$$

اما در این حالت، علاوه بر نیروی N'، نیروی $F_۳$ نیز (برخلاف جهت نیروی N') بر کف باسکول وارد می‌شود و نیروی خالص وارد بر کف باسکول چنین است:

$$N' - F_۳ = ۸۰۰ - ۲۰۰ = ۶۰۰ \text{ N}$$

بنابراین کشیده شدن فنر، تغییری در عددی که باسکول نشان می‌دهد، به وجود نمی‌آورد، پس گزینهٔ (ب) درست است.

۱۷- پردهٔ C و دیوار W که روزنهٔ کوچکی در آن است، در شکل (۱۴-۴۱) نشان داده شده است. فاصلهٔ لکهٔ روی پردهٔ C تا بالای آن، $l = l_۱ + l_۲$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.



شکل (۱۴-۴۱)

$$l = h\cos\theta + (h\sin\theta)\,tg(\alpha + \theta)$$

با حرکت چشمهٔ S، زاویهٔ α تغییر می‌کند

و در نتیجه l تغییر خواهد کرد. برای سرعت لکه روی پرده داریم:

$$V=\frac{dl}{dt}=(h\sin\theta)[1+tg^2(\alpha+\theta)]\frac{d\alpha}{dt} \qquad (1)$$

با توجه به شکل داریم:

$$y=x\,tg\,\alpha$$

$$V_0=\frac{dy}{dt}=x(1+tg^2\alpha)\frac{d\alpha}{dt} \quad\rightarrow\quad \frac{d\alpha}{dt}=\frac{V_0}{x(1+tg^2\alpha)} \qquad (2)$$

اگر مقدار $\frac{d\alpha}{dt}$ را از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) قرار دهیم، داریم:

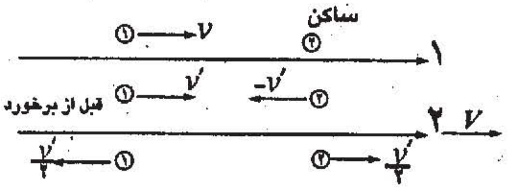
$$V=\frac{hV_0\sin\theta}{x}\,\frac{1+tg^2(\alpha+\theta)}{1+tg^2\alpha} \qquad (3)$$

از رابطهٔ (۳) پیداست که تغییرات سرعت V با زاویهٔ α خطی نیست. علاوه بر آن از شکل پیداست که در لحظه‌ای که چشمهٔ S از بالاترین نقطهٔ دیوار حرکت می‌کند، $\alpha+\theta=\frac{\pi}{2}$ است. بنابراین سرعت لکه، V در ابتدا بینهایت است. هنگامی که چشمهٔ S به پایین دیوار می‌رسد، زاویهٔ α به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود و سرعت لکه به صفر نزدیک می‌شود.

بنابراین نمودار تغییرات سرعت لکه روی پرده بر حسب زمان، مشابه نمودار گزینهٔ (ج) است. پس گزینه (ج) درست است.

۱۸- در شکل (۱۴-۴۲) دو دستگاه مختصات (۱) و (۲) و دو ذرهٔ (۱) و (۲) نشان داده

شـدهانـد. فـرض مـی‌کنیم سرعت دستگاه مختصات (۲) نسبت به دستگاه مختصات (۱)، V باشد. چنانچه این سرعت، با سرعت ذره‌های (۱) و (۲) در دستگاه مختصات (۲) افزوده شود، سرعت آن‌ها در دستگاه مختصات (۱) به دست خواهد آمد. داریم:



شکل (۱۴-۴۲)

$$\begin{aligned} V+v' &= v \\ V-v' &= 0 \end{aligned} \rightarrow \quad V=\frac{v}{2} \qquad v'=\frac{v}{2}$$

اکنون اگر سرعت V را بر سرعت ذرهٔ (۱) پس از برخورد بیفزاییم، سرعت ذرهٔ (۱) در دستگاه مختصات (۱) پس از برخورد به دست می‌آید. داریم:

$$V''=V-\frac{v'}{2}=\frac{v}{2}-\frac{v}{4}=\frac{v}{4} \qquad (2)$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

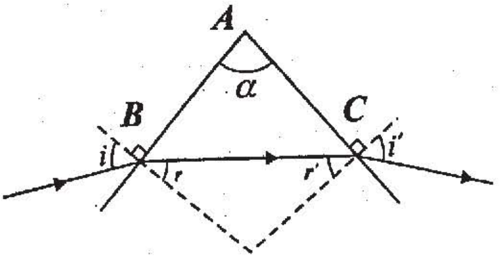
۱۹- در شکل (۱۴-۴۳)، منشور و باریکهٔ نور تابیده به آن نشان داده شده است. در مثلث ABC داریم:

$$\alpha+\left(\frac{\pi}{2}-r\right)+\left(\frac{\pi}{2}-r'\right)=\pi$$
$$\alpha=r+r'$$

طبق قانون دکارت برای شکست داریم:

$sin\, i = ۱/۴ sin\, r$

$sin\, i' = ۱/۴ sin\, r'$



شکل (۱۴-۴۳)

هر چه زاویهٔ i زیادتر شود، زاویهٔ r نیز زیادتر خواهد شد و در نتیجه زاویهٔ r' و به دنبال آن زاویه i' کوچک‌تر می‌شوند. ابتدا فرض می‌کنیم $i=۰$ باشد. در این صورت داریم:

$$i = ۰ \quad \rightarrow \quad r = ۰ \quad \rightarrow \quad r' = ۶۰^\circ \quad \rightarrow \quad sin\, i' = ۱/۴ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱/۲۱$$

چون سینوس زاویه هیچ گاه بیش از یک نمی‌شود، یعنی هیچ زاویهٔ i' وجود ندارد که نور با آن زاویه از منشور خارج شود. بنابراین باریکهٔ نور از منشور خارج نمی‌شود، بلکه در داخل منشور بازتاب کلی می‌کند. بیشترین زاویه برای r'، هنگامی است که زاویهٔ i' برابر با ۹۰° شود. داریم:

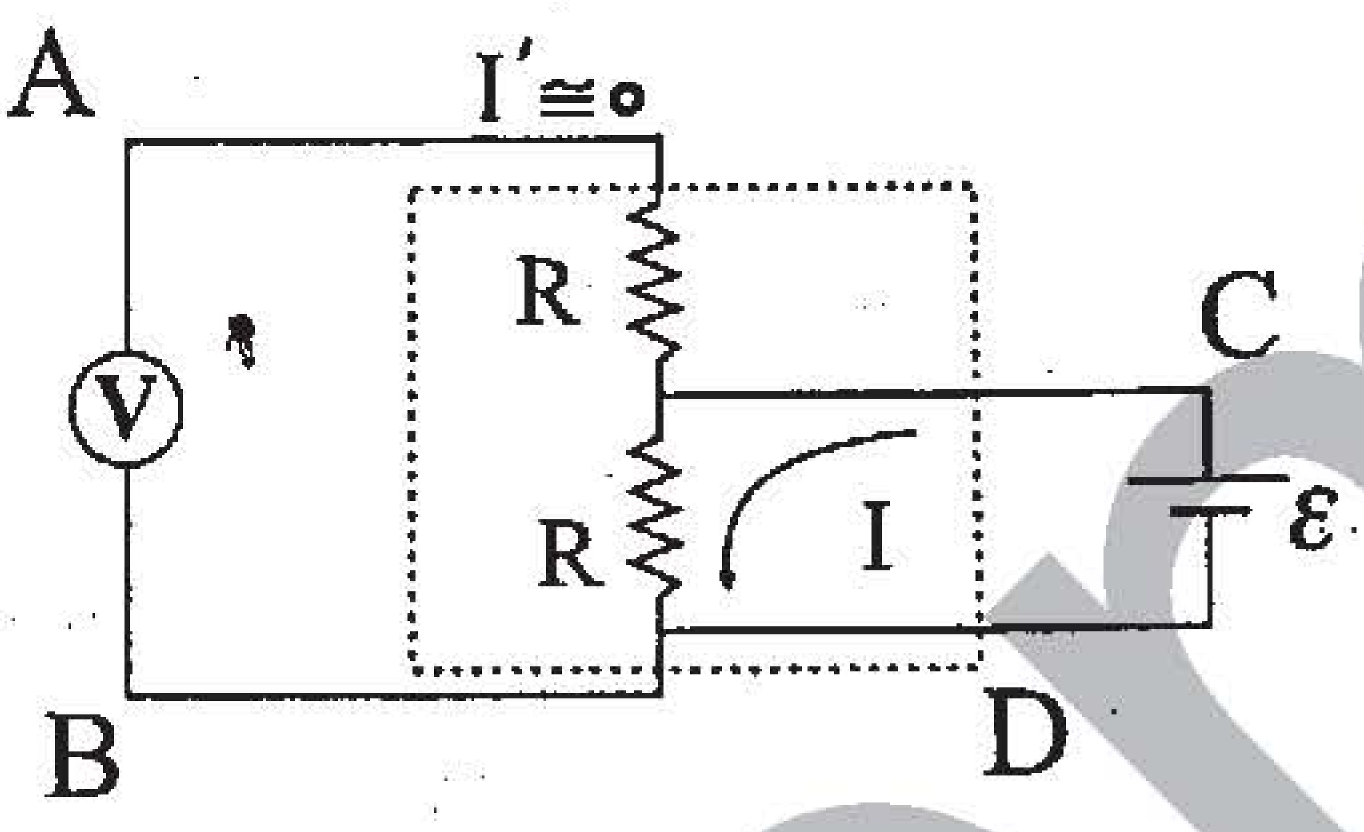
$$sin\, ۹۰^\circ = ۱/۴ sin\, r'_{max} \quad \rightarrow \quad sin\, r'_{max} = \frac{۱}{۱/۴} \quad \rightarrow \quad r' = ۴۵^\circ$$

چون زاویهٔ r' از ۴۵° بیشتر نمی‌شود، زاویهٔ r از ۱۵° کمتر نخواهد شد و در نتیجه زاویهٔ i' نیز برای آن که نور از منشور خارج شود، از مقدار معینی کمتر نمی‌شود.

اگر زاویهٔ i را برابر با 90° بگیریم، با همان روش معلوم می‌شود زاویهٔ r نیز بیش از 45° نخواهد شد و در نتیجه زاویهٔ r' کمتر از 15° نخواهد شد. این به آن معنی است که زاویهٔ i' نیز نمی‌تواند از مقدار معینی کمتر باشد. تنها نموداری که با این ملاحظات سازگار است نمودار (ج) است. پس گزینهٔ (ج) درست است.

۲۰- اگر در هر ۴ گزینه به دو نقطهٔ A و B باتری به نیروی محرکه ε ببندیم، تنها در مدار گزینهٔ (د) اختلاف پتانسیل میان دو نقطهٔ C و D برابر با $\frac{\varepsilon}{2}$ خواهد شد.

در شکل (۱۴-۴۴) مدار گزینهٔ (د) نشان داده شده است. در این شکل باتری را به دو نقطهٔ C و D بسته و یک ولت سنج میان دو نقطهٔ A و B قرار داده‌ایم. چون مقاومت درونی ولت سنج بسیار زیاد است، تقریباً



شکل (۱۴-۴۴)

جریانی از آن نمی‌گذرد. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بالایی نیز تقریباً صفر است، زیرا با ولت سنج سری است و همان جریان بسیار ناچیز ولت سنج از آن می‌گذرد. بنابراین آن چه ولت سنج نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت پایینی است که همان ε است. پس گزینهٔ (د) درست است.

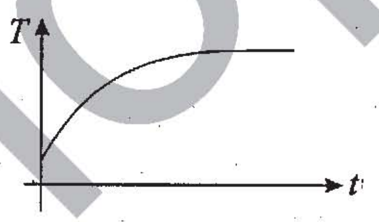
۲۱- دمای کتری و آب درون آن با دریافت گرما از شعلهٔ اجاق به تدریج بالا می‌رود. چون شعلهٔ اجاق ثابت است، یعنی مقدار گرمایی که در مدت زمان معین می‌دهد، ثابت است، مقدار گرمایی هم که کتری و آب درون آن در مدت زمان معین از شعله می‌گیرد،

ثابت است. اما با وجود این پیش از جوش آمدن آب، افزایش دمای کتری و آب، به دلایل زیر با گذشت زمان یکسان نیست.

الف - مقداری از آب درون کتری در هر دمایی قبل از جوشیدن، بخار می‌شود. به این ترتیب با گذشت زمان گرمای دریافت شده از اجاق، صرف افزایش دمای مقدار آب کمتری می‌شود. علاوه بر آن بخشی از گرمای دریافت شده به صورت گرمای نهان تبخیر به بخار آب داده می‌شود، یعنی صرف افزایش دمای آب و کتری نمی‌شود. فرض شده است که آبی که بیش از جوشیدن تبخیر می‌شود ناچیز است، پس این عامل تأثیری در روند افزایش دمای کتری و آب ندارد.

ب - از سطح هر جسمی در هر دمایی، مقداری انرژی تابش شود که علاوه بر شکل و نوع سطح آن، به دمای جسم نیز بستگی دارد.

به همین علت، هنگامی که با چشم بسته به یک بخاری روشن نزدیک می‌شوید، وجود آن را حس می‌کنید. هر چه دمای جسم بالاتر باشد، تابش انرژی از آن نیز بیشتر است. توان تابش شده از یک جسم با دمای مطلق T، با T^4 متناسب است. هنگامی که دمای کتری با دریافت گرما از شعله بالا می‌رود، تابش انرژی از آن نیز بیشتر می‌شود. بنابراین گرمای خالص دریافت شده توسط کتری و آب، به تدریج کمتر می‌شود و افزایش دمای آن آهنگ کندتری خواهد داشت.

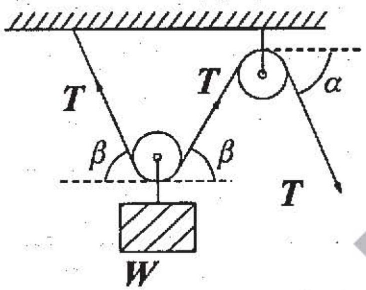


شکل (۱۴-۴۵)

با این توضیحات معلوم می‌شود که افزایش دمای کتری و آب ابتدا

سریع‌تر است و به تدریج از سرعت افزایش دما کم می‌شود و هنگامی که آب به جوش آید، دمای آن ثابت می‌ماند و تمام انرژی دریافتی صرف تبخیر آب می‌شود. با این ملاحظات تغییرات دمای آب و کتری مانند شکل (۱۴-۴۵) خواهد بود که مشابه گزینهٔ (الف) است. پس گزینهٔ (الف) درست است.

۲۲- قرقره‌ها و وزنهٔ W در شکل (۱۴-۱۴) مجدداً در شکل (۱۴-۴۶) نشان داده شده است. پیش‌تر توضیح داده شده است که با چشم پوشی از اصطکاک، در تمام طول یک نخ نیروی کشش یکسان است و قرقره‌ها تنها جت نیروی کشش را تغییر می‌دهند. چون اصطکاک نخ با قرقره ناچیز فرض شده است، قرقرهٔ آویخته به آسانی روی نخ می‌لغزد و جایی قرار می‌گیرد که نخ هر دو طرف آن با افق زاویهٔ β بسازد.



شکل (۱۴-۴۶)

$$۲(T\sin\beta) = W \quad \rightarrow \quad T = \frac{W}{۲\sin\beta}$$

از رابطهٔ بالا پیداست که اگر نیروی کشش T را کم کنیم، $\sin\beta$ و در نتیجه زاویهٔ β باید زیاد شود، یعنی T نسبت به زاویه β نزولی است. از شکل (۱۴-۴۶) پیداست که زاویهٔ α در نیروی T بی تأثیر است، یعنی هنگامی که انتهای نخ با نیروی T که برای ایجاد تعادل در دستگاه لازم است، کشیده شده است، می‌توان نخ را در هر راستایی کشید. به این تریب گزینهٔ (الف) درست است.

۲۳- فرض کنید نیرویی که از طرف سطح زمین به ماشین وارد می‌شود، F باشد. این نیرو به ماشین شتاب و در نتیجه سرعت می‌دهد. کار این نیرو در جابه جایی dx چنین است:

$$dw=Fdx$$

اگر جابه جایی dx در مدت زمان dt انجام شده باشد، توان ماشین از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P=\frac{dw}{dt}=F\frac{dx}{dt}=Fv$$

با توجه به این که توان ماشین مورد نظر αv^{2} است، داریم:

$$Fv=\alpha v^{2} \quad \rightarrow \quad F=\alpha v$$

هنگامی که این ماشین روی سطح شیب دار بالا می‌رود، علاوه بر نیروی F، مولفهٔ مماسی نیروی وزن نیز در راستای سطح بر آن اثر می‌کند که در خلاف جهت F است. این نیرو را F_{0} می‌گیریم. اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون برای حرکت ماشین روی سطح شیب‌دار داریم:

$$\sum F=\alpha v-F_{0}=ma=m\frac{dv}{dt}$$

اکنون سه حالت قابل پیش بینی است.

الف - برآیند نیروهای وارد بر ماشین صفر است.

$$\alpha v-F_{0}=0 \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{dt}=0$$

در این صورت سرعت ماشین ثابت است و نمودار سرعت ماشین بر حسب زمان یک خط افقی خواهد بود. گزینه‌ای که چنین حالتی را نشان دهد وجود ندارد.

ب - برآیند نیروهای وارد بر ماشین منفی است.

$$\alpha v - F_{\circ} < \circ \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{dt} < \circ$$

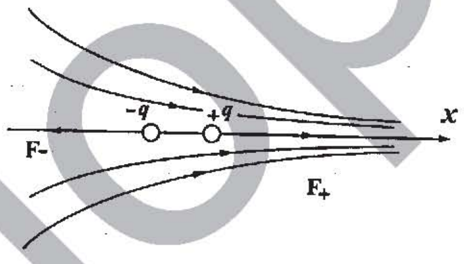
چون ماشین با سرعت اولیهٔ v_1 حرکت را آغاز کرده است، باید به تدریج سرعت آن کم شود تا سرانجام به صفر برسد. گزینه‌ای که این حالت را هم نشان دهد، وجود ندارد.

ج - برآیند نیروهای وارد بر ماشین مثبت است.

$$\alpha v - F_{\circ} > \circ \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{dt} > \circ$$

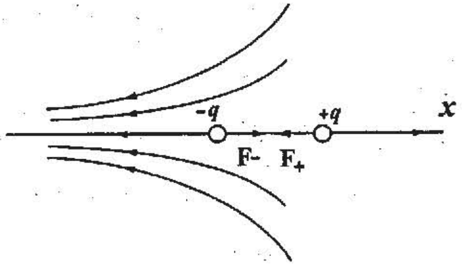
چون ماشین دارای سرعت اولیهٔ v_1 بوده است، باید به تدریج سرعت آن افزایش یابد و این افزایش سرعت برآیند نیروهای وارد بر ماشین را زیاد می‌کند و سبب افزایش $\frac{dv}{dt}$ می‌شود. پس باید نموداری را انتخاب کرد که در آن $\frac{dv}{dt}$ مثبت بوده و مقدار آن نیز به تدریج زیاد شود. تنها نمودار گزینهٔ (ب) این دو شرط را دارد. پس گزینهٔ (ب) درست است.

۲۴- در شکل (۱۴-۴۷) خطوط میدان الکتریکی که با افزایش x، بر مقدار آن افزوده می‌شود، نشان داده شده است. چون میدان الکتریکی در جهت مثبت است، E نسبت به x یک تابع صعودی است. در شکل نیروهای وارد بر بارهای $-q$ و $+q$ نیز نشان داده شده است و از شکل پیداست که دو قطبی در جهت محور x حرکت می‌کند.



شکل (۱۴-۴۷)

در شکل (۱۴-۴۸) نیز یک میدان الکتریکی که نسبت به x تابع صعودی است نشان داده شده است. با این تفاوت که میدان الکترکی E، در خلاف جهت محور xاست، یعنی E منفی است. در این حالت با افزایش x، اندازهٔ میدان الکتریکی



شکل (۱۴-۴۸)

کم شده است، اما چون E منفی است، dE مثبت است. بنابراین $\frac{dE}{dx} > \cdot$ است. نیروهای وارد بر بارهای $-q$ و $+q$ نشان می‌دهد که بازهم دو قطبی الکتریکی در جهت محور x حرکت می‌کند. پس درهر دو صورت دو قطبی الکتریکی در جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (الف) درست است.

۲۵- پس از مدت t، انرژی داده شده به جسم Pt است و این انرژی به صورت افزایش انرژی جنبشی جسم در آمده است. داریم:

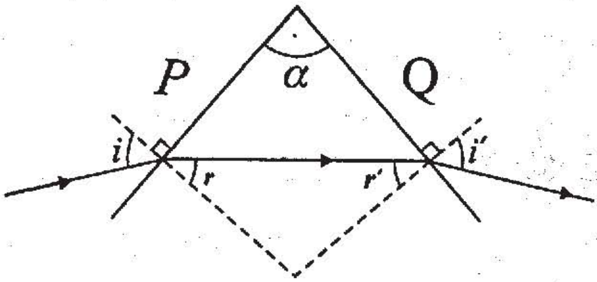
$$P\,t=\frac{۱}{۲}mV^{۲}-\frac{۱}{۲}V_{\cdot}^{۲}$$

چون جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است، داریم:

$$Pt=\frac{۱}{۲}mV^{۲} \quad \rightarrow \quad V=\sqrt{\frac{۲P\,t}{m}}$$

چون P مقدار ثابتی است، پس سرعت جسم با جذر زمان متناسب است. در نتیجه گزینهٔ (ب) درست است.

۲۶- مادهٔ شفاف میان دو نیم صفحهٔ P و Q مانند یک منشور است. مقطع این منشور در شکل (۱۴-۴۹) نشان داده شده است.



شکل (۱۴-۴۹)

برای آن که پرتو از نیم صفحهٔ Q خارج نشود، باید زاویهٔ r' از زاویهٔ حد بیشتر باشد.

داریم:

$$r'_{min} \geq \theta_c$$

$$\sin\theta_c = \frac{1}{n}$$

از طرفی در هر منشور میان زاویهٔ رأس و دو زاویهٔ r و r' رابطهٔ زیر برقرار است.

$$\alpha = r + r'$$

از رابطهٔ بالا پیداست که هر چه زاویهٔ r بزرگ‌تر شود، زاویهٔ r' کوچک‌تر می‌شود و برای آن که نور از نیم صفحهٔ Q خارج شود باید به ازای بزرگ‌ترین زاویهٔ r نیز زاویهٔ r' از زاویهٔ حد بیشتر باشد. بزرگ‌ترین زاویهٔ r هنگامی است که زاویهٔ i بیشترین مقدار، یعنی ۹۰° باشد. داریم:

$$\sin 90 = n \sin r_{max} \quad \rightarrow \quad r_{max} = Arc\sin\frac{1}{n}$$

$$r' = \alpha - r_{max} = \alpha - Arc\sin\frac{1}{n}$$

$$\sin r' \geq \sin\theta_c = \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad r' \geq Arc\sin\frac{1}{n}$$

$$\alpha - r_{max} \geq Arc\sin\frac{1}{n}$$

$$\alpha \geq 2Arc\sin\frac{1}{n} \rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} \geq \frac{1}{n}$$

به این ترتیب گزینهٔ (ب) درست است.

۲۷- بر طبق نظریه نسبیت اینشتن، جرم و انرژی هم ارزانند، یعنی انرژی و جرم می‌توانند به یکدیگر به تبدیل شوند. هم ارزی جرم و انرژی با رابطهٔ زیر نشان داده می‌شود که در آن c سرعت نور است.

$$E = mc^2$$

می‌دانیم هستهٔ اتم‌ها از پروتون و نوترون تشکیل شده است که به یکدیگر چسبیده‌اند. اگر بخواهیم پروتون‌ها و نوترون‌های هستهٔ یک اتم را از هم جدا کنیم، باید مقدار معینی انرژی به هسته بدهیم. بر طبق نظریهٔ هم ارزی جرم و انرژی، باید معادل انرژی داده شده به هسته، جرم اضافه به دست آوریم. این به آن معناست که مجموع جرم پرتون‌ها و نوترون‌های جدا از هم، حاصل از تلاشی هسته، از جرم هستهٔ اتم بیشتر است و این تفاوت برابر با جرم هم ارز انرژی صرف شده برای تلاشی هسته است. برای هسته‌ای با Z پروتون و N نوترون، این تفاوت جرم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$(Zm_p + Nm_n) - m_X = \frac{B}{c^2}$$

در رابطهٔ بالا m_p و m_n به ترتیب جرم پروتون و نوترون و m_X جرم هسته است و B انرژی داده شده به هسته برای جدا کردن پروتون‌ها و نوترون‌ها از یکدیگر است که انرژی بستگی نام دارد. هر چه تفاوت مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌ها از جرم هسته بیشتر باشد، هسته پایدارتر است و شکافتن آن به انرژی بیشتری نیاز دارد.

فرض کنید هستهٔ X با جرم m بر اثر واپاشی به دو هستهٔ X_1 و X_2 به جرم‌های m_1 و m_2

تجزیه شود و در اثر واپاشی انرژی B_0 آزاد شود. در این صورت داریم:

$$m_1 + m_2 + \frac{B_0}{c^2} = m \qquad (1)$$

اگر انرژی بستگی هسته‌های X، X_1 و X_2 را به ترتیب B، B_1 و B_2 و تعداد پروتون‌های آن‌ها را Z، Z_1 و Z_2 و تعدا نوتورن‌ها را N، N_1 و N_2 بگیریم، داریم:

$$(Nm_n + Zm_p) - m = \frac{B}{c^2} \qquad (2)$$

$$(N_1 m_n + Z_1 m_p) - m_1 = \frac{B_1}{c^2} \qquad (3)$$

$$(N_2 m_n + Z_2 m_p) - m_2 = \frac{B_2}{c^2} \qquad (4)$$

اکنون اگر طرفین مجموع دو رابطهٔ ۳ و ۴ را از طرفین رابطهٔ ۲ کم کنیم داریم:

$$-m + (m_1 + m_2) = \frac{B}{c^2} - \left(\frac{B_1}{c^2} + \frac{B_2}{c^2}\right) \qquad (5)$$

رابطهٔ (۵) بر این اساس نوشته شده است که مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های هسته‌های X_1 و X_2 به ترتیب با پروتون و نوترون هسته X برابر است.

با استفاده از رابطهٔ ۱، رابطهٔ ۵ به صورت زیر در می‌آید.

$$-\frac{B_0}{c^2} = \frac{B}{c^2} - \left(\frac{B_1}{c^2} + \frac{B_2}{c^2}\right)$$

$$B = B_1 + B_2 - B_0$$

چون $B_{\circ}$ انرژی آزاد شده است، یعنی مثبت است، می‌توان نوشت:

$B \leq B_{۱} + B_{۲}$

اکنون واپاشی هسته‌ای با عدد جرمی A به هسته‌ای با عدد جرمی $(A\text{-}۴)$ و یک ذرهٔ α بررسی می‌کنیم. با توضیحاتی که داده شد، باید:

$B_A \leq B_{A-۴} + B_{\alpha}$

با استفاده از انرژی بستگی هسته‌ها داریم:

$$(a+bA)A \leq [a+b(A-۴)](A-۴) + B_{\alpha}$$

$$aA + bA^{۲} \leq aA - ۴a + bA^{۲} + ۱۶b - ۸bA + B_{\alpha}$$

$$۸bA \leq ۱۶b - ۴a + B_{\alpha}$$

$$۸(-۰/۰۰۸)A \leq ۱۶ \times (-۰/۰۰۸) - ۴ \times ۹/۶ + ۲۵$$

$$A \geq ۲ + \frac{۳۸/۴ - ۲۵}{۶۴ \times ۱۰^{-۳}}$$

$$A \geq ۲۱۱$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

۲۸- توان تابشی که از ستاره به سطح سیاره می‌رسد، به دو عامل بستگی دارد.

الف - فاصلهٔ سیاره از ستاره - توان تابش شده از سیاره در فاصلهٔ R از آن روی سطح کره‌ای به شعاع R توزیع می‌شود. چون سطح کره متناسب با $R^{۲}$ بزرگ می‌شود، پس توان تابشی که به واحد سطح کره می‌رسد، با $\frac{۱}{R^{۲}}$ متناسب است. بنابراین توان تابشی که

به سیاره می‌رسد، با عکس مجذور فاصلهٔ آن از ستاره بستگی دارد.

ب - زاویهٔ میان نور ستاره با خط عمود بر سطح سیاره - در شکل (۱۴-۵۰) قسمتی از سطح سیاره و نور دریافتی از ستاره نشان داده شده است. از شکل پیداست که هر چه زاویهٔ میان پرتو نور ستاره و خط عمود بر سطح سیاره، α، بیشتر باشد، توان معینی که از ستاره رسیده است، به سطح بزرگتری توزیع می‌شود و توان تابشی یعنی توانی که به واحد سطح می‌تابد، کمتر می‌شود.

در شکل (۱۴-۵۰) S' سطح مؤثر در برابر پرتو تابیده از ستاره است. با توجه به شکل (۱۴-۵۰) داریم:

$$S' = S\cos\alpha$$

ملاحظه می‌شود که توان تابشی که به سطح سیاره می‌رسد، با $\cos\alpha$ متناسب است. بنابراین توان تابشی، I، با حاصل ضرب این دو عامل بستگی دارد و داریم:

$$I \propto \frac{\cos\alpha}{R^{2}} \rightarrow I = K\frac{\cos\alpha}{R^{2}}$$

در رابطهٔ بالا K ضریب تناسب است. مقدار $\cos\alpha$ و R به مکان سیاره روی مسیرخود بستگی دارد. در شکل (۱۴-۱۷)، هنگامی که سیاره در نقطهٔ A قرار دارد، $\cos\alpha$ بیشترین مقدار را دارد و هنگامی که سیاره در نقطهٔ P است، $\frac{1}{R^{2}}$ بیشترین است.

پارامتری مانند کمان طی شده توسط سیاره روی مسیرش در نظر می‌گیریم که با تغییر آن، $\cos\alpha$ و R نیز تغییر می‌کند. اگر این پارامتر را s بگیریم، باید آن را چنان تعیین کنیم که I ماکزیمم شود. داریم:

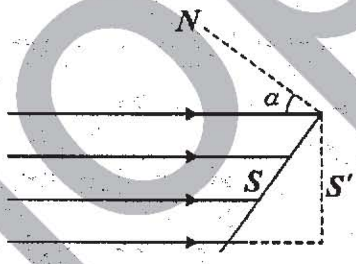
$$\frac{dI}{ds}=K\left[\frac{۱}{R^{۲}}\frac{d\cos\alpha}{ds}+\cos\alpha\frac{d(\frac{۱}{R^{۲}})}{ds}\right]=۰$$

$$\frac{dI}{ds}=K\left[\frac{۱}{R^{۲}}(-\sin\alpha\frac{d\alpha}{ds})+\cos\alpha(-\frac{۲}{R^{۳}}\frac{dR}{ds})\right]=۰$$

$$\frac{dI}{ds}=\frac{-K}{R^{۲}}(\sin\alpha\frac{d\alpha}{ds}+\frac{۲}{R}\cos\frac{dR}{ds})=۰$$

چون زاویهٔ α از $\frac{\pi}{۲}$ کمتر است، پس $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ هر دو مثبت‌اند و R نیز که فاصلهٔ سیاره از ستاره است، مثبت است. بنابراین باید نقطه‌ای از مسیر سیاره را انتخاب کرد که $\frac{dR}{ds}$ و $\frac{d\alpha}{ds}$ دارای علامت مخالف هم باشند. از نقطهٔ A در شکل (۱۴-۱۷) به طرف نقطهٔ P، R در حال کم شدن است، پس $\frac{dR}{ds}<۰$، اما زاویهٔ α در حال زیاد شدن است، زیرا این زاویه در نقطهٔ A کمترین مقدار خود را دارد، پس $\frac{d\alpha}{ds}>۰$.

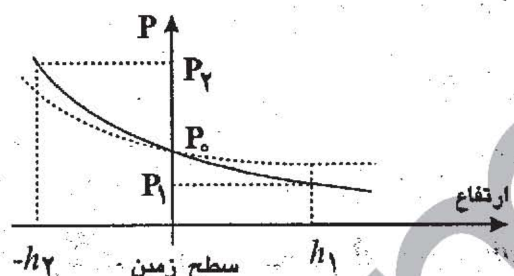
بنابراین نقطه‌ای از مسیر سیاره میان نقاط A و P در ناحیهٔ a وجود دارد که توان تابشی بیشترین مقدار را دارد. بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.



شکل (۱۴-۵۰)

۲۹- در شکل (۱۴-۵۱)، تغییرات فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین، به طور

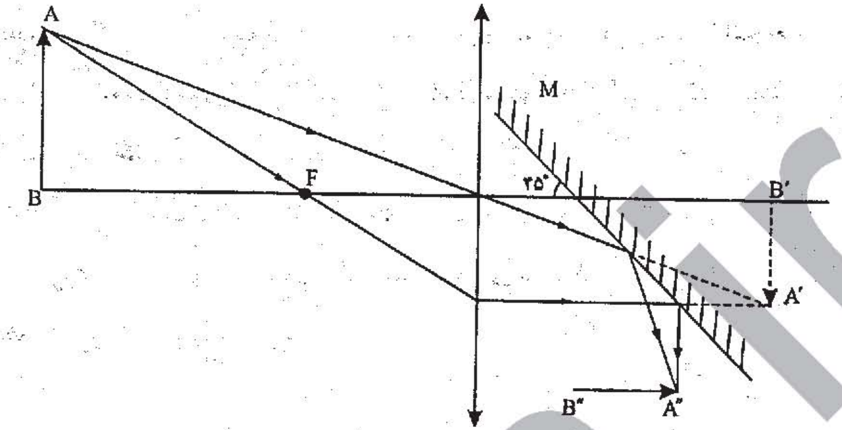
کیفی، نشان داده شده است. ستونی از هوا به سطح مقطع واحد از سطح زمین و ارتفاع h_1 در نظر می‌گیریم. اختلاف فشار در دو قاعدهٔ بالا و پایین این ستون برابر با وزن هوای موجود در آن ستون است. با افزایش دما، هوای این ستون منبسط شده و تعداد کمتری مولکول هوا درون آن خواهد ماند که وزن کمتری خواهد داشت. بنابراین باید اختلاف فشار در دو قاعدهٔ آن کم شود. با همین استدلال می‌توان دریافت که اختلاف فشار در سطح زمین و ته چاه باید کم شود. در این صورت



(شکل ۱۴-۵۱)

تغییرات فشار هوا بر حسب ارتفاع، مانند نمودار خط چین خواهد شد. از روی نمودار پیداست که فشار در ارتفاع h_1 از سطح زمین، بیشتر از قبل و فشار در عمق چاه، کمتر از قبل خواهد شد. بنابراین گزینهٔ (ج) درست است.

۳۰- در شکل (۱۴-۵۲) عدسی و جسم نشان داده شده است. اگر آینهٔ تخت را در محل خود قرار نمی‌دادیم، تصویر جسم AB در محل $A'B'$ تشکیل می‌شود. برای به دست آوردن این تصویر دو پرتو را که یکی از مرکز عدسی و دیگری از کانون آن گذشته است رسم کرده‌ایم. با استفاده از رابطهٔ عدسی‌ها، می‌توان محل تصویر $A'B'$ را به دست آورد.



شکل (۱۴-۵۲)

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{۳۰}$$

$$\frac{1}{۹۰}+\frac{1}{q}=\frac{1}{۳۰} \rightarrow q=۶۰\ \text{cm}$$

چون $q<p$، پس اندازهٔ تصویر از اندازهٔ جسم کوچک‌تر است. اما همان طور که در شکل نشان داده شده است، آینهٔ تخت پرتوهایی را که به نقطهٔ A' می‌رسیدند، بازتاب می‌دهد. در این حالت تصویر $A'B'$ برای آینهٔ تخت مانند یک جسم، اما جسم مجازی عمل می‌کند و آینهٔ تخت از آن یک تصویر حقیقی به همان اندازه می‌دهد. پس تصویر نهایی حقیقی و از جسم کوچک‌تر. به این ترتیب گزینهٔ (الف) درست است.

۳۱- اجسام کدر به رنگ نوری دیده می‌شوند که آن رنگ را بازتاب می‌دهند. مثلاً برگ گیاهان به این دلیل سبز دیده می‌شوند که نور سبز را بازتاب می‌دهند و بقیهٔ رنگ‌ها را

جذب می‌کنند. چون برگ گیاهان با جذب انرژی نورانی فتوسنتز را انجام می‌دهد، بنابراین نور سبز که بسیار کم جذب می‌شود، و بیشتر آن بازتاب می‌کند، کمترین نقش را در انجام فتوسنتز دارد. پس گزینهٔ (ب) درست است.

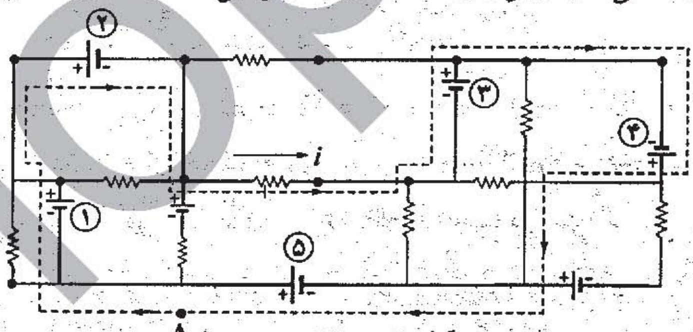
۳۲- برای آن که فوتون، بتواند الکترون مورد نظر از تراز $n=۱$ به تراز $n=۳$ برانگیزد، باید انرژی فوتون، $h\nu$، حداقل برابر تفاوت انرژی مربوط به دو تراز باشد.
تفاوت انرژی دو تراز چنین است:

$$\Delta E = \frac{h^{۲}}{۸a^{۲}m}(n_{۲}^{۲} - n_{۱}^{۲}) = h\nu$$

$$\nu = \frac{h}{۸a^{۲}m}(۳^{۲} - ۱^{۲}) = \frac{۶/۶ \times ۱۰^{-۳۴}}{(۱۰^{-۱۰})^{۲} \times ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱}} = ۷/۲۵ \times ۱۰^{۱۶}\ \mathrm{Hz}$$

بنابراین گزینهٔ (ب) درست است.

۳۳- مدار مورد نظر در شکل (۱۴-۵۳) رسم شده است. با اندکی دقت معلوم می‌شود که مدار شکل خاصی دارد و برای به دست آوردن جریانی که از مقاومت شماره ۱



شکل (۱۴-۵۳)

می‌گذرد، راه حل ساده‌ای وجود دارد. از نقطهٔ a در مدار، مسیر بسته‌ای را چنان انتخاب می‌کنیم که از مقاومت شمارهٔ ۱ بگذرد و در بقیهٔ مسیر تنها از باتری‌ها و سیم‌های رابط بدون مقاومت وجود داشته باشد. این مسیر با خط چین مشخص شده است. چون مقاومت داخلی باتری‌ها ناچیز فرض شده است، اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌ها با نیروی محرکهٔ آن‌ها برابر است، زیرا افت داخلی قابل چشم پوشی است. در این مسیر بسته مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها باید صفر باشد. برای تعیین علامت درست اختلاف پتانسیل در هر قسمت، دو قاعدهٔ زیر وجود دارد.

الف - اگر در طی مسیر بسته، از قطب منفی به قطب مثبت باتری برویم، اختلاف پتانسیل مثبت است و برعکس آن منفی است.

ب - اگر در طی مسیر بسته، در جهت جریان حرکت کنیم، اختلاف پتانسیل منفی است و برعکس آن مثبت است. مجموع جبری اختلاف پتانسیل در مسیر بسته چنین است.

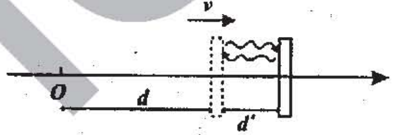
$$+\varepsilon_1-\varepsilon_2-iR+\varepsilon_3+\varepsilon_4+\varepsilon_5=0$$

چون نیروی محرکهٔ همهٔ باتری‌ها برابر است، داریم:

$$3\varepsilon-iR=0 \quad \rightarrow \quad i=\frac{3\varepsilon}{R}$$

بنابراین گزینهٔ (د) درست است.

۳۴- شکل (۱۴-۵۴) آینه را که با سرعت v به طرف راست می‌رود نشان می‌دهد. هنگام گسیل تپ نوری از نقطهٔ O در لحظه‌ای که



شکل (۱۴-۵۴)

ساعت T را نشان می‌دهد، آینه در فاصلهٔ $d=vT$ است. در مدتی که تپ نوری با سرعت c به طرف آینه رفته و به آن می‌رسد، آینه فاصلهٔ d' را نیز جلو رفته است. اگر مدتی که تپ نوری فاصلهٔ O تا آینه را طی می‌کند، τ بگیریم، داریم:

$$\tau c = d + \tau v \quad \rightarrow \quad v = \frac{d}{c-v} = \frac{vT}{c-v}$$

نور پس از بازتاب از آینه، در همین مدت به نقطهٔ O می‌رسد. بنابراین از زمان گسیل تپ نوری تا بازگشت آن به نقطهٔ O، زمان طی شده، 2τ است، یعنی ساعت از عدد T که هنگام گسیل تپ نشان می‌داد، به اندازهٔ 2τ جلو رفته است. داریم:

$$T' = T + 2\tau = T + \frac{2vT}{c-v} = \frac{c+v}{c-v}T$$

به این ترتیب گزینهٔ (الف) درست است.

بخش دوم - مسئله‌های کوتاه

۱- بنا به تعریف سرعت متوسط عبارت است از:

$$\overline{v}(t)=\frac{x(t)-x(۰)}{t-۰}$$

جز در حالت حرکت یک نواخت که سرعت متوسط مستقل از زمان و برابر با سرعت متحرک است، سرعت متوسط بستگی به بازهٔ زمانی در نظر گرفته شده دارد. با توجه به نمودار سرعت - زمان شناگر (شکل ۱۴-۱۹ را نگاه کنید)، حرکت وی یک نواخت نیست، پس سرعت متوسط شناگر بستگی به زمان دارد و در لحظهٔ خاصی بیشینه است. برای محاسبهٔ سرعت متوسط شناگر باید تغییر مکان وی را در بازهٔ زمانی صفر تا t محاسبه کنیم.

حرکت شناگر دربازهٔ زمانی صفر تا ۲s، شتاب دار است. تغییر مکان و سرعت وی در لحظهٔ $t=۲s$ چنین است.

$$t=۲s \qquad \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}(۱۰۰\times ۲)=۱۰۰\ \text{cm}$$

$$V_۱=۱۰۰\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

تغییر مکان شناگر در $t=۲s$ بر این اساس به دست آمده است که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با تغییر مکان است.

حرکت شناگر برای $t\geq ۲s$ با شتاب ثابت منفی انجام شده است. شتاب وی در این مرحله با توجه به نمودار شکل (۱۴-۱۹) چنین است.

$$a=\frac{V_f-V_i}{t_f-t_i}=\frac{۸۵-۱۰۰}{۱۲-۲}=-۱/۵\quad \frac{\text{cm}}{\text{s}^۲}$$

$$\Delta x_{۲}=\frac{۱}{۲}a(t-۲)^{۲}+V_{\circ}(t-۲)$$

$$\Delta x_{۲}=\frac{۱}{۲}(-۱/۵)(t^{۲}+۴-۲t)+۱۰۰(t-۲)$$

$$\Delta x_{۲}=-\circ/۷۵t^{۲}+۱۰۱/۵t-۲۰۳$$

سرعت اولیه در مرحله دوم حرکت، همان سرعت شناگر در پایان مرحلهٔ اول، یعنی $t=۲s$ است که از روی نمودار سرعت - زمان برابر با $۱۰۰\ \frac{cm}{s}$ است. اکنون می‌توان تغییر مکان کل شناگر را در بازهٔ زمانی صفر تا t به دست آورد.

$$\Delta x=\Delta x_{۱}+\Delta x_{۲}$$

$$x(t)-\circ=-\circ/۷۵t^{۲}+۱۰۱/۵t-۱۰۳$$

$$\overline{v}(t)=\frac{x(t)}{t}=-\circ/۷۵t+۱۰۱/۵-\frac{۱۰۳}{t}$$

با مشتق گرفتن از $\overline{v}(t)$ نسبت به t و مساوی صفر قرار دادن آن، لحظه‌ای را می‌توان به دست آورد که $\overline{v}(t)$ بیشینه است.

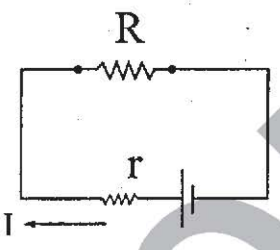
$$\frac{d\overline{v}(t)}{dt}=-\circ/۷۵+\frac{۱۰۳}{t^{۲}}=\circ \quad \rightarrow \quad t^{۲}=\frac{۱۰۳}{\circ/۷۵}=۱۳۷$$

$$t=۱۱/۷s$$

$$\overline{v}\,(t)_{max} = -\,۰/۷۵ \times ۱۱/۷ + ۱۰۱/۵ - \frac{۱۰۳}{۱۱/۷} \simeq ۸۴ \quad \frac{cm}{s}$$

در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$، سرعت متوسط برابر با $۵۰\,\frac{cm}{s}$ است که میانگین سرعت در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی است. چون این مقدار از $۸۴\frac{cm}{s}$ کمتر است، پس بیشینهٔ سرعت متوسط در تمام طول حرکت شناگر، همان $۸۴\,\frac{cm}{s}$ است.

۲- شکل (۱۴-۵۵) مداری را نشان می‌دهد که از باتری مورد نظر و مقاومت غیر خطی تشکیل شده است. داریم:

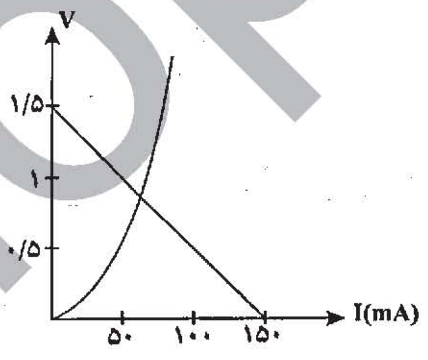


شکل (۱۴-۵۵)

$$\varepsilon = Ir + IR$$

$$V_R = \varepsilon - Ir$$

از این معادله پیداست که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت غیر خطی R بر حسب جریان، یک خط راست است. نمودار ولتاژ دو سر مقاومت غیر خطی بر حسب جریان آن مجدداً در شکل (۱۴-۵۶) رسم شده است. روی این شکل معادلهٔ V_R بر حسب I نیز رسم



شکل (۱۴-۵۶)

شده است چون V_R هم باید روی خط راست و هم روی نمودار غیر خطی باشد، پس محل تقاطع آن دو است. از روی شکل پیداست که $V_R = ۰/۹\text{V}$ و $I = ۶۰\text{mA}$ است. اکنون می‌توان بازده را حساب کرد. داریم:

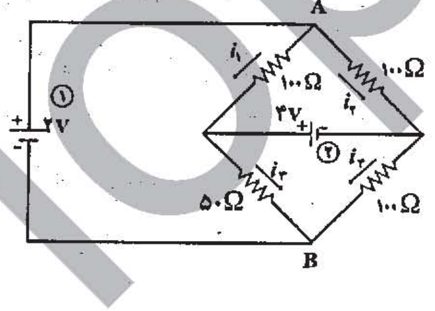
$$\eta = \frac{RI^۲}{RI^۲ + rI^۲} = \frac{V_R}{\varepsilon} = \frac{۰/۹}{۱/۵} = ۰/۶ = \%\ ۶۰$$

۳- از نمودار شکل (۱۴-۲۱) پیداست که هر قسمت از محور زمان $۵۰ ms$ است. چون فاصلهٔ زمانی صفر شدن‌های متوالی جریان یکسان است، برای کاستن از خطا، زمان تعدادی از آن‌ها را از روی نمودار تعیین و سپس به تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم. اگر فاصلهٔ زمانی دوبار صفر شدن پشت هم جریان را T بگیریم، دهمین بار صفر شدن جریان از هفتدهمین تقسیم بندی می‌گذرد. پس:

$$۱۰T = ۱۷ \times ۵۰ = ۸۵۰\ \text{ms}$$

$$T = ۸۵\ \text{ms}$$

۴- مدار مورد نظر در شکل (۱۴-۵۷) رسم شده است. روی هر کدام از مقاومت‌ها جریانی را با جهت دلخواه مشخص کرده‌ایم. اکنون باید معادله هایی را نوشت که با حل آن‌ها، بتوان جریان‌ها را به دست آورد. چون ۴ جریان مجهول وجود دارد، باید ۴ معادلهٔ مستقل از هم نوشت. معادله‌ها بر اساس دو



شکل (۱۴-۵۷)

قانون زیر نوشته می‌شوند:

الف - جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در یک مسیر بسته صفر است. علامت اختلاف پتانسیل در باتری و مقاومت در سئوال ۳۳ توضیح داده شده است.

ب - مجموع جریان هایی که به یک نقطه می‌رسند، با مجموع جریان هایی که از آن نقطه خارج می‌شوند، برابر است.

پس از حل معادله‌ها، ممکن است برای بعضی از جریان‌ها مقدار منفی به دست آید. در این صورت عدد به دست آمده برای مقدار جریان درست است، ولی جهت پیش بینی شده اولیه، اشتباه بوده و باید برعکس شود.

در مدار مورد نظر می‌توان سه مسیر بسته مستقل از هم در نظر گرفت و سه معادله نوشت. داریم:

$$۱۰۰ i_۱ + ۵۰ i_۳ = ۲ \qquad (۱)$$

$$۱۰۰ i_۲ + ۵۰ i_۴ = ۲ \qquad (۲)$$

$$۱۰۰ i_۲ - ۱۰۰ i_۱ = ۴ \qquad (۳)$$

باید توجه داشت که مسیرهای بستهٔ ممکن، تنها این سه مسیر که معادلهٔ آن‌ها نوشته شده است، نیستند، اما تنها معادله‌های مربوط به سه مسیر بسته، مستقل از هم است و این سه مسیر بسته می‌تواند به هر نحوی انتخاب شود. معادلهٔ چهارم را باید براساس جریان‌ها نوشت. از شکل پیداست که جریانی که از باتری ۱ به نقطهٔ A می‌رسد باید همان مقداری باشد که از نقطهٔ B به طرف باتری ۱ بر می‌گردد. پس داریم:

$$i_۱ + i_۲ = i_۳ + i_۴ \qquad (۴)$$

با داشتن این ۴ معادله می‌توان جریان‌ها را به دست آورد. چون تنها جریان i_3 مورد نظر است، جریان‌های i_1، i_2 و i_4 را طی سه مرحله از معادله‌ها حذف می‌کنیم تا معادله‌ای که فقط i_3 در آن باشد، به دست آید. این مراحل به ترتیب زیر است:

$$\begin{cases} 2i_1 + i_3 = 0/04 \\ i_2 + i_4 = 0/02 \\ i_2 - i_1 = 0/04 \quad \rightarrow \quad i_1 = i_2 - 0/04 \\ i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2i_2 - 0/08 + i_3 = 0/04 \\ i_2 + i_4 = 0/02 \quad \rightarrow \quad i_2 = 0/02 - i_4 \\ 2i_2 - 0/04 = i_3 + i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \times 0/02 - 2i_4 - 0/08 + i_3 = 0/04 \\ 2 \times 0/02 - 2i_4 - 0/04 = i_3 + i_4 \quad \rightarrow \quad i_4 = -\frac{i_3}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2i_3}{3} + i_3 = 0/08$$

$$5i_3 = 0/240 \quad \rightarrow \quad i_3 = 0/048\ \text{A} = 48\ \text{mA}$$