

یا رافع



11 TH IOAA TEAM
I.R. IRAN

مجموعه سوال واپاشی هسته ای

به کوشش: پریمه صفریان

بهمن ماه ۹۵

۱- با استفاده از تعریف انرژی قیدی (*binding energy*) رابطه‌ای برای انرژی قیدی اتم بر حسب جرم آن، عدد جرمی و عدد اتمی بنویسید.

۲- یک هسته، به دو هسته‌ی یکسان واپاشی کرده و مقداری انرژی آزاد می‌کند، ثابت کنید انرژی قیدی بر واحد هستک افزایش می‌یابد. (این نوع واپاشی γ نامیده می‌شود از آن سبب که در آن تنها انرژی، فوتون، آزاد می‌شود) راهنمایی: جرم و انرژی پایسته‌اند!

۳- تعداد ذراتی که در زمان کوتاهی واپاشی می‌کنند با تعداد ذرات و مدت زمان متناسب است. نرخ واکنش‌ها را به دست آورید و برای تعداد ذراتی که از زمان $t = 0$ تا t از تعداد اولیه‌ی N هنوز واپاشی نکرده‌اند به رابطه‌ی زیر برسید.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

که در آن λ یک ثابت است.

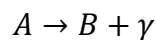
نیمه عمر را مدت زمانی تعریف می‌کنیم که با گذشت آن تعداد ذرات به دلیل واپاشی نصف می‌شود و آن را با τ نشان می‌دهیم. λ را بر حسب τ به دست آورید.

۴- با استفاده از تعریف نیمه عمر به رابطه‌ی زیر برسید.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

راهنمایی: تعداد را پس از گذشتن ۱، ۲، ۳، ... نیمه عمر بنویسید سپس سعی کنید نظمی پیدا کرده و رابطه را برای هر زمان دلخواه بنویسید.

۵- برای واپاشی که به صورت زیر است،



با توجه به انرژی که در هر واکنش آزاد می‌شود درخشندگی تولید شده در لحظه‌ی t را به دست آورید. (پارامترهای لازم را فرض کنید)

$$L = \frac{dE_{tot}}{dt} !$$

۶- ^{238}U به ^{206}Pb با نیمه عمر 4.5 میلیون سال واپاشی می‌کند؛ اگر در ابتدا 3.5 gr از ماده‌ی اولیه داشته باشیم، پس از گذشت 1.125 میلیون سال چند گرم سرب خواهیم داشت؟

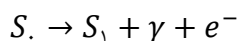
توجه کنید که مقدار فرآورده مطلوب است.

$$ans = 0.56 \text{ gr}$$

۷- دانشمندی در زمان شروع سلسه‌ی قاجار ☺ (۱۱۷۴ هـ ش) ۵,۴ گرم ماده‌ی رادیواکتیو ^{226}Ra در آزمایشگاهش داشت. چند گرم از آن را هم اکنون می‌توانیم در آزمایشگاهش بیابیم؟
نیمه عمر این واپاشی ۱۶۰۰ سال است.

$$ans = ۴.۹ \text{ gr}$$

۸- در سیارک $612B$ (اگر به یاد داشته باشید این همان سیارک شازده کوچولو ست!!) چگالی متوسط ماده‌ی S_1 ، ۰.۰۲ g/cm^3 اندازه گیری شده است. از مواد تشکیل دهنده‌ی منظومه‌ی شمسی می‌دانیم که در ابتدا ۰.۰۵ g/cm^3 ماده‌ی S وجود داشته است. ماده‌ی S با گذشت زمان به S_1 واپاشی می‌کند؛



(این واپاشی β نامیده می‌شود از آن سبب که در آن ذره‌ی β یا همان الکترون آزاد می‌شود)

می‌خواهیم نیمه عمر این واپاشی را پیدا کنیم.

اما از همان تشکیل دهنده‌ی منظومه‌ی شمسی می‌دانیم در ابتدای تشکیل سیارک ۰.۰۰۲ g/cm^3 از ماده‌ی S_1 وجود داشته که از واپاشی به دست نیامده است.

اگر پژوهشگران از سهم اولیه‌ی ماده‌ی S_1 صرف نظر کنند در به دست آوردن نیمه عمر چقدر خطا خواهند داشت؟
از جرم الکترون صرف نظر کنید.

$$ans = ۰.۱۹۸ \text{ Gyr}$$

۹- فرض کنید امروز (بیست و چهارم دی ماه) پس انداز خود را که تقریباً دو میلیون تومان است، در حسابی سرمایه گذاری قرار می‌دهید که به صورت روزشمار سودی معادل $r = ۰.۰۰۰۶$ برابر پول داخل حسابتان به شما می‌پردازد (بانک خوبی ست!).

آ) در پایان دوره تابستانه‌ی امسال شما چقدر سود کرده‌اید؟

ب) درصد سود سالانه را محاسبه کنید.

فرض کنید دوره تابستانه در تاریخ بیست و چهارم شهریورماه تمام شود.

در روز $n + ۱$ ام سودی که در روز n ام به پول شما اضافه شده بود هم سود دریافت خواهد کرد. (سود مرکب!)

برای سادگی در این مدت از حسابتان پولی برداشت نکنید!

راهنمایی: ابتدا رابطه‌ی r با ثوابتی که قبلاً می‌شناختید را به دست آورید. r نرخ سود است؛ یعنی پولی که در واحد زمان اضافه می‌شود!

۱۰- در این مسئله می‌خواهیم مقدار انرژی آزاد شده در هر ثانیه توسط واپاشی ^{24}Al را درون وستا در طول عمر آن تخمین بزنیم. برای وستا شعاع 250 km و چگالی 2900 kgm^{-3} است. آن را کروی فرض کنید.

آ) برای یک لحظه فرض کنید که سیارک تماماً از سیلیکون تشکیل شده. تعداد کل اتم‌های داخل وستا را تخمین بزنید. جرم یک اتم سیلیکون تقریباً 28 u است.

ب) اجرام ^{24}Al و ^{24}Mg به ترتیب $25,996892$ و $25,982594$ واحد جرم اتمی است. در واپاشی یک اتم آلومینیوم چند ژول انرژی آزاد می‌شود؟

پ) این ایزوتوپ آلومینیوم $0,00005$ از همه‌ی اتم‌های آلومینیوم تشکیل شده در ابرنواختر را شامل می‌شود و آلومینیوم تقریباً 8680 ppm از اتم‌های شهاب سنگ کندروتی را تشکیل می‌دهد. با فرض این که این مقادیر برای وستا به کار می‌رود، تعداد اتم‌های این ایزوتوپ آلومینیوم را به دست آورید.

ت) برای انرژی آزاد شده در هر ثانیه از این واپاشی در داخل وستا به صورت تابعی از زمان یک رابطه بیابید و نتایج خود را برای 5000000 سال اول بر روی یک کاغذ نیم‌لگاریتمی رسم کنید.

ث) پس از شکلگیری وستا، چه زمانی نیاز است تا توان تولید انرژی واپاشی رادیو اکتیو ^{24}Al به $1 \times 10^{13} \text{ W}$ برسد؟ که این توان در حدود توانی است که سیارک خود تابش می‌کند؛ وستا در مداری با فاصله‌ی $2,362 \text{ Au}$ به دور خورشید می‌گردد و ضریب بازتاب آن $0,38$ است. (می‌توانید وستا را جسم سیاه فرض کنید)

ج) دمای وستا را بیابید.

چ) درخشندگی این سیارک چند وات است؟

(برگرفته از کتاب مقدمه‌ای بر اخترفیزیک نوین کرول با اندکی دخل و تصرف)

برای اطلاعات بیشتر از انرژی قیدی به فصل ۱۰ کتاب مذکور و به دست آوردن رابطه‌ی واپاشی صفحه‌ی ۵۳۴ این کتاب (شماره صفحه از نسخه‌ی زبان اصلی ویرایش نخست است) مراجعه کنید.

دوست باشید!