

محاسبه انتگرال روی نواحی فضایی در دستگاه مختصات کروی

۱. نواحی زیر را در دستگاه مختصات کروی توصیف کنید.

(۱) ناحیه‌ای بین رویه‌های $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و $x^2 + y^2 + z^2 = z$ واقع در یک هشتم اول؛

(۲) ناحیه‌ای بین رویه‌های $z^2 = 3x^2 + 3y^2$ و $x^2 + y^2 = 1$ واقع در طرف راست صفحه xz .

۲. انتگرال $\int_Q x e^{x^2+y^2+z^2} dV$ که در آن Q ناحیه‌ای واقع در یک هشتم اول محدود به کره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع یک است را در دستگاه مختصات کروی محاسبه کنید.

۳. انتگرال‌های سه‌گانه زیر را به کمک دستگاه مختصات کروی محاسبه کنید.

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} xy \, dz \, dy \, dx \quad (۱)$$

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{2-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{2+\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \, dz \, dy \, dx \quad (۲)$$