



فصل سوم :

۱- درونیابی و تقریب های چند جمله ای

Subject

Date

۳۴

فصل سوم

درونیایی و تقوید خیدجهایی

در ایالت عمده ۲۰ هزار اصل بین رستماری می شود. در جدول زیر مقدار

خیدجه این کشور از ۱۹۲۰ تا ۱۹۷۰، به هزار، درج شده است.

سال	۱۹۲۰	۱۹۳۰	۱۹۴۰	۱۹۵۰	۱۹۶۰	۱۹۷۰
خیدجه (به هزار)	۱۰۵	۱۲۳	۱۳۱	۱۵۰	۱۷۹	۲۰۳

با توجه به این داده ها، آیا می توان با استفاده از آن خیدجه را، مثلاً در

۱۹۶۵ یا حتی در سال ۲۰۰۰ به طور معقول تخمین زد. این نوع پیشگویی

را می توان با استفاده از تابعی که مناسب این داده می باشد بدست آورد. این معادله

را درون یابی می نامند و موضوع فصل هفتم می باشد. (آمار محوری - ال فوردن)

در ریاضیات از در باز قواعد خیدجه، یعنی توانایی که مقادیر آنها در فاصله ای از

حوزه تقوید آنها در یک جدول ثبت شده است، مورد استفاده قرار می گیرند.

PAPCO

Subject ۳۷
Date _____

مانند جدول تعاریف تابع Sin ، cos ، tan و ... به ازای 0.5 ، 1 ، 1.5 ، 2 ، 2.5 ، 3 ، 3.5 ، 4 ، 4.5 ، 5 درجه آن نوشته. درون x های خطی و بزرگ خواهم کرد با بدایین ماشین حساب و کما میسر جدولهای دیگر دیگر بکار میآورند. تخمین مقدار در تابع به ازای عددی از x است که در جدول نیست، ولی بین نقاط جدولی است، این مکان مفهوم درونیابی است.

برای تخمین $P(x)$ راههای مختلفی وجود دارد. یکی از راهها این است که یک چند جمله ای مانند $p(x)$ بداییم که مقدار آن در x_i همان P_i باشد به ازای $i=0, 1, 2, \dots, n$ یعنی داریم: $i=0, 1, 2, \dots, n$ $P(x_i) = P_i$ (مدرس - مایند)

۱-۲ درونیابی و چند جمله ای لگرانژ "LAGRANGE"

فرض می کنیم $P(x)$ برابر $[p(x)]$ بیست جمله باشد فرض می کنیم که $(n+1)$ نقطه جزا در بازه $[a, b]$ داشته باشیم پس با بداییم جدول $P(x)$ در صورت یافتن $p(x)$ داریم که $P(x_i) = P_i$ ، $i=0, 1, 2, \dots, n$

P: P: CO

Subject ۲۸
Date _____

در روش لگرانژ، یک از چند همای گای $L_0(x), L_1(x), \dots$

و $L_{n-1}(x)$ که از درجه $n-1$ (صداکته از درجه n) حسابته وابسته

ص اوریم و پس $p(x)$ که توید چند همای $P_j(x)$ است وابسته اوریم:

$$p(x) = L_0(x) P_0 + L_1(x) P_1 + \dots + L_j(x) P_j + \dots + L_n(x) P_n$$

$$L_j(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)}$$

لذا داریم: (در صورت مثل بودن $L_j(x)$ ها)

$$\begin{cases} L_j(x_i) = 0 \\ L_j(x_j) = 1 \end{cases} \quad \text{①} \quad L_j(x_i) = \begin{cases} 1 & j=i \\ 0 & j \neq i \end{cases} \quad i, j = 0, \dots, n$$

$$L_j(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^n \frac{(x-x_i)}{(x_j-x_i)} \quad (\text{کاه صابین و فوارته رتی نیه})$$

مثال) چند همای $p(x)$ را با تابع حیدول زیر بدست اوریم:

x_i	-1	0	1
P_i	1	1	3

② حل) همان طوره لغتیم $(n+1)$ نقطه همزاد اوریم برای $P(x)$ $i=0, \dots, n$

و چند همای لگرانژ از درجه n حسابته.

PAPCO

Subject ۳۹
Date

در این جدول ۳ نقطه داریم x_0, x_1, x_2

که چند جمله ای که برانند از درجه ۲ می باشد

$$\begin{array}{ccc} x_0 = -1 & x_1 = 0 & x_2 = 1 \\ P_0 = 1 & P_1 = 1 & P_2 = 3 \end{array}$$

Subject ک
Date ۵

$$\sum_{j=0}^n z_j = 1$$

زیت:

(عدد بیان)
(از ۰ تا ۳)

در مثال قبلی $\sum_{j=0}^n z_j$ را بررسی کنید!

(مثال): اگر در مثال فوق $x_3 = 2$ و $f_3 = 7$ باشد
تو را بررسی کنید!

(عدد بیان)

(مثال): در مثال قبلی $f(1,5)$ و $f(1,5)$ را بررسی کنید!

$$P(x) = 9x^2 + x + 1$$

۵

$$f(1,5) \Rightarrow P(1,5) = (1,5)^2 + 1,5 + 1 = 2,25 + 1,5 = 3,75$$

$$f(1,8) \Rightarrow P(1,8) = (1,8)^2 + 1,8 + 1 = 3,24 + 1,8 + 1 = 6,04$$

Date

مثال) نقاط زیر را در یک تابع همبسته $p(x)$ بدست آورید:

$p(x)$ را نیز محاسبه کنید!

x	2	2,5	4
$P(x)$	0,5	0,4	0,25

$$x_0 = 2 \quad x_1 = 2,5 \quad x_2 = 4$$

$$P_0 = 0,5 \quad P_1 = 0,4 \quad P_2 = 0,25$$

نقطه‌ها را با یک تابع همبسته $p(x)$ بدست آورید!

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-2,5)(x-4)}{(2-2,5)(2-4)} = x^2 - 7,5x + 10$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-2)(x-4)}{(2,5-2)(2,5-4)} = -1,2x^2 + 11x - 10,777$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-2)(x-2,5)}{(4-2)(4-2,5)} = 0,125x^2 - 1,875x + 1,777$$

$$p(x) = L_0 P_0 + L_1 P_1 + L_2 P_2$$

$$= 0,5(x^2 - 7,5x + 10) + 0,4(-1,2x^2 + 11x - 10,777) + 0,25(0,125x^2 - 1,875x + 1,777)$$

$$= 0,5x^2 - 3,75x + 5 - 0,48x^2 + 4,4x - 4,311 + 0,03125x^2 - 0,46875x + 0,444$$

~~$$p(x) = p(2) = 0,5(2)^2 - 0,48(2) + 0,03125(2) = 1,15$$~~

۱۴۴ (آزمون - الیوم)