



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
سازمان دانش آموزی تهران

# آزمون انتخابی هجدهمین دوره مسابقات جهانی ریاضی IMC 2016

## دفترچه سوال مرحله اول

## ویژه دانش آموزان پایه‌های هفتم و هشتم

(متولدین ۱۰ مرداد ۱۳۸۱ به بعد)

اسفند ماه ۱۳۹۴

مدت زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

### \* پیام ویژه \*

دانش آموزان عزیز لطفاً متن زیر را دقیق مطالعه نمایید.

۱. انتشار پاسخنامه آزمون، اطلاعیه‌ها و اخبار بعدی فقط از طریق کانال تلگرام خانه ریاضی تهران:

@Mathhome یا [Telegram.me/Mathhome](https://t.me/Mathhome) می‌باشد. پس همین امروز بعد از آزمون، به ما بپیوندید.

۲. نتایج آزمون قبل از ۲۵ اسفند از طریق سایت [www.MathHome.ir](http://www.MathHome.ir) منتشر می‌گردد.

۳. دوره‌های آمادگی حضوری (تهران) و مجازی (استان‌ها) پس از اعلام نتایج برای همه دانش آموزان برگزار خواهد شد.

ثبت نام دوره: هفته آخر اسفندماه از طریق سایت خانه ریاضی تهران

زمان دوره: فروردین و اردیبهشت ۹۵

آزمون مرحله دوم برای شرکت‌کنندگان در دوره‌های آموزشی و منتخبین اردیبهشت ماه ۹۵ برگزار خواهد شد.

آزمون مرحله دوم از کتب منابع، نرم‌افزارهای IMC و محتوای دوره‌های آموزشی خواهد بود.

**این دفترچه ویژه دانش آموزان پایه هفتم و هشتم متولدین ۱۰ مرداد ۱۳۸۱ به بعد خواهد بود.**

بدیهی است اگر قانون سنی توسط دانش آموزان رعایت نشود حضور آن دانش آموز به صورت آزمایشی منظور می‌گردد.

و تعهدی برای اعزام نخواهد بود.

خانه ریاضی تهران: میدان فاطمی، خیابان شهید گمنام، خیابان پیروزه، کوچه رادافزون، پلاک ۷۴

تلفن: ۸۸۹۷۲۸۱۷/۸۸۹۷۱۷۵۱/۸۸۹۶۰۲۶۴/۸۸۹۶۰۷۳۹/۸۸۹۶۰۲۱

سامانه پیامکی: ۵۰۰۰۲۲۶۳۴۳۰

[WWW.MathHome.ir](http://WWW.MathHome.ir)

[Telegram.me/Mathhome](https://t.me/Mathhome)

آزمون انتخابی هجدهمین دوره مسابقات  
جهانی ریاضی  
IMC 2016

سوالات نمره‌ی منفی دارد. (به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، یک پاسخ صحیح حذف می‌گردد).  
استفاده از ماشین حساب، تبلت، تلفن همراه و هرگونه وسیله الکترونیکی ممنوع است.

۱. حاصل جمع ده عدد صحیح متوالی دو رقمی که نخستین و آخرین آن‌ها مربع کامل باشد، چیست؟

- ۲۰۵ (۱)      ۲۱۰ (۲)      ۲۱۵ (۳)      ۲۲۵ (۴)      ۲۳۰ (۵)

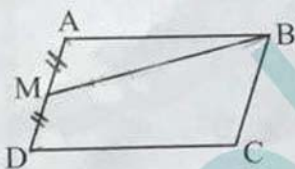
۲. اتاق‌های یک هتل حداکثر دو نفره هستند. طبق قوانین هتل، هر زن و شوهری می‌توانند با هم در یک اتاق باشند. در غیر این صورت، هر مرد فقط با یک مرد و هر زن فقط با یک زن می‌تواند هم‌اتاق شود. حداقل تعداد اتاق مورد نیاز برای اسکان دادن یک گروه صد نفری کدام است؟

- ۵۰ (۱)      ۵۱ (۲)      ۶۷ (۳)      ۹۸ (۴)      ۹۹ (۵)

۳. یک جدول  $9 \times 9$  داریم که از ۸۱ مربع واحد ساخته شده است. در هر خانه‌ی این جدول یا فقط عدد یک نوشته شده است و یا فقط عدد صفر. می‌دانیم که در هر مربع  $2 \times 2$  از این جدول، دو یا سه تا یک وجود دارد. حداکثر تعداد یک‌های این جدول کدام است؟

- ۶۵ (۱)      ۶۷ (۲)      ۶۱ (۳)      ۶۳ (۴)      ۷۰ (۵)

۴. در شکل زیر چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است و نقطه‌ی M روی ضلع AD از دو رأس A و D به یک فاصله است. اگر مساحت ABCD برابر با m واحد باشد، مساحت ذوزنقه‌ی DMBC برابر با چند واحد است؟



- $\frac{2m}{3}$  (۱)       $\frac{3m}{4}$  (۲)       $\frac{3}{5}m$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{2}m$  (۵)       $\frac{4}{5}m$  (۴)

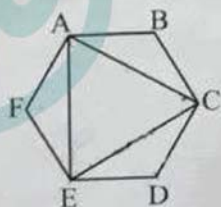
۵. اگر a عددی باشد که فقط از صد رقم یک و b عددی باشد که فقط از پنجاه رقم نه ساخته شده باشد، در عدد  $(a - b)$  چند رقم یک وجود دارد؟

- ۴۹ (۱)      ۵۰ (۲)      ۹۷ (۳)      ۹۸ (۴)      ۹۹ (۵)

۶. می‌دانیم که اعداد چهاررقمی  $10ab$  و  $ba01$  هر دو مربع کامل هستند. حاصل  $a + b$  برابر است با:

- ۱۳ (۱)      ۱۷ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۲ (۴)      ۱۰ (۵)

۷. شش ضلعی منتظم ABCDEF را در نظر بگیرید. اگر مساحت چهارضلعی ACDE برابر با  $8\text{cm}^2$  باشد، مساحت شش ضلعی منتظم ABCDEF برابر با چند سانتی‌متر مربع است؟



- $15\text{cm}^2$  (۱)       $10\text{cm}^2$  (۲)       $13\text{cm}^2$  (۳)       $12\text{cm}^2$  (۵)       $14\text{cm}^2$  (۴)

۸. اعداد ۱ تا ۱۳۹۴ را به صورت مقابل پشت سر هم می‌نویسیم:  $139213931394 \dots 123456789101112$

اگر این عدد را بر ۹ تقسیم کنیم، باقیمانده برابر با چه عددی می‌شود؟

- صفر (۱)      سه (۲)      شش (۳)      پنج (۴)      یک (۵)

۹. چند مقدار مختلف برای  $x$  می توان یافت که در رابطه  $\frac{4}{11} < \frac{x}{2014} < \frac{5}{12}$  صدق کند؟  $x$  عددی طبیعی است.

- ۱۱۷ (۵)      ۱۱۳ (۴)      ۱۰۷ (۳)      ۹۱ (۲)      ۸۳ (۱)

۱۰. شکل زیر یک شبکه  $4 \times 3$  را نشان می دهد که از ۳۱ چوب کبریت ساخته شده است. برای ساخت یک شبکه  $13 \times 13$  به چند چوب کبریت نیاز داریم؟



- ۹۰۴ (۱)      ۷۶۰ (۲)      ۱۰۲۵ (۵)      ۸۵۰ (۳)      ۹۶۵ (۴)

۱۱. یک بازی بسکتبال به وقت اضافه کشیده شد. بهترین بازیکن ۳۱ امتیاز گرفت. او در هر کوارتر بیشتر از کوارتر قبل امتیاز گرفت و بیشترین امتیاز را در وقت اضافه گرفت که سه برابر امتیازش در کوارتر اول بود. این بازیکن در کوارتر چهارم چند امتیاز گرفته است؟ (راهنمایی: بازی بسکتبال در وقت قانونی دارای چهار کوارتر ۱۵ دقیقه ای است.)

- ۷ (۱)      ۱۰ (۲)      ۹ (۳)      ۶ (۴)      ۸ (۵)

۱۲. حداکثر چند خط در صفحه ی کاغذ می توان رسم کرد، به طوری که هر کدام از خطوط دقیقاً با چهار تایی دیگر برخورد کند؟

- ۵ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)      ۱۶ (۵)

۱۳. فرض کنید  $x$  یک عدد اول و  $y$  عددی صحیح باشد. چنانچه حاصل  $\frac{1}{xy} + \frac{2}{xy} + \dots + \frac{55}{xy}$  عددی صحیح باشد،

حداکثر مقدار  $y$  کدام است؟

- ۷۷۰ (۱)      ۶۷۵ (۲)      ۶۹۲ (۳)      ۷۰۵ (۴)      ۷۸۵ (۵)

۱۴. حاصل عبارت زیر برابر با چه عددی است؟

$$\left( \frac{1393}{1394} + \frac{13931393}{13941394} + \frac{139313931393}{139413941394} \right) \div \frac{1393139313931393}{1394139413941394}$$

- ۳ (۱)       $\frac{1393}{1394}$  (۲)       $\frac{1394}{1393}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۴)      ۱ (۵)

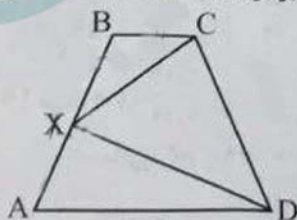
۱۵. از بین شمارنده های طبیعی عدد ۳۰۰۰۰ دو عدد متمایز را به طور تصادفی انتخاب می کنیم. احتمال این که هر دو عدد انتخاب شده، مضرب ۶ باشند، برابر است با:

- $\frac{11}{159}$  (۱)       $\frac{23}{68}$  (۲)       $\frac{43}{380}$  (۳)       $\frac{52}{465}$  (۴)       $\frac{38}{245}$  (۵)

۱۶. روی اضلاع یک پنج ضلعی محدب طوری عددنویسی کرده ایم که اعداد روی هر دو ضلع مجاور نسبت به هم اولند و عددهای روی هر دو ضلع غیرمجاور نسبت به یکدیگر اول نیستند. کدام عدد را ممکن نیست روی این ضلع ها نوشته باشیم؟

- ۶ (۱)      ۱۴ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۰ (۴)      ۱۱ (۵)

۱۷. در دوزنقه ی متساوی الساقین ABCD نقطه ی X وسط ضلع AB است. طول BX برابر با یک واحد است و مثلث CXD در رأس X قائمه است. محیط دوزنقه کدام است؟  $(AB = CD)$



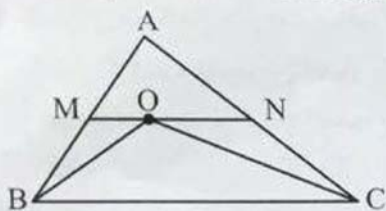
- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)

- ۸ (۴)      ۵ (۵) نمی توان گفت

۱۸. یک مکعب و پنج رنگ مختلف در اختیار داریم. از یک رنگ برای رنگ کردن دو وجه و از چهار رنگ برای رنگ آمیزی سایر وجوه استفاده می شود، به طوری که از هر چهار رنگ دیگر یک بار استفاده می شود. به چند روش می توان با این شرایط مکعب را رنگ کرد؟ (دو رنگ آمیزی یکسان نامیده می شود، اگر با دوران یا چرخاندن یکی، دیگری به دست آید.)

- ۶۰ (۵)      ۷۵ (۴)      ۵۵ (۳)      ۴۵ (۲)      ۴۸ (۱)

۱۹. در شکل زیر  $AB = ۱۲$  و  $BC = ۲۴$  و  $AC = ۱۸$  هستند.  $BO$  و  $CO$  به ترتیب نیم سازه های زاویه های  $ABC$  و  $ACB$  هستند.  $MN$  خطی است که با  $BC$  موازی است و از  $O$  می گذرد. محیط مثلث  $AMN$  کدام است؟



- ۳۰ (۱)  
۳۳ (۲)  
۳۶ (۳)  
۳۹ (۴)  
۴۲ (۵)

۲۰. رقم یکان حاصل عبارت زیر چیست؟

$$2 \times 2014 + 3 \times 2013 + 4 \times 2012 + \dots + 1008 \times 1008$$

- ۱ (۵)      ۷ (۴)      ۳ (۳)      ۹ (۲)      ۶ (۱)

۲۱. می خواهیم با انجام تقسیم های متوالی بر ۲، ۳ یا ۵ عدد ۱۸۰۰ را به یک تبدیل کنیم. به چند روش مختلف می توانیم این کار را انجام دهیم؟

- ۱۲۸ (۵)      ۲۱۰ (۴)      ۹۰ (۳)      ۱۶۰ (۲)      ۸۴ (۱)

۲۲. برای انجام یک پروژه ی خاص به انجام هفت کار نیاز داریم. ترتیب انجام کارها در شکل زیر آمده است.

علامت  $a \rightarrow b$  نشان می دهد که کار  $a$  باید قبل از کار  $b$  انجام شود. این پروژه به چند روش قابل

انجام است؟



- ۱۸ (۱)  
۱۵ (۲)  
۱۲ (۳)  
۹ (۴)  
۶ (۵)

۲۳. چند عدد سه رقمی می توان یافت که در آن ها، یک رقم مساوی با مجموع دو رقم دیگر باشد؟

- ۳۲۵ (۵)      ۴۵۰ (۴)      ۴۲۵ (۳)      ۳۷۵ (۲)      ۱۲۶ (۱)

۲۴. عدد  $X$  بزرگ ترین عدد سه رقمی با این خاصیت است که مجموع رقم صدگان و مربع رقم دهگان و مکعب رقم

یکان برابر با خود  $X$  می شود. مجموع ارقام  $X$  برابر با چه عددی است؟

- ۲۳ (۵)      ۲۲ (۴)      ۲۱ (۳)      ۲۰ (۲)      ۱۹ (۱)

۲۵. کسرهای  $\frac{1}{2014}, \frac{2}{2014}, \frac{3}{2014}, \dots, \frac{2013}{2014}$  را در نظر بگیرید. چه تعداد از آن ها قابل ساده شدن هستند؟

(راهنمایی:  $2014 = 2 \times 19 \times 53$ )

- ۱۰۷۷ (۵)      ۹۲۵ (۴)      ۸۸۴ (۳)      ۸۹۰ (۲)      ۹۳۶ (۱)

پاسخنامه آزمون انتخابی هجدهمین دوره مسابقات جهانی ریاضی

IMC 2016

مرحله اول - پایه‌های هفتم و هشتم

۱۳ اسفند ماه ۹۴

شماره‌ی سوال	گزینه‌ی درست
1	1
2	2
3	1
4	2
5	4
6	2
7	5
8	1
9	3
10	1
11	5
12	2
13	1
14	1
15	5
16	5
17	2
18	4
19	1
20	4
21	4
22	3
23	1
24	4
25	5