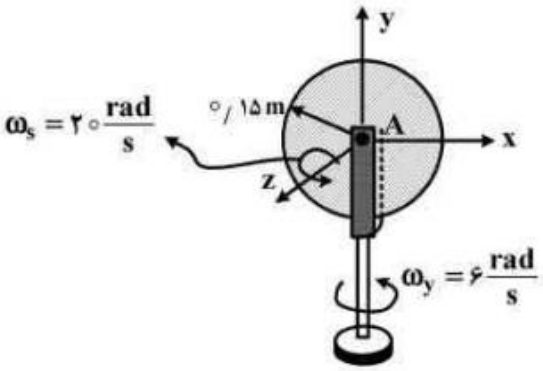
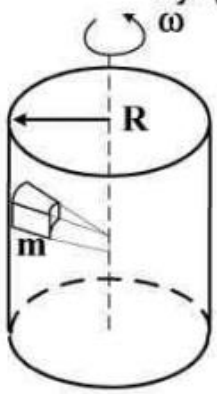
۹۱- دیسک ۲۰ کیلوگرمی شکل زیر با سرعت $\omega_s = ۲۰\frac{rad}{s}$ حول محور مرکزی z خود می‌چرخد در حالی‌که محور پشتیبان آن با سرعت $\omega_y = ۶\frac{rad}{s}$ دوران می‌کند. گشتاور ژیروسکوپی حاصل از نیروهای عکس‌العملی که از سوی پین A به دلیل این حرکت به دیسک وارد می‌شود، چند N.m می‌باشد؟

۱) ۱۳/۵
۲) ۲۷
۳) ۵۴/۵
۴) ۶۰



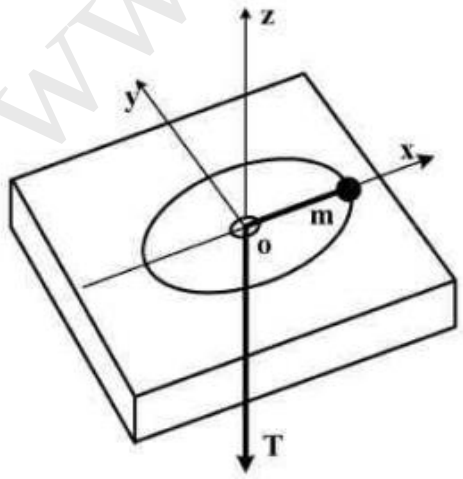
۹۲- حداقل سرعت زاویه‌ای یک استوانه به شعاع R چقدر باشد تا بلوک نشان داده شدهٔ داخل آن که جرم m دارد به سمت پایین نلغزد؟ ضریب اصطکاک بین بلوک و سطح داخلی استوانه μ فرض شود.

۱) $\sqrt{\frac{g}{۲\mu R}}$
۲) $\sqrt{\frac{mR}{\mu}}$
۳) $\sqrt{\frac{g}{\mu R}}$
۴) $\sqrt{\frac{۲g}{\mu R}}$



۹۳- ذره‌ای به جرم m در حالی که توسط طناب بدون جرمی مهار شده است، در صفحهٔ افقی حرکت می‌کند. اگر از اصطکاک چشم‌پوشی شود، مقدار $\frac{d\omega}{dr}$ چقدر است؟ (ω سرعت دوران ذره حول محور z و r فاصلهٔ آن تا سوراخ می‌باشد.)

۱) $\frac{-۲\omega}{r}$
۲) $\frac{-\omega}{r}$
۳) $\frac{\omega}{r}$
۴) $\frac{۵\omega}{r}$

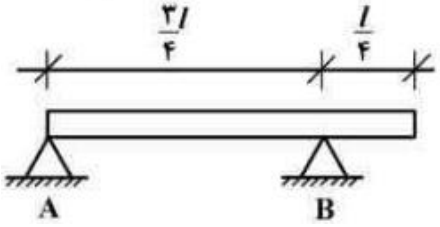


www.dyn-mach.blog.ir

۹۴- نقطه‌ای مادی با سرعت ثابت v در امتداد منحنی فضائی $z=\theta\ ,\ y=\sin\theta,\ x=\cos\theta$ حرکت می‌کند. مقدار شتاب نقطهٔ مادی چقدر است؟

۱) صفر
۲) $\frac{v^2}{2}$
۳) $v^2\cos\theta$
۴) v^2

۹۵- میلهٔ یکنواخت زیر با وزن W در A لولا و در B روی تکیه‌گاه غلتکی قرار دارد. اگر ناگهان تکیه‌گاه B برداشته شود، نیروی لحظه‌ای وارد بر تکیه‌گاه A در راستای قائم چند برابر W خواهد بود؟ $(I_A=\frac{1}{3}m\ell^2)$



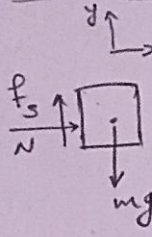
۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{3}{4}$

www.dyn-mach.blog.ir

۹۱ چون شتاب زاویه‌ای (ω) وجود ندارد رابطه گشتاور گیروسکوپی برابر است با: گزینه ۲

$$M = I\omega_s\omega_y = \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_s\omega_y = \frac{1}{2}\times 20\times(0.1\omega)^2\times 20\times 9 = 27\ Nm$$

۹۲



$$\Sigma F_x = ma_n \rightarrow N = mR\omega^2 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow f_s - mg = 0 \rightarrow f_s = mg \quad (2)$$ گزینه ۳

$$f_s = \mu N \quad (2) \rightarrow \mu N = mg \rightarrow N = \frac{mg}{\mu} \quad (3)$$

$$(3),(1) \rightarrow \frac{mg}{\mu} = mR\omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{g}{\mu R} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$$

۹۳

$$H = cte \rightarrow \frac{dH}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt}(mr^2\omega) = 0 \rightarrow m\left(2r\frac{dr}{dt}\omega + r^2\frac{d\omega}{dt}\right) = 0$$

$$\rightarrow mr\left(2\omega\frac{dr}{dt} + r\frac{d\omega}{dt}\right) = 0 \rightarrow 2\omega\,dr + r\,d\omega = 0 \rightarrow \boxed{\frac{d\omega}{dr} = \frac{-2\omega}{r}}$$ گزینه ۱

۹۴

$$\vec{a} = \frac{|v|^2}{\rho}\vec{e}_n + \frac{dv}{dt}\vec{e}_t \xrightarrow{v=cte} \vec{a} = \frac{|v|^2}{\rho}\vec{e}_n \rightarrow |\vec{a}| = \frac{|v|^2}{\rho}$$

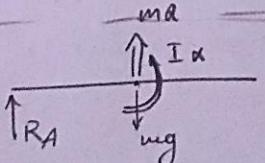
$$\vec{R} = (\cos\theta, \sin\theta, \theta) \rightarrow \vec{v} = (-\sin\theta, \cos\theta, 1) \rightarrow \vec{a} = (-\cos\theta, -\sin\theta, 0)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 + (1)^2} = \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1} = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{|\vec{v}\times\vec{a}|}{|v|^3} = \frac{|(\sin\theta, -\cos\theta, 1)|}{(\sqrt{2})^3} = \frac{\sqrt{(\sin\theta)^2 + (-\cos\theta)^2 + (1)^2}}{(\sqrt{2})^3} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = \frac{v^2}{2}}$$ گزینه ۲

۹۵



با توجه به اصل دالامبر داریم: گزینه ۱

$$\Sigma F_y - ma = 0 \rightarrow R_A - mg + ma = 0 \xrightarrow{(2)} R_A - mg + \frac{2}{5}mg = 0 \rightarrow \boxed{R_A = \frac{mg}{5}}$$

$$\Sigma M_A - I\alpha = 0 \rightarrow -mg\frac{\ell}{2} + \left(\frac{1}{12}m\ell^2\right)\alpha = 0 \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{2}{2}\frac{g}{\ell}} \quad (1)$$

$$a = \frac{\ell}{2}\alpha \xrightarrow{(1)} a = \frac{\ell}{2}\times\frac{2}{2}\frac{g}{\ell} \rightarrow \boxed{a = \frac{3}{4}g} \quad (2)$$

www.aya-mech.blog.ir