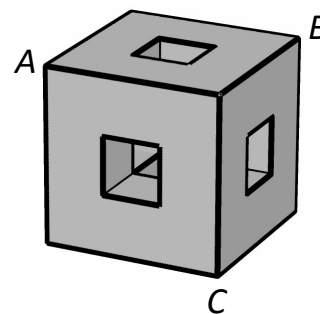


Team : _____ Score : _____

1. مکعبی $3 \times 3 \times 3$ داریم که مطابق شکل، مکعب‌های کوچک میانی آن حذف شده است، یعنی از هر حفره می‌توان طرف دیگر را دید. تقاطع صفحه‌ای که از رئوس A, B, C عبور می‌کند را با مکعب در نظر بگیرید. شکل سطح مقطع حاصل را رسم کنید. از مثلث ABC به وجود آمده، آن قسمتی که از بخش‌های توپر مکعب می‌گذرد را سیاه کنید و بخشی از مثلث را که از بخش‌های تو خالی مکعب می‌گذرد، سفید باقی بگذارید.



پاسخ :

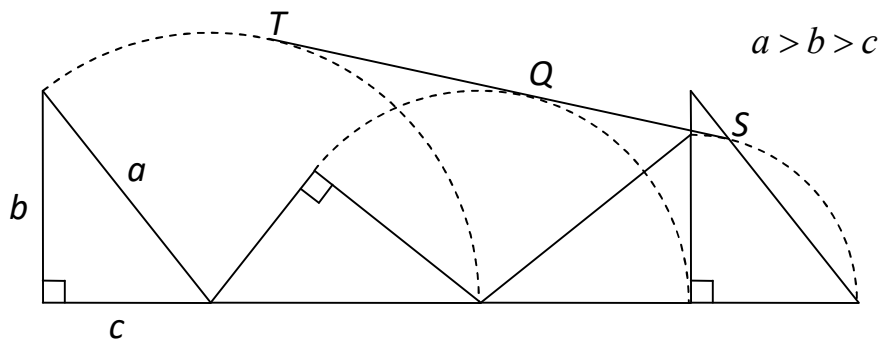
Team : _____ Score : _____

2. 314 سکه داریم که در 21 جعبه باز قرار گرفته‌اند. در هر حرکت می‌توانید از دو جعبه دلخواه، هر کدام یک سکه بردارید، و در جعبه دیگری (به جز این دو جعبه) قرار می‌دهید. در حرکت آخر می‌توانید همه سکه‌های یک جعبه را بردارید. (برای خودتان!!) بیشترین تعداد سکه‌هایی که می‌توانید بدست آورید، چند تا است؟

پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

3. یک مثلث قائم الزاویه با طول وتر a روی کوچکترین ضلع خود، $c = 1$ قرار دارد. ما این مثلث را مطابق شکل، به طور متوالی سه بار دوران می‌دهیم. اگر بدانیم سه کمان دارای مماس مشترکی هستند، که آنرا TS می‌نامیم، مقدار a را بیابید.



پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

4. همه دو تایی های مرتب (x, y) از اعداد طبیعی را بیابید که در معادله $x^3 + y^3 = x^2 + 18xy + y^2$ صدق کنند.

پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

5. فرض کنید $P(x)$ یک چند جمله‌ای درجه‌ی 3 و x_1, x_2, x_3 جوابهای $P(x) = 0$ می‌باشند. اگر

باشند، مقدار عبارت $\frac{P(\frac{1}{4}) - P(\frac{-1}{4})}{P(0)} = 9$ و $\frac{P(\frac{1}{3}) - P(\frac{-1}{3})}{P(0)} = 8$ و $x_1 + x_2 + x_3 = 35$ را بدست آورید.

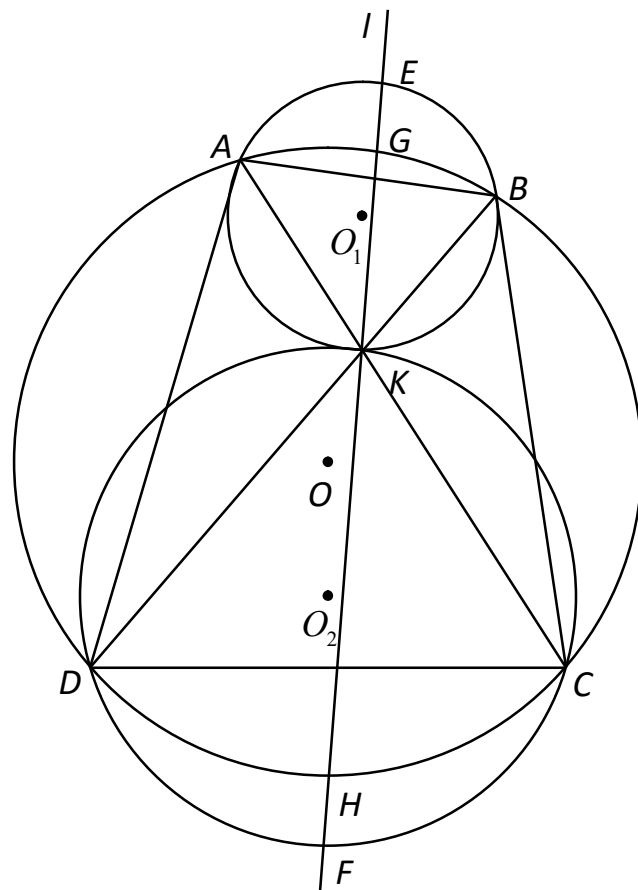
$$\frac{x_1 + x_2}{x_3} + \frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2}$$

پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

6. چهار ضلعی ABCD داخل دایره‌ای به مرکز O محاط شده است. محل برخورد دو پاره خط AC و BD را K می‌نامیم. همچنین O_1 مرکز دایره محیطی مثلث ABK و O_2 مرکز دایره محیطی مثلث CDK هستند. خط l از نقطه K گذشته و این دو دایره را در نقاط E و F، و دایره محیطی چهارضلعی ABCD را در نقاط G و H قطع می‌کند. ثابت کنید :

$$EG = FH$$



Team : _____ Score : _____

7. عدد $a > 0$ و دنباله $x_n = a^n - \frac{1}{a^n}$ را برای $n = 1, 2, 3, \dots$ در نظر بگیرید. اگر $x_1 = 3$ باشد، رقم یکان x_{2017} را بیابید.

پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

8. فرض کنید x, y, z اعدادی حقیقی **و مثبت** باشند. k و m را به ترتیب کمترین مقدار ممکن برای عبارتهای زیر در نظر بگیرید:

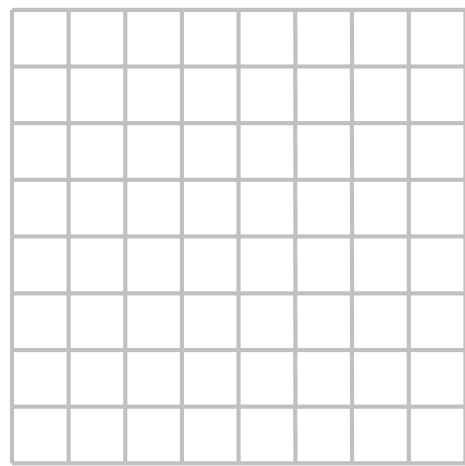
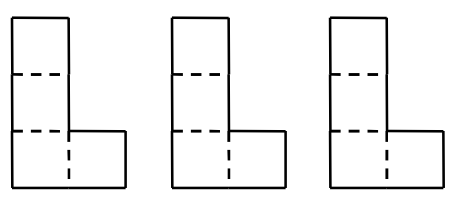
$$\frac{x^2+y^2+z^2+1}{xy+y+} \text{ و } \frac{x^2+y^2+z^2+1}{xy+yz}$$

مقدار $km + k + m$ را پیدا کنید.

پاسخ : _____

Team : _____ Score : _____

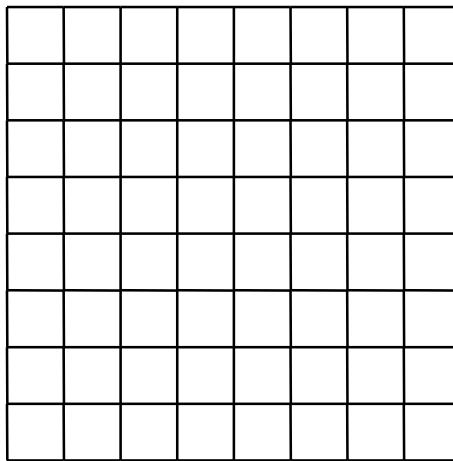
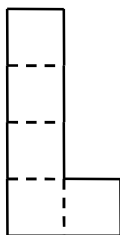
9. با استفاده از سه شکل L- مینو زیر یک شکل متقارن بسازید. به طوریکه هر یک از این L - مینو ها بایستی حداقل با یکی دیگر از L - مینو ها در یک نقطه مشترک باشند. همچنین هیچ دو تایی همپوشانی نداشته باشند. برای ساختن شکل مورد نظر می توانید L - مینو ها را دوران داده ولی قرینه کردن مجاز نیست.



پاسخ :

Team : _____ Score : _____

10. به چند طریق می توان شکل L - مانند سمت چپ را در شبکه 8×8 سمت راست قرار داد به طوریکه دقیقا 5 مربع واحد از شبکه زیر کاملا پوشانده شود؟



پاسخ : _____