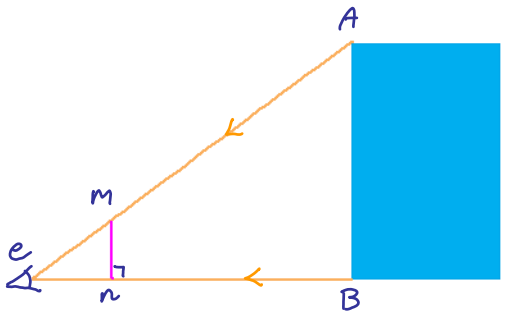
ب

تمرین شماره ۹ فیزیک پایه اول دبیرستان – مبحث نورشناسی – سایه و نیمسایه

Note Tiue

۱- چند روش بگویید که به کمک یک خط کش ۲۰ سانتی(!) بتوان ارتفاع ساختمان مدرسه را اندازه گرفت؟



در اینجا روشی ساده معرفی می‌شود که همچون سایر روش‌ها، اساس آن، اندازه‌گیری فاصلهٔ محل قرارگرفتن چشم ناظر تا ساختمان و سنجیدن اضلاع مثلث کوچک تشکیل شده از پرتوهای رسیده به چشم با استفاده از خط‌کش است.

مطابق شکل فوق، چشم ناظر در مکانی مشخص قرار می‌گیرد و فقط جهت نگاه کردن آن عوض می‌شود تا هم بتواند پرتوی Ae را ببیند و هم پرتوی Be. با قراردادن یک جسم شاخص که می‌تواند خود خط‌کش باشد، نقاط m و n که در مسیر رؤیت نقاط A و B توسط چشم قرارگرفته‌اند، علامت گذاری می‌شوند. اگر این نقاط به قدر کافی نزدیک به چشم انتخاب شوند، فاصلهٔ آن‌ها از هم و فاصلهٔ آن‌ها از چشم به راحتی توسط خط‌کش قابل سنجش است. چنانچه راستای mn قائم باشد، راستای AB موازی خواهد بود و داریم:

$$\overset{\Delta}{eAB} \sim \overset{\Delta}{emn}$$

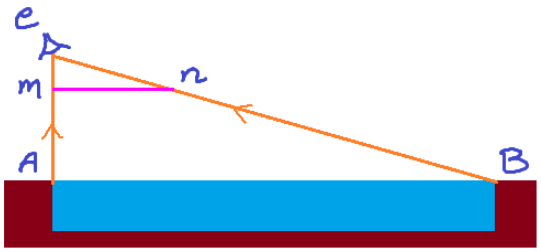
$$\Rightarrow \frac{AB}{eB} = \frac{mn}{en} \Rightarrow AB = eB\frac{mn}{en}$$

eB همان فاصلهٔ محل قرارگرفتن چشم تا ساختمان است که باید اندازه‌گیری شود و mn و en نیز با خط‌کش سنجیده می‌شوند. به این ترتیب AB از رابطهٔ فوق به دست می‌آید.

۲- چگونه به کمک چند خط کش کوچک (بدون ورود به رودخانه) می توان عرض یک رودخانه را اندازه گرفت؟

در این مسأله، همانند مسألهٔ قبل از تشکیل مثلثی کوچک بر روی پرتوهای رسیده به چشم و سنجش اضلاع آن توسط خط‌کش

استفاده می کنیم. مطابق شکل، چشم ناظر درست بالای لبهٔ رودخانه و در ارتفاعی معین قرار می گیرد. نقاط m و n



بر روی یک شاخص که می تواند خود خط کش باشد علامت گذاری

می شوند. این نقاط باید درست در مسیر رؤیت پرتوهای رسیده

به چشم از لبه های رودخانه یعنی A و B باشند. همچنین شاخص

که انتخاب می شود باید کاملاً افقی باشد تا mn و AB موازی باشند. در این صورت داریم:

$$\overset{\Delta}{emn} \sim \overset{\Delta}{eAB} \Rightarrow \frac{em}{eA} = \frac{mn}{AB} \Rightarrow AB = mn\,\frac{eA}{em}$$

اندازه های mn ، eA و em به علت کوچکی با استفاده از خط‌کش قابل اندازه گیری است و به کمک رابطه فوق از

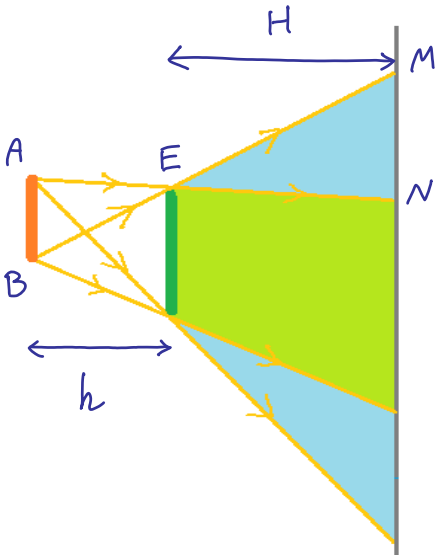
روی آنها AB را می توان محاسبه کرد.

۳- آیا همواره شکل سایه یک جسم، متشابه با خود جسم است؟ شرط این تناسب چیست؟

از آنجا که سایه ماهیت دوبعدی دارد، جسم نیز باید یک سطح دوبعدی تخت باشد تا تشابه در مورد آن معنا داشته باشد.

همچنین منبع نور باید نقطه‌ای باشد تا لبه های سایه مرز مشخصی داشته باشند. تحت این شرایط اگر جسم کاملاً موازی

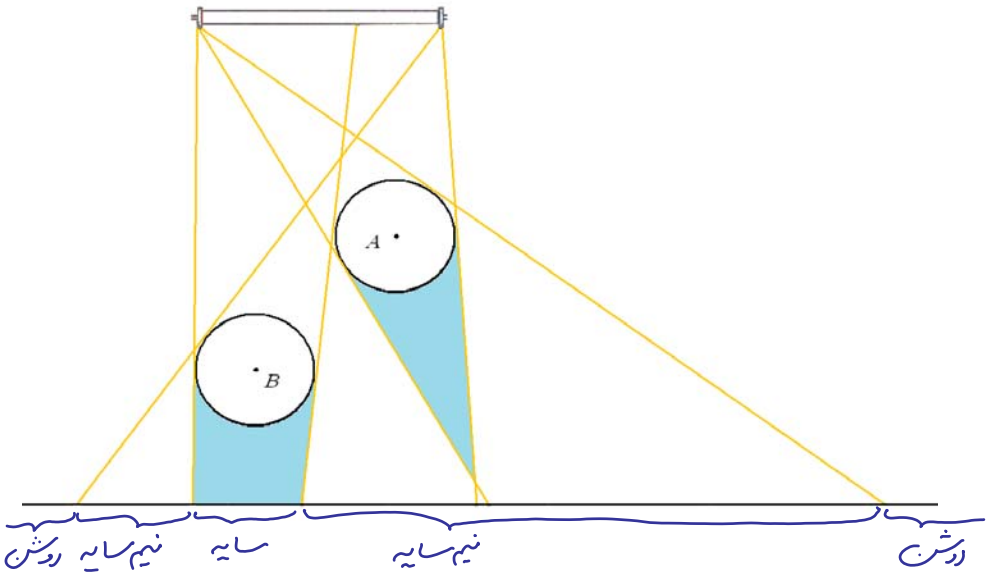
سطحی که سایه روی آن می افتد قرار بگیرد در آن صورت سایه با جسم متشابه خواهد بود.



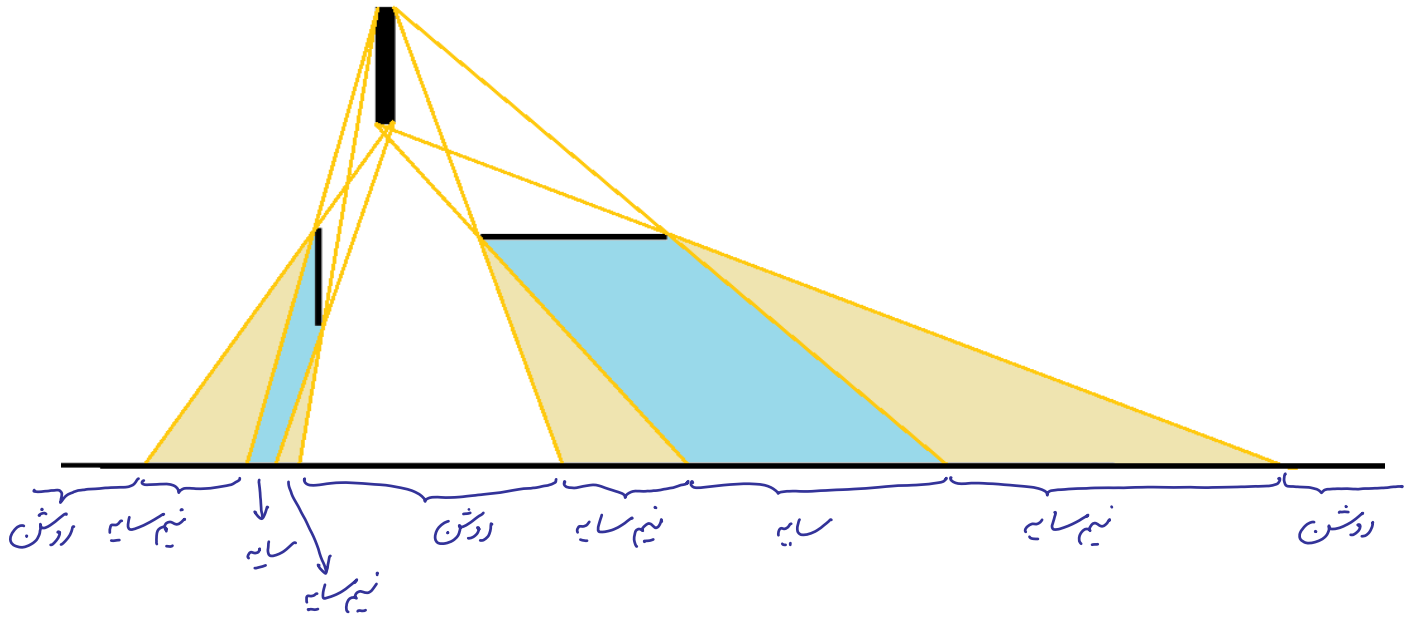
۴- ثابت کنید ابعاد نیمسایه جسمی که در مقابل یک منبع گسترده قرار گرفته است به ابعاد جسم بستگی ندارد.

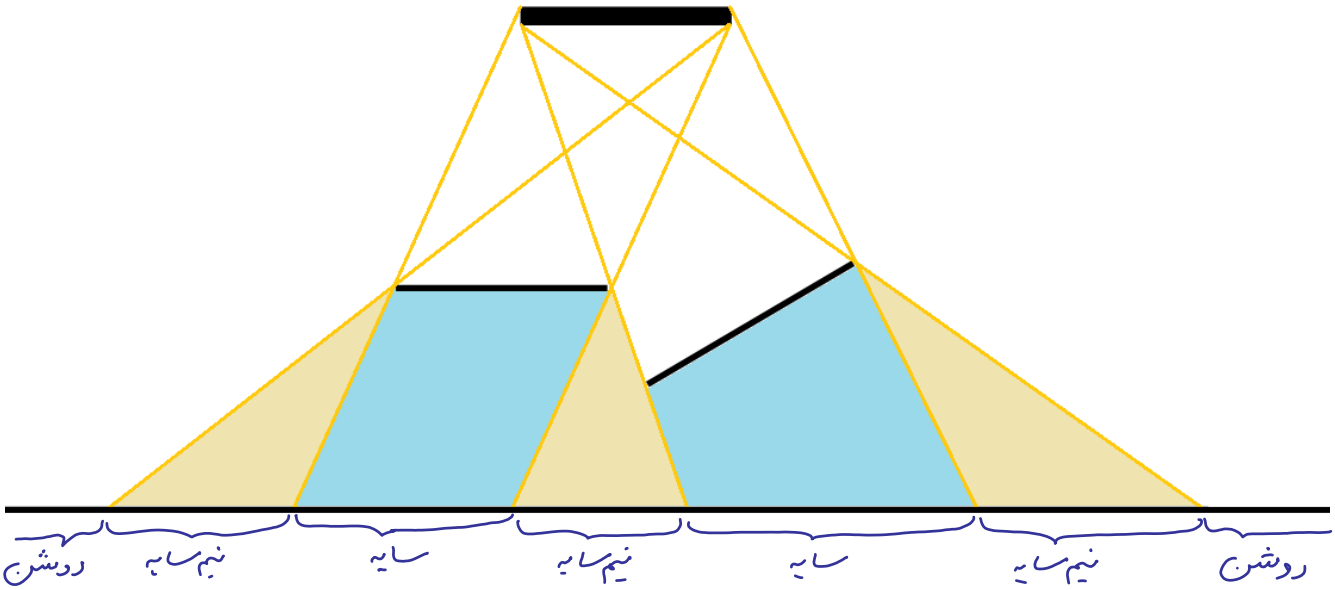
$$\overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{EMN} \Rightarrow \frac{h}{AB} = \frac{H}{MN} \Rightarrow MN = AB\,\frac{H}{h}$$

۵- دو گوی کدر A و B در مقابل منبع گسترده S_1S_2 قرار گرفته‌اند. با رسم پرتوها نواحی مختلف روی دیوار را به بخش‌های سایه، نیم‌سایه و روشنایی تقسیم کنید.

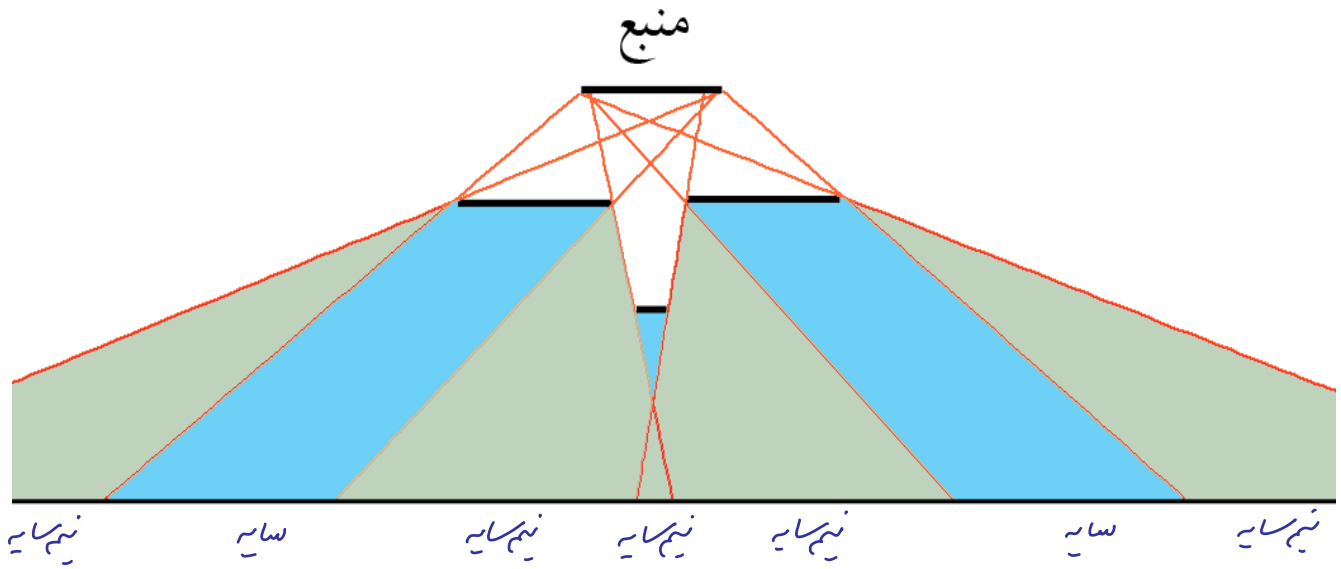


۶- در شکل‌های زیر منبع گسترده (جسم ضخیم تر) در مقابل اجسام کدر قرار دارد. با رسم پرتوها نواحی مختلف روی دیوار را به بخش‌های سایه، نیم‌سایه و روشنایی تقسیم کنید.

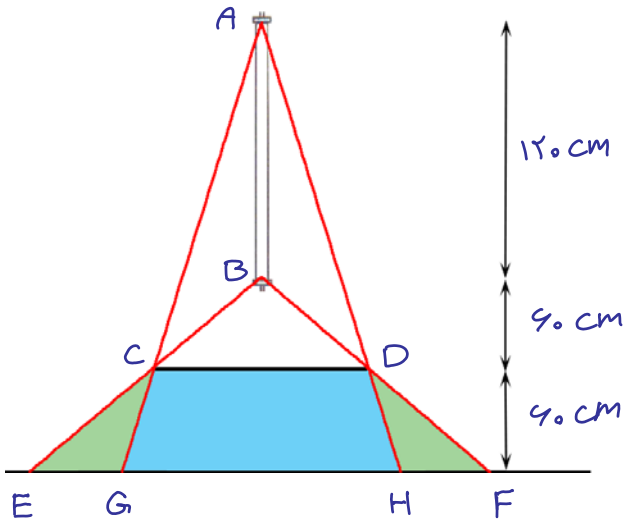




۷- مطابق شکل زیر منبع گسترده‌ای به طول ۱۰ سانتی‌متر در مقابل جسم کدری قرار دارد که در وسط آن شکافی به طول ۵ سانتی‌متر قرار دارد. در مقابل شکاف جسم کدر دیگری به طول ۳ سانتی‌متر قرار گرفته است. با رسم پرتوها نواحی مختلف پرده را به نواحی سایه، نیمسایه و روشنایی تقسیم کنید.



۸- قرص کدری به قطر ۸۰ سانتی‌متر به موازات یک پرده و به فاصله ۶۰ سانتی‌متر از آن قرار دارد. یک لامپ مهتابی به طول به طول ۱۲۰ سانتی‌متر در فاصله ۶۰ سانتی‌متر از قرص و عمود بر آن قرار دارد. قطر سایه و پهنای نیم‌سایه را حساب کنید.



$$\overset{\Delta}{ACD} \sim \overset{\Delta}{AGH} \Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{۱۲۰+۶۰}{۱۲۰+۶۰+۶۰}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{۱۸۰}{۲۴۰} = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow GH = \frac{۴}{۳} CD = \frac{۴ \times ۸۰}{۳}$$

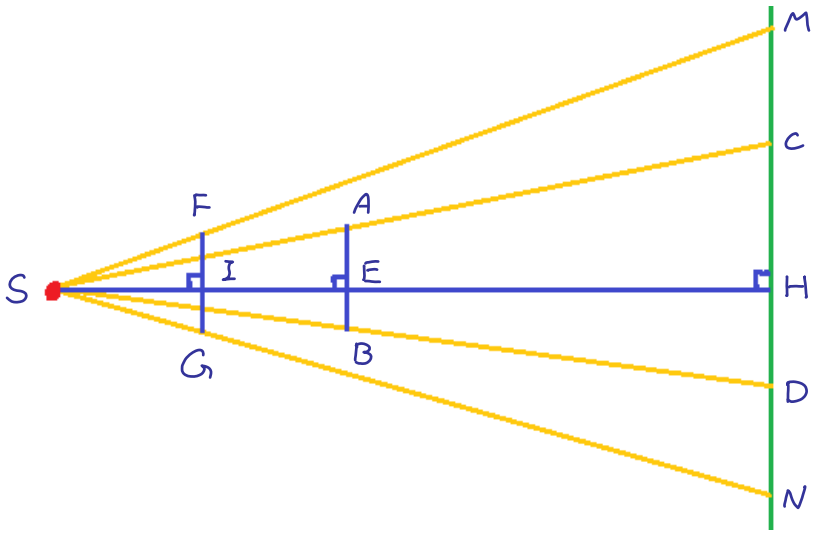
$$\Rightarrow GH = ۱۰۶,۷ cm$$

$$\overset{\Delta}{BCD} \sim \overset{\Delta}{BEF} \Rightarrow \frac{CD}{EF} = \frac{۶۰}{۶۰+۶۰} = \frac{۶۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow EF = ۲CD = ۲ \times ۸۰ = ۱۶۰\,cm$$

$$EG = HF = \frac{EF - GH}{۲} = \frac{۱۶۰ - ۱۰۶,۷}{۲} = ۲۶,۷\,cm$$

۹- یک چشمه نقطه‌ای نور (لامپ کوچک) باعث شده است تا از یک شخص سایه‌ای روی دیوار تشکیل شود. شخص چند متر به طرف لامپ حرکت کند تا مساحت سایه سر او ۴ برابر شود؟ (فاصله اولیه لامپ تا شخص ۲ متر و فاصله شخص تا دیوار ۶ متر است).

اگر سر شخص را به صورت یک قرص در نظر بگیریم، ۴ برابر شدن مساحت سر به معنای دو برابر شدن قطر آن است.



قطر سر: d

قطر سایه اولیه: D

$$\overset{\Delta}{SAB} \sim \overset{\Delta}{SCD} \Rightarrow$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{SE}{SH} \Rightarrow \frac{d}{D} = \frac{۲}{۲+۶} = \frac{۱}{۴}$$

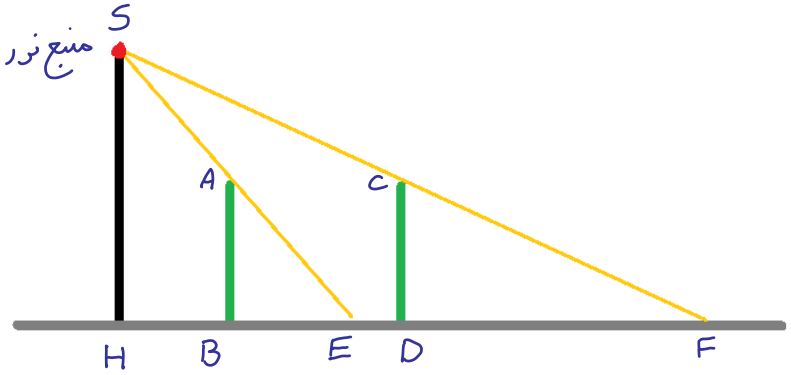
$$\Rightarrow D = ۴d$$

$$\overset{\Delta}{SFG} \sim \overset{\Delta}{SMN} \Rightarrow \frac{FG}{MN} = \frac{SI}{SH} \Rightarrow \frac{d}{۲D} = \frac{SI}{۲+۶} \Rightarrow SI = \frac{۸d}{۲D} = \frac{۸d}{۴ \times ۲d} = ۱m$$

$$IE = SE - SI = ۲m - ۱m = ۱m$$

۱۰- فردی به قد ۲ متر از تیر چراغ برقی به ارتفاع ۴ متر با سرعت ۲ متر بر ثانیه دور می‌شود.

الف) سرعت حرکت سایه سر او روی زمین چقدر است؟



فرض کنید فرد به مدت Δt با سرعت v حرکت کند

و از نقطهٔ B به نقطهٔ D برسد. در این صورت

جابجایی او برابر خواهد بود با: $BD = v\Delta t$

$$\overset{\Delta}{SEH} = \overset{\Delta}{AEB} \Rightarrow \frac{EB}{EH} = \frac{AB}{SH} \Rightarrow \frac{EB}{EH} = \frac{۲m}{۴m} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow EH = ۲EB$$

$$HB = EH - EB = ۲EB - EB = EB = \frac{EH}{۲} \Rightarrow EH = ۲HB$$

$$\overset{\Delta}{SFH} = \overset{\Delta}{CFD} \Rightarrow \frac{FD}{FH} = \frac{CD}{SH} \Rightarrow \frac{FD}{FH} = \frac{۲m}{۴m} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow FH = ۲FD$$

$$HD = FH - FD = ۲FD - FD = FD = \frac{FH}{۲} \Rightarrow FH = ۲HD$$

سرعت سایه‌سر

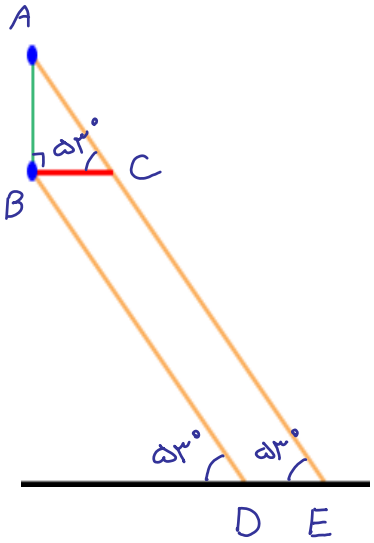
$$EF = v'\Delta t \Rightarrow FH - EH = v'\Delta t \Rightarrow ۲HD - ۲HB = v'\Delta t \Rightarrow \underbrace{۲(HD - HB)}_{BD} = v'\Delta t$$

$$\Rightarrow ۲BD = v'\Delta t \Rightarrow ۲(v\Delta t) = v'\Delta t \Rightarrow ۲v = v' \Rightarrow v' = ۲ \times ۲\frac{m}{s} = ۴\frac{m}{s}$$

ب) سرعت بزرگ شدن سایه او چقدر است؟

سرعت بزرگ شدن سایه با سرعت حرکت سایهٔ سر بر روی زمین برابر است.

۱۱- پرتوهای نور خورشید با زاویه ۵۳ نسبت به سطح زمین می‌تابد. هلی‌کوپتری با سرعت ۱۰ متربرثانیه بصورت عمودی اوج می‌گیرد. سرعت حرکت سایه هلی‌کوپتر روی زمین چقدر است؟



فرض کنید هلی کوپتر در مدت زمان Δt از نقطهٔ B به A می رسد یعنی: $AB = v\Delta t$

BC را موازی با سطح زمین در نظر می گیریم. در این صورت با توجه به موازی بودن پرتوهای آفتاب $\square BCDE$ یک متوازی الاضلاع خواهد بود و داریم:

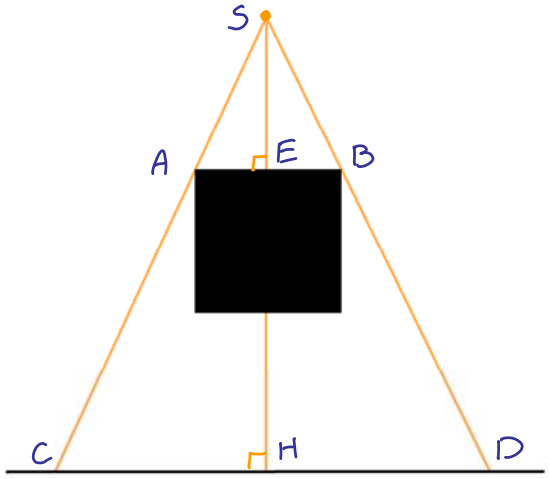
$$BC = DE$$

$$\frac{AB}{BC} = \tan ۵۳^\circ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow BC = \frac{۳}{۴} AB = \frac{۳}{۴} v\Delta t$$

$$\text{سرعت حرکت سایه روی زمین} = \frac{DE}{\Delta t} = \frac{BC}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{5}v\Delta t}{\Delta t} = \frac{3}{5}v = \frac{3}{5}\times 10\,\frac{m}{s} = 7{,}5\,\frac{m}{s}$$

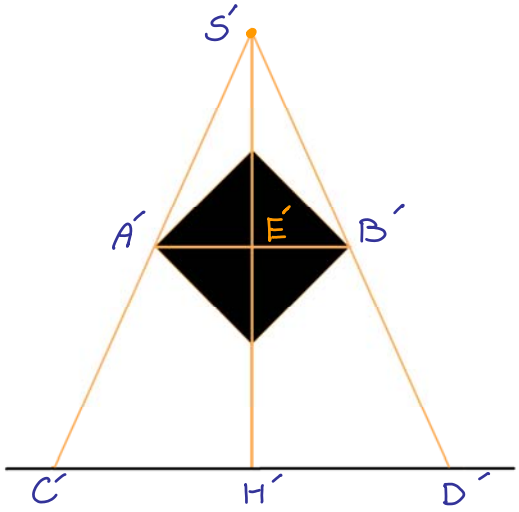
۱۲- الف) در شکل مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر در مقابل یک منبع نقطه‌ای قرار گرفته است. فاصله منبع از ضلع بالایی مربع ۱۰ سانتی‌متر و فاصله ضلع پایینی مربع از پرده هم ۱۰ سانتی‌متر است. اگر مربع حول مرکزش بچرخد ابعاد سایه چگونه تغییر می‌کند؟

ب) در حالت نشان داده شده در شکل و وقتی جسم ۴۵ درجه دوران می‌کند طول سایه جسم را پیدا کنید.



$$\overset{\Delta}{SAB} \sim \overset{\Delta}{SCD} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{SE}{SH} \Rightarrow \frac{10\,cm}{CD} = \frac{10\,cm}{30\,cm}$$

$$\Rightarrow CD = 30\,cm$$



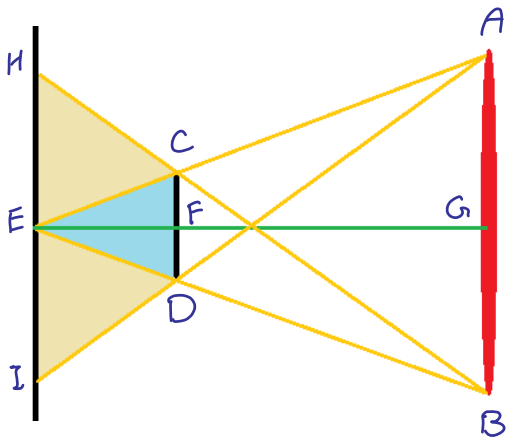
$$\overset{\Delta}{S'A'B'} \sim \overset{\Delta}{S'C'D'} \Rightarrow \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{S'E'}{S'H'} \Rightarrow \frac{10\sqrt{2}\,cm}{C'D'} = \frac{15\,cm}{30\,cm}$$

$$\Rightarrow C'D' = 20\sqrt{2}\,cm = 28{,}3\,cm$$

در حین دوران مربع، ابتدا ابعاد سایه کاهش می‌یابد تا مربع به زاویه 45° برسد. سپس افزایش می‌یابد تا مربع به زاویه 90° برسد. سپس این روند در هر 90° تکرار می‌شود.

۱۳- جسمی در فاصله ۳ متری از دیوار و ۵ متری از یک منبع نور قرار دارد. اگر قطر جسم ۶ سانتی‌متر باشد:

الف) طول منبع نور باید چند سانتی‌متر باشد تا سایه کامل جسم روی دیوار به صورت یک نقطه شود؟



$$\left.\begin{matrix} EF = 3m \\ FG = 5m \end{matrix}\right\} \Rightarrow EG = 8m$$

$$\overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{ECD} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{EF}{EG} \Rightarrow \frac{6\,cm}{AB} = \frac{3m}{8m} \Rightarrow$$

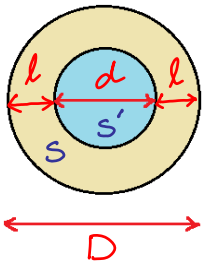
$$AB = \frac{۸ \times ۶\,cm}{۳} = ۱۶\,cm$$

ب) در این‌صورت قطر نیم‌سایه چقدر است؟

$$\triangle ABC \sim \triangle CEH \Rightarrow \frac{AB}{EH} = \frac{FG}{EF} \Rightarrow \frac{۱۶\,cm}{EH} = \frac{۵m}{۳m} \Rightarrow EH = ۹,۶\,cm$$

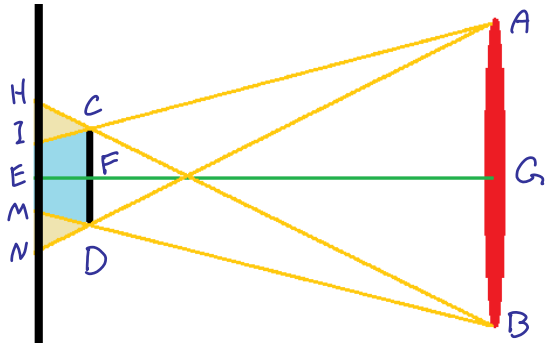
$$HI = EH + EI = ۲EH = ۲ \times ۹,۶\,cm = ۱۹,۲\,cm$$

ج) جسم چقدر و در کدام سمت حرکت کند تا مساحت نیم‌سایه آن ۳ برابر مساحت سایه‌اش شود؟



$$S = ۳S' \Rightarrow S + S' = ۴S' \Rightarrow \pi \frac{D^۲}{۴} = ۴\pi \frac{d^۲}{۴} \Rightarrow D^۲ = ۴d^۲$$

$$\Rightarrow D = ۲d \Rightarrow D - d = d \Rightarrow \frac{D-d}{۲} = \frac{d}{۲} \Rightarrow l = \frac{d}{۲}$$



$$HI = l \quad , \quad IM = d \quad , \quad EF = x$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CHI \Rightarrow \frac{HI}{AB} = \frac{EF}{FG} \Rightarrow HI = \frac{EF}{FG} AB$$

$$\Rightarrow l = \frac{x}{۸m - x} \times ۱۶\,cm \Rightarrow \frac{d}{۲} = \frac{x \times ۱۶\,cm}{۸m - x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{۲d}{۲} = \frac{۲ \times x \times ۱۶\,cm}{۸m - x} \quad (۱)$$

$$\triangle BCD \sim \triangle BMH \Rightarrow \frac{CD}{MH} = \frac{FG}{EG} \Rightarrow MH = \frac{EG}{FG} CD \Rightarrow l + d = \frac{۸m}{۸m - x} \times ۶\,cm \Rightarrow \frac{۳d}{۲} = \frac{۸m \times ۶\,cm}{۸m - x}$$

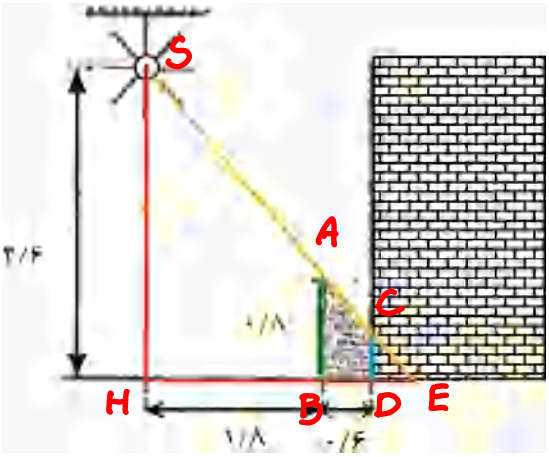
(۲)

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{۲ \times x \times ۱۶\,cm}{۸m - x} = \frac{۸m \times ۶\,cm}{۸m - x} \Rightarrow x = \frac{۸m \times ۶\,cm}{۲ \times ۱۶\,cm} = ۱m$$

$۳m - ۱m = ۲m$ جسم باید ۲m به سمت پرده حرکت کند تا مساحت نیم‌سایه سه برابر سایه شود.

۱۴- یک لامپ در ارتفاع ۲/۶ متری آویزان است. در فاصله ۱/۸ متر از پای لامپ، چوبی به طول ۰/۸ را به صورت قائم روی زمین نصب می‌کنیم. این چوب در فاصله ۰/۶ متر از دیوار باشد:

الف) اگر دیوار نبود، طول سایه چوب چقدر می‌شد؟



$$\triangle ESH \sim \triangle EAB \Rightarrow \frac{AB}{SH} = \frac{EB}{EH} \Rightarrow \frac{0.8}{2.6} = \frac{ED+0.6}{ED+2.4}$$

$$\Rightarrow 0.8\,ED + 1.92 = 2.6\,ED + 1.56$$

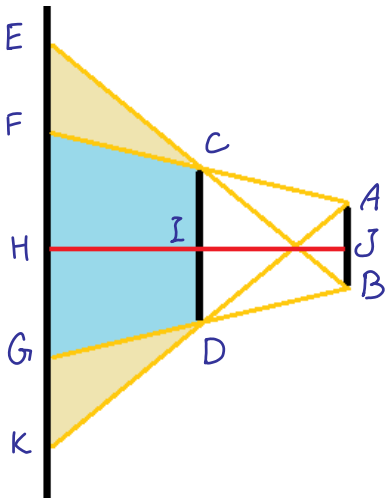
$$\Rightarrow \underbrace{1.92-1.56}_{0.36} = \underbrace{(2.6-0.8)}_{1.8} ED \Rightarrow ED = 0.2\ m$$

$$\text{طول سایه چوب در نبود دیوار} = BD + ED = 0.6 + 0.2 = 0.8\ m$$

ب) طول سایه قسمتی از چوب که بر روی دیوار تشکیل می‌شود چقدر است؟

$$\triangle EAB \sim \triangle ECD \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow \frac{CD}{0.8} = \frac{0.2}{0.8} \Rightarrow CD = 0.2\ m$$

۱۵- یک قرص کدر بین یک منبع نور و پرده قرار گرفته است. اگر فاصله جسم از پرده و منبع مساوی باشد و قطر منبع نصف قطر جسم باشد، مساحت نیم‌سایه چند برابر سایه است؟



$$HI = IJ = d \quad , \quad AB = \frac{CD}{2} = S$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CEF \Rightarrow \frac{AB}{EF} = \frac{IJ}{HI} \Rightarrow \frac{S}{EF} = \frac{d}{d} \Rightarrow EF = S$$

$$\triangle BDC \sim \triangle BEG \Rightarrow \frac{CD}{EG} = \frac{IJ}{HJ} \Rightarrow \frac{2S}{EG} = \frac{d}{2d} \Rightarrow EG = 4S$$

$$FG = EG - EF = 4S - S = 3S \qquad \text{قطر سایه}$$

$$EK = EG + GK = EG + EF = 4S + S = 5S \qquad \text{قطر نیم‌سایه}$$

$$\left.\begin{aligned} \text{مساحت سایه} &= \pi\frac{(FG)^2}{4} = \frac{\pi}{4}9S^2 \\ \text{مساحت نیم‌سایه} &= \pi\frac{(EK)^2}{4} - \text{مساحت سایه} = \frac{\pi}{4}25S^2 - \frac{\pi}{4}9S^2 = \frac{\pi}{4}16S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\text{مساحت نیم‌سایه}}{\text{مساحت سایه}} = \frac{16}{9}$$