

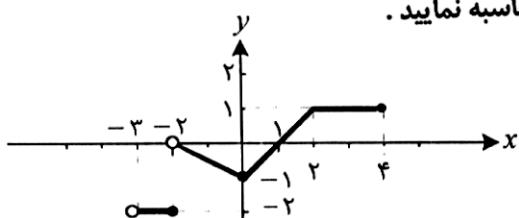
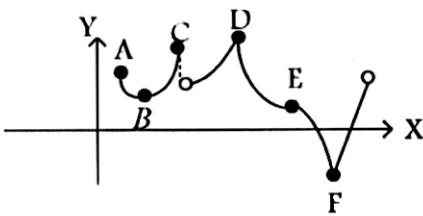
با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۴/۱۰/۱۳۸۱		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اولاً: نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید. ثانیاً: به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۲	تابع f و g با ضابطه های $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ، $f(x) = \sqrt{x-3}$ مفروضند. اولاً: دامنه توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ثانیاً: ضابطه $g \circ f$ را بنویسید.	۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله $x^3 - 5x + 1 = 0$ باشند مقدار عددی $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3$ را حساب کنید.	۱
۴	ثابت کنید تابع $f(x) = (1-2x)^3$ یک به یک است. سپس ضابطه تابع معکوس را بنویسید.	۱/۲۵
۵	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی a و b نامساوی رو برو برقرار است:	۰/۷۵
۶	با توجه به نمودار تابع f به سوالهای زیر پاسخ دهید. 	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x-5} - x)$	۱/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+3}$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۹	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x] + a & x < 0 \\ 1+b & x=0 \\ \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}} & x > 0 \end{cases}$ پیوسته باشد. ([]، جزء صحیح است)	۱/۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

با سمه تعالی

سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	نام امتحان: ۱۵۰ دقیقه	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در ۵ ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی			تاریخ امتحان: ۱۹/۱۰/۱۳۸۱
ردیف	نمره	سؤالات		
۱۰	۲/۲۵	اولاً مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) (الف) $y = \sqrt[5]{x^3 + 2x}$ (ج) $y = 2\sin^3 x + \cos^4 x$ (ب) $y = (3x - 2)(2 - 5x)^4$ (د) $y = \arccos(x^2 - x)$ ثانیاً: اگر $y = f(\cos x)$ ، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 5x$ را حساب کنید .		
۱۱	۱/۷۵	از نقطه (۱,۲) A دو مماس بر منحنی تابع $y = -x^2 + 1$ رسم می کنیم . معادله خطوط مماس را بنویسید .		
۱۲	۰/۷۵	آهنگ آنی تغییر مساحت دایره ای که قطر آن ۴۰ است را بیابید .		
۱۳	۱/۲۵	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 3x $ را در $x_0 = 3$ بررسی کنید .		
۱۴	۱/۲۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 2$ را رسم کنید . سپس مختصات نقطه عطف آن را بنویسید .		
۱۵	۰/۵	برد تابع $y = 5\arctan(2x + 1)$ را تعیین کنید .		
۱۶	۱	نقاط بحرانی و ماکزیمم و می نیمم نسبی و مطلق را در شکل زیر در نقاط مشخص شده تعیین کنید .		
۱۷	۱/۲۵	با توجه به نمودار تابع f انتگرال معین $\int_{-3}^3 f(x)dx$ را محاسبه نمایید .		
۲۰	جمع نمرات	« موفق باشید »		

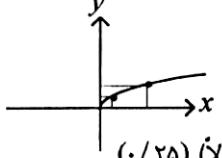
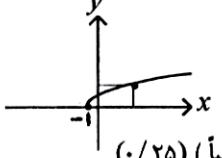


با اسمه تعالی

رئسته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ/امتحان: ۱۴۸۱/۱۰/۱۹	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۴۸۱

راهنمای تصحیح

ردیف

$\begin{array}{ c cccc } \hline x & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$ (۰/۲۵)  (شکل اولاً) (۰/۲۵)  (شکل ثانیاً) (۰/۲۵) $D = [-1, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ $R = [0, +\infty) \quad (۰/۲۵)$	۱
---	---

$D_f : x - 3 \geq 0 \rightarrow D_f = [3, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ $D_g : x - 1 \neq 0 \rightarrow D_g = R - \{1\}$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (۰/۲۵) = \left\{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \in D_g\right\} = [3, +\infty) - \{4\} \quad (۰/۲۵)$ $gof(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{\sqrt{x-3} - 1} \quad (۰/۲۵)$	۲
--	---

$\alpha + \beta = 5 \quad (۰/۲۵), \quad \alpha\beta = 1 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \alpha\beta(\alpha^r + \beta^r) = \alpha\beta((\alpha + \beta)^r - r\alpha\beta) \quad (۰/۲۵) = 1(5^r - r) = 23 \quad (۰/۲۵)$	۳
--	---

$\begin{aligned} y &= (1 - rx_1)^r \\ y &= (1 - rx_\gamma)^r \end{aligned} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (1 - rx_1)^r \quad (۰/۲۵) = (1 - rx_\gamma)^r \rightarrow 1 - rx_1 = 1 - rx_\gamma \rightarrow x_1 = x_\gamma \Rightarrow \quad (۰/۲۵)$ $f(y) \text{ یک به یک است . معکوس پذیر است } \quad (۰/۲۵)$ $y = (1 - rx)^r \rightarrow \sqrt[r]{y} = 1 - rx \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = \frac{1 - \sqrt[r]{y}}{r} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 - \sqrt[r]{x}}{r} \quad (۰/۲۵)$	۴
--	---

$ a - b = a + (-b) \leq a + -b = a + b \Rightarrow a - b \leq a + b \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">اصل نامساوی مثلث</p> $ a + b \leq a + b \quad (۰/۲۵)$	۵
--	---

$(۰/۲۵) ۱ \text{ (الف)} \quad (۰/۲۵) ۱ \text{ (ب)} \quad (۰/۲۵) ۱ \text{ (ج)} \quad (۰/۲۵) ۲ \text{ (د)}$	۶
---	---

ادامه در صفحه ی دوم

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۱	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱

راهنمای تصحیح

ردیف

۷
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2-4}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4} \quad (./5)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (./5)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+3x-5}-x)(\sqrt{x^2+3x-5}+x)}{(\sqrt{x^2+3x-5}+x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x-5-x^2}{\sqrt{x^2(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2})}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2})}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2})}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{1+0-0}} = 3 \quad (./75)$</p> <p>$x \rightarrow +\infty$</p>
۸

۸
$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+3} \quad D = (., +\infty) \quad (./25)$ <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ قائم جانبی $x = . \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = . \Rightarrow$ افقی جانبی $y = . \quad (./25)$</p>

۹
$f(.)=1+b \quad (./25) \quad$ پیوستگی شرط $f(.)=\lim_{x \rightarrow .^+} f(x)=\lim_{x \rightarrow .^-} f(x)$ <p>$\lim_{x \rightarrow .^-} f(x)=-1+a \quad (./25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow .^+} f(x)=\sqrt{2} \quad (./25)$</p> <p>$1+b=-1+a=\sqrt{2} \rightarrow a=1+\sqrt{2}, b=\sqrt{2}-1 \quad (./25)$</p> <p>ادامه در صفحه ی سوم</p>

با سمه تعالی

روش: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱

ردیف	راهنمای تصحیح
۱۰	<p>اولاً:</p> <p>() $y' = \frac{3x^2 + 2}{5\sqrt{(x^3 + 2x)^5}}$ (. / ۲۵) (ب) $y' = ۲(۲ - ۵x)^۴ + ۴(۲ - ۵x)^۳(-۵)(۳x - ۴)$ (. / ۵)</p> <p>(ج) $y' = ۶\sin^۲ x \cos x - ۴\sin ۴x$ (. / ۲۵)</p> <p>د) $y' = \frac{-(۲x - ۱)}{\sqrt{۱ - (x^۲ - x)^۲}}$ (. / ۵)</p> <p>ثانیاً:</p> $\left. \begin{array}{l} y' = (-\sin x)f'(C\cos x) \\ f'(x) = ۲x - ۵ \end{array} \right\} \rightarrow y' = -\sin x(۲\cos x - ۵)$
۱۱	$\left\{ \begin{array}{l} B(\alpha, -\alpha^2 + 1) \quad m = -2\alpha \\ \quad (. / ۲۵) \quad B \text{ مماس در } (. / ۲۵) \Rightarrow y - (-\alpha^2 + 1) = -2\alpha(x - \alpha) \\ y' = -2x \quad (. / ۲۵) \end{array} \right.$ $2 + \alpha^2 - 1 = -2\alpha + 2\alpha^2 \rightarrow \alpha = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow m_{\text{مماس}} = -2(1 \pm \sqrt{2}) \quad (. / ۵)$ <p>نوشتن معادله خطوط مماس (۰/۵)</p>
۱۲	$S = \pi R^2 \quad (. / ۲۵) \quad ۴ \cdot \frac{1}{2} = ۲ \cdot \text{مساع} \quad S' = 2\pi(2r) = 4\pi \quad (. / ۲۵) \quad S' = 2\pi R \quad (. / ۲۵)$
۱۳	$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x)(x-2)}{x-3} = 3 & (. / ۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x)(x-2)}{x-3} = -3 & (. / ۲۵) \end{cases} \quad f'_+(3) = 3 \neq f'_-(3) = -3 \rightarrow f'(3) = -3 \quad (. / ۲۵)$ <p>مشتق پذیر نیست (. / ۲۵)</p>
۱۴	$y = x^2 - 2x \quad y = \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 & (. / ۲۵) \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 & (. / ۲۵) \end{cases}$ $y' = 2x - 2 \quad 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A \quad (. / ۲۵)$ <p>نقطه عطف</p> $\begin{array}{c ccccccccc} x & -\infty & 1-\sqrt{3} & 1 & 2 & 1+\sqrt{3} & +\infty \\ \hline y' & + & . & - & . & + & \\ y & -\infty \nearrow & \nearrow 2 & \searrow -2 & \nearrow +\infty & & \end{array}$ <p>Max Min</p> <p>حول (. / ۲۵)</p>

ادامه در صفحه چهارم

با سمه تعالی

ردیف	راهنمای تصحیح
۱۵	<p>میدانیم برد تابع $y = \text{Arc tan}(2x+1)$ پس برد تابع $y = \text{Arc tan} x$ نیز همینطور است و از آنجا برد تابع $y = 5 \text{Arc tan}(2x+1)$ عبارتست از $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$</p>
۱۶	<p>نسبی $\text{Max : C, D} \} (0/25)$ مطلق $\text{Max : D} \} (0/25)$ بحرانی $(A, B, C, D, E, F) (0/5)$</p> <p>نسبی $\text{Min : B, F} \} (0/25)$ مطلق $\text{Min : F} \} (0/25)$</p>
۱۷	$\int_{-3}^4 f(x)dx = \int_{-3}^{-2} f(x)dx + \int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^4 f(x)dx = -1 \times 2 - \frac{3 \times 1}{2} + (\frac{1 \times 1}{2} + 1 \times 2) = -1$ $(0/25) \qquad \qquad \qquad (0/75)$
	<p>با عرض سلام و خسته نباشید ، لطفاً برای روش‌های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر</p>