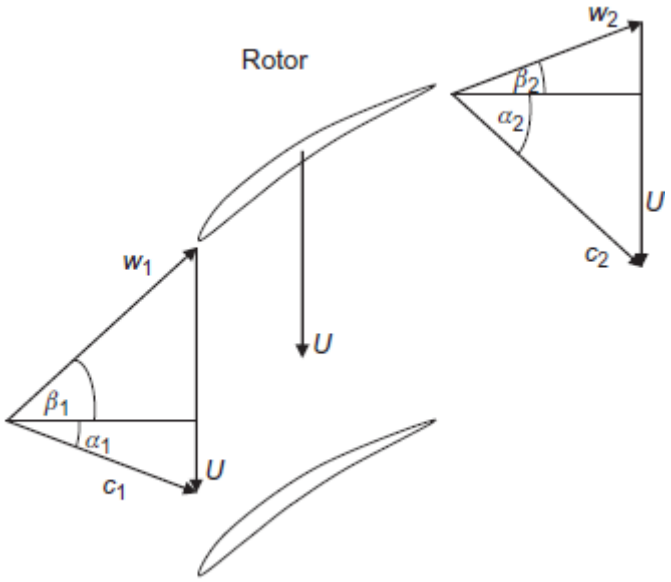
نمونه سوالات توربوماشین

مدرس: نادری

سوالات

**سوال ۱)**

سرعت جریان عبوری از یک فن محوری با قطر متوسط ۳۰ سانتی‌متر، ثابت و برابر ۳۰ متر بر ثانیه است. اگر زوایای $\alpha_1, \beta_1$ به ترتیب ۶۰ و ۲۳ درجه باشد، مطلوبست سرعت پره U و سرعت دورانی روتور.




$$W_{1U} = C_{1U} \tan\beta_1, C_{1U} = C \tan\alpha_1$$

$$U = C_{1U} + W_{1U} = C(\tan\alpha_1 + \tan\beta_1) = ۶۴/۷ \frac{m}{s}$$

سرعت دورانی:

$$\omega = \frac{U}{R} = ۴۳/۱ \frac{rad}{s} = ۴۱۱۹ rpm$$

**سوال ۲)**

یک پمپ هیدرولیکی ۰/۴ متر مکعب بر ثانیه آب را با هد ۶ متر پمپاژ می‌کند. اگر بازده پمپ ۸۵٪ باشد، توان مورد نیاز برای به حرکت در آوردن پمپ چقدر است؟

$$\eta_h = \frac{g\Delta H}{\Delta W_c} \quad \therefore \Delta W_c = g\Delta H/\eta_h = \frac{9.81\times 6}{0.85} = 69.25\ \text{J/kg}$$
$$\therefore P = \rho Q \Delta W_c = 10^3 \times 0.4 \times 69.25 = 27.7\ \text{kW}$$

**سوال ۳)**

یک مدل از پمپ سانتریفیوژ با راندمان ۸۸ درصد در سرعت دورانی ۳۰۰۰ دور بر دقیقه تست شده است و ۱۲۰ لیتر بر ثانیه آب را با هد ۳۰ متر پمپاژ می‌کند. با استفاده از قوانین تشابه، سرعت دورانی، دبی حجمی و توان مورد نیاز پروتوتایپ مشابه هندسی با مقیاس ۸ را در هد ۵۰ متری بدست آورید.

از قوانین تشابه برای ضریب هد یکسان:

$$H_p/(\Omega_p^2 D_p^2) = H_m/(\Omega_m^2 D_m^2)$$

$$\Omega_p = \Omega_m \left(\frac{D_m}{D_p}\right)\left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{\frac{1}{2}} = 3000 \times \frac{1}{8} \times \left(\frac{50}{30}\right)^{\frac{1}{2}} = 484.1\ \text{rpm}$$

کارکرد پمپ در ضریب دبی حجمی یکسان:

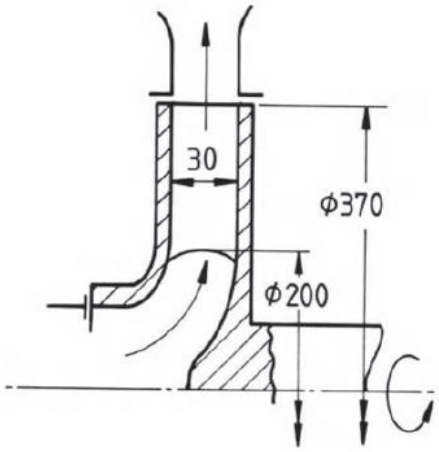
$$\frac{Q_p}{\Omega_p D_p^3} = \frac{Q_m}{\Omega_m D_m^3}$$
$$Q_p = Q_m \frac{\Omega_p}{\Omega_m}\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^3 = 0.12 \times \frac{484.1}{3000} \times 8^3 = 9.914\ \text{m}^3/\text{s}$$

تعیین توان پروتوتایپ با فرض مشابه بودن بازده بین مدل و پروتوتایپ:

$$P_p = \frac{\rho g Q_p H_p}{\eta_p} = (10^3 \times 9.81 \times 9.914 \times 50)/0.88 = 5.526 \times 10^6 = 5.536\ \text{MW}$$

**سوال ۴)**

پمپ زیر با سرعت ۱۴۷۰ دور بر دقیقه می‌چرخد و ۱۰۰ لیتر آب را در هر ثانیه پمپاژ می‌نماید. اگر مولفه مماسی سرعت کل در خروجی ۱۶/۵۲ متر بر ثانیه باشد، مطلوبست ترسیم مثلث‌های سرعت در ورودی و خروجی پمپ.




سرعت خطی در ورودی و خروجی پمپ :

$$u_1 = \frac{1470 \times \pi \times 0.2}{30 \times 2} = 15.39\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

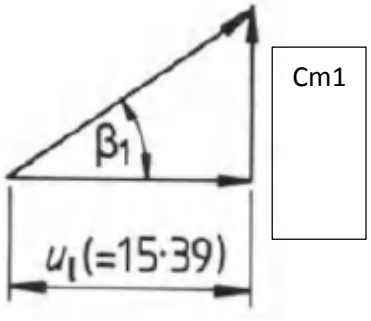
$$u_2 = 28.48\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

مولفه‌های عمودی سرعت کل با استفاده از دبی داده شده بدست می‌آیند:

Cm1= $0.1/\pi \times 0.2 \times 0.03 = 5.31\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

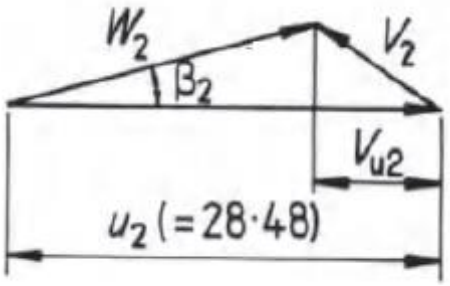
Cm2= $0.1/\pi \times 0.37 \times 0.03 = 2.87\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

مثلث سرعت ورودی:



$$\beta_1 = \tan^{-1} 5.31/15.39$$
$$= 19.04°$$

مثلث سرعت خروجی:



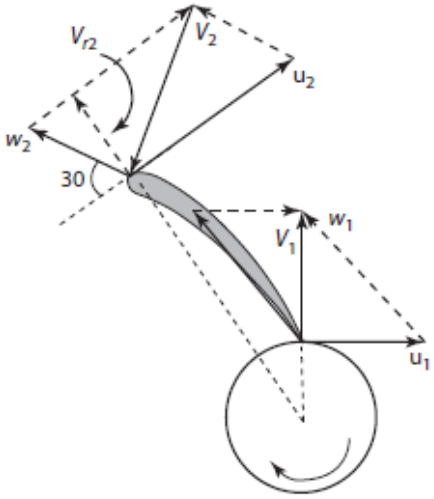

$$\beta_2 = \tan^{-1} 2.87/(28.48 - 16.5) = 13.47°$$

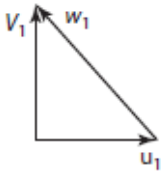
**سوال ۵)**

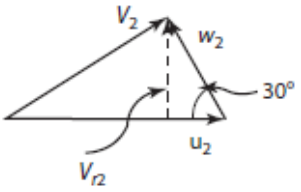
یک پمپ سانتریفیوژ دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه را زمانی که با سرعت دورانی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه می‌چرخد، تولید می‌کند. ضخامت چرخ ۱/۲۵ سانتی‌متر و زاویه پره 30- درجه است. پره‌ها رو به عقب بوده و سرعت شعاعی آنها ۳ متر بر ثانیه است. پیشنهاد شده است که از این پمپ برای هد ۱۵ متری استفاده شود. حداقل سرعت دورانی که پمپ این هد بوجود می آورد چقدر خواهد بود؟ فرض کنید آب بدون چرخش وارد پمپ می‌شود.

جواب)

مثلث‌های سرعت به صورت زیر خواهند بود:




$$H = \frac{E}{g} = \frac{u_1 V_{u1} - u_2 V_{u2}}{g} = -\frac{u_2 V_{u2}}{g}$$

$$Q = 2\pi r_2 b_2 V_{r2} \Rightarrow r_2 = \frac{Q}{2\pi b_2 V_{r2}} = \frac{0.02}{2\pi(0.0125)(3)} = 0.0848\,\text{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi(1500)}{60} = 157.1\ \text{rad/s}$$

$$u_2 = \omega r_2 = (157.1)(0.0848) = 13.33\,\text{m/s}$$

از مثلث سرعت خروجی

$$V_{u2} = u_2 - w_{u2} = u_2 - \frac{V_{r2}}{\tan 30} = 13.33 - \frac{3}{\tan 30} = 8.137\,\text{m/s}$$

بنابراین هدی که این پمپ در ۱۵۰۰ دور بر دقیقه تحویل می‌دهد برابر خواهد بود با:

$$|H| = \frac{u_2 V_{u2}}{g} = \frac{(13.33)(8.137)}{9.81} = 11.06\,\text{m/s}$$

برای محاسبه سرعتی که هد ۱۵ متری تحویل می‌دهد لازم است از قوانین تشابه بهره بگیریم:

$$\left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_1=\left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_2\Rightarrow\left(\frac{H}{N^2}\right)_1=\left(\frac{H}{N^2}\right)_2\Rightarrow N_2=N_1\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{0.5}$$

$$N_2=1500\sqrt{\left(\frac{15}{11.06}\right)}=1746\,\text{rpm}$$

بنابراین لازم است پمپ با سرعت بیشتری بچرخد تا هد مورد نظر را تامین کند. **نرخ دبی حجمی و سرعت مخصوص در rpm جدید را بدست آورید ( تمرین)**

**سوال ۶)**

برای یک پمپ خاص، دبی مورد نیاز 7000 gpm در هد ۲۲۵ فوت است. اگر سرعت دورانی پمپ 600 rpm باشد، سرعت مخصوص پمپ را بدست آورده و نوع پمپ را از روی آن تعیین کنید.

$$Q=70{,}000\,\text{gpm}=\frac{70000}{448.83}=156\,\text{cfs};$$

$$N=600\,\text{rpm}=\frac{2\pi(600)}{60}=62.8\,\text{rad/s}$$

$$N_s=\frac{N\sqrt{Q}}{(gh)^{0.75}}=\frac{(62.8)\sqrt{156}}{((32.2)(225))^{0.75}}=1.0$$

سرعت مخصوص بدست آمده مربوط به یک پمپ سانتریفیوژ است.

**سوال ۷)**

یک پمپ سانتریفیوژ با مشخصات زیر را در نظر بگیرید:

در ورودی ایمپلر، شعاع میانگین: $r_{1m}=0.1\,m$ و عرض پره : $b_1=0.1\,m$

در خروجی ایمپلر، شعاع میانگین: $r_{2m}=۰/۲m$ و عرض پره : $b_2=۰/۰۳m$ و میزان مسدودی پره $t=۰/۰۸$

زاویه $\beta_2=-۲۰^\circ$

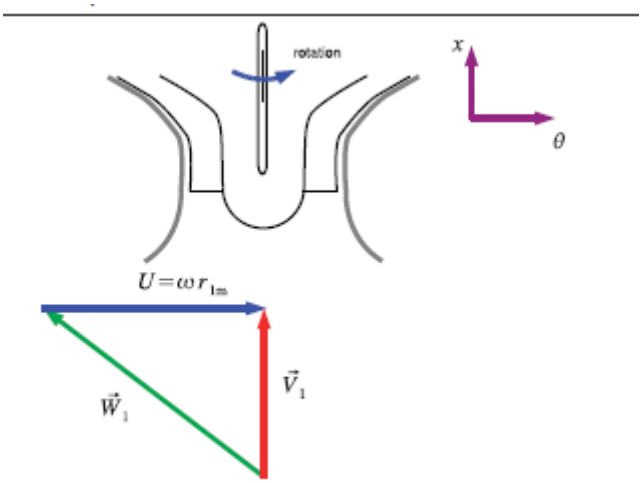
دبی حجمی آب $Q=۰/۲\frac{m^3}{s}$ و سرعت دورانی ۱۴۵۰ دور بر دقیقه

فرض کنید تلفات ایمپلر $K_{imp}=۱۰\%$ و بازده دیفیوزر ۶۰ درصد است.

مطلوبست محاسبه: سرعت نسبی در ورودی پره، سرعت مطلق در خروجی ایمپلر، توان مورد نیاز ، هد تولید شده توسط پمپ و بازده پمپ.

حل:

ترسیم مثلث‌های سرعت:




**ورودی ایمپلر:**

پیوستگی:

$$Q = 2\pi r_{1m} b_1 V_{x1} \implies V_{x1} = \frac{Q}{2\pi r_{1m} b_1} = \frac{0.2}{2\pi \times 0.1 \times 0.1} = 3.183\, m/s$$

سرعت زاویه‌ای:

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi 1450}{60} = 151.8 rad/s$$

سرعت پره:

$$U_1 = \omega r_{1m} = 15.18\, m/s$$

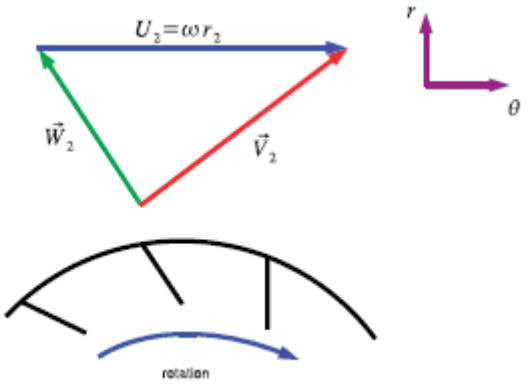
از مثلث سرعت:

$$W_1^2 = V_{1x}^2 + (\omega r_{1m})^2 \Rightarrow W_1 = \sqrt{3.183^2 + 15.18^2} = 15.51\ m/s$$

$$\beta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{W_{1\theta}}{V_{1x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega r_{1m}}{V_{1x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{15.18}{3.183}\right) = -78.1^\circ$$

که این مقادیر جریان را در ورودی به صورت کامل تعریف می‌کنند.

**خروجی ایمپلر:**




پیوستگی:

$$Q = 2\pi r_2 b_2 (1 - t_2) V_{r2} \Rightarrow V_{r2} = \frac{0.2}{2\pi \times 0.2 \times 0.03 \times (1 - 0.08)} = 5.77\ m/s$$

سرعت پره:

$$U_2 = \omega r_2 = 151.8 \times 0.2 = 30.36 m/s$$

از مثلث سرعت داریم:

$$U_2 + W_{2\theta} = V_{2\theta}$$

که در آن:

$$W_{2\theta} = W_{2r} \tan \beta_2$$

بنابراین:

$$V_{2\theta} = U_2 + W_{2r} \tan \beta_2$$

از آنجایی که حرکت نسبی در جهت شعاعی وجود ندارد، $W_{2r} = V_{2r}$ و :

$$V_{2\theta} = 30.36 + 5.77 \tan -20^\circ = 28.26\ m/s$$

$$V_2 = \sqrt{V_{2\theta}^2 + V_{2r}^2} = \sqrt{28.26^2 + 5.77^2} = 28.84\ m/s$$
$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{V_{2\theta}}{V_{2r}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{28.26}{5.77}\right) = 78.4^\circ$$

که این مقادیر کاملا جریان را در ناحیه خروجی تعریف می‌کنند.

**کار ورودی:**

$$w = \omega(r_2 V_{2\theta} - r_{1m} V_{1\theta})$$

اما $V_{\theta 1} = 0$ :

$$w = 151.8 \times (0.20 \times 28.26) = 857.97\ J/kg$$

توان مستقیما از کار بدست می آید:

$$P = \rho Q w = 1000 \times 0.2 \times 857.97 = 171.59\ kW$$

**هد و بازده پمپ:**

هد ایده آل از رابطه: $w = g\Delta H_i$ بدست می آید:

$$\Delta H_i = \frac{w}{g} = \frac{857.97}{9.81} = 87.46\ m$$

هد واقعی با کم کردن تلفات از هد ایده آل بدست می آید: $\Delta H_a = \Delta H_i - losses$

$$losses = \Delta H_{imp} + \Delta H_{diff}$$

$$\Delta H_{imp} = K_{imp}\frac{W_1^2}{2g} = 0.1 \times \frac{15.51^2}{2 \times 9.81} = 1.23\,m$$
$$K_{diff} = 1 - \eta_{diff} = 1 - 0.6 = 0.4$$
$$\Delta H_{diff} = K_{diff}\frac{V_2^2}{2g} = 0.4\frac{28.84^2}{2 \times 9.81} = 16.96\,m$$

توجه کنید که تلفات دیفیوزر از ایمپلر بسیار بیشتر است. بنابراین هد کلی پمپ:

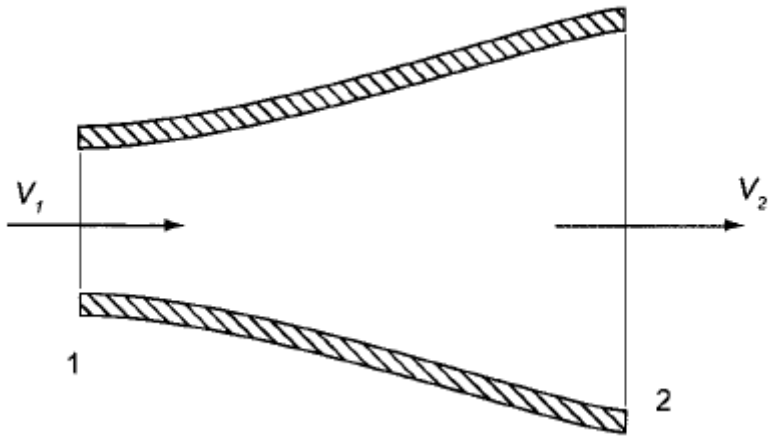
$$\Delta H_a = 87.46 - 1.23 - 16.96 = 69.27\,m$$

راندمان پمپ:

$$\eta_p = \frac{g\Delta H_a}{g\Delta H_i} = \frac{69.27}{87.46} = 0.792$$

**سوال ۸:**

بخار به صورت آدیاباتیک در دبی جرمی $m^{\circ} = ۰/۰۱\frac{kg}{s}$ از طریق دیفیوزر نشان داده شده در شکل زیر که قطر ورودی آن ۱ سانتی متر است، جریان می‌یابد. حجم مخصوص در ورودی $v_1 = 2.40\ m^3/kg$ است. قطر خروجی ۲/۵ سانتی‌متر بوده و حجم مخصوص در خروجی $v_2 = 3.80 m^3/k$ است. با صرفنظر از تغییرات انرژی پتانسیل، میزان تغییر آنتالپی را بیابید.




حل:

محاسبه مساحت‌های ورودی و خروجی:

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi\, 0.01^2}{4} = 7.85 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi\, 0.025^2}{4} = 4.91 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$$

سرعت در ورودی:

$$V_1 = \frac{\dot{m} v_1}{A_1} = \frac{0.01 \cdot 2.4}{7.85 \cdot 10^{-5}} = 305.6\,\mathrm{m/s}$$

سرعت در خروجی:

$$V_2 = \frac{\dot{m} v_2}{A_2} = \frac{0.01 \cdot 3.8}{4.91 \cdot 10^{-4}} = 77.4\,\mathrm{m/s}$$

از آنجایی که کاری انجام نمی‌شود و جریان آدیاباتیک است، آنتالپی سکون ثابت باقی می‌ماند. با صرفنظر از تغییرات انرژی پتانسیل داریم:

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}V_1^2 - \frac{1}{2}V_2^2 = \frac{1}{2}(305.6^2 - 77.4^2) = 43.7\,\mathrm{kJ/kg}$$