

1) درستی و غلطی هر یک از موارد زیر را مشخص کنید. (4 نمره)

- الف) هر عدد طبیعی به توان صفر برابر با یک است.
ب) کمتر از نصف اعداد طبیعی بین 5000 و 10000 اول هستند.
ج) اگر هر عددی را به توان 2 برسانیم تعداد مقسوم علیه های آن دو برابر می شود.
د) تعداد شمارنده های اعداد مربع کامل فرد است.
ه) دو عدد 3^a و 3^{-a} قرینه ی یکدیگر هستند.
ی) جمله های $3xyy$ و $3xyx$ متشابه اند.
ط) مجموع هر دو عدد مربع کامل، مربع کامل خواهد بود.
ز) عبارت $\sqrt{9}$ برابر با مقادیر 3 و -3 است.

2) قطر مربعی به مساحت 17 سانتی متر مربع به کدام یک از اعداد زیر نزدیکتر است. (0.5 نمره)

- الف) 5.6 (ب) 5.7 (ج) 5.8 (د) 5.9

3) تعداد ارقام عدد 3^{2015} به کدام عدد نزدیکتر است. (0.5 نمره)

- الف) 1008 (ب) 1010 (ج) 1012 (د) 1014

4) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. (2 نمره)

a)
$$\underbrace{2^4 + 2^4 + 2^4 + \dots + 2^4}_{\text{تا } 2^{13}} =$$

b)
$$3^1 \times 3^5 \times 3^9 \times \dots \times 3^{401} =$$

5) اگر $\sqrt{a} = b$ و $\sqrt[3]{b} = c$ و $\sqrt{c} = d$ باشد. a را برحسب d بدست آورید. (1 نمره)

6) فرض کنید در خانه ی اول از صفحه ی شطرنج ، یک دانه ی گندم ، در خانه ی دوم 3 دانه ی گندم ، در خانه ی سوم 9 دانه ی گندم و به همین روش در خانه ی 64 ام 3^{63} دانه ی گندم قرار دهیم . در نهایت چند دانه گندم در این صفحه ی شطرنج خیلی بزرگ قرار گرفته است؟ (1 نمره)

7) احمد 2^x مقدار پول دارد. اگر 768 از پولهایش را به برادرش بدهد پول احمد یک سوم پول اولیه اش می شود. احمد در ابتدا چقدر پول داشته است. (1.5 نمره)

8) 2 عدد به غیر از 11 و 121 پیدا کنید به طوری که ب.م.م آنها برابر با 11 و حاصلجمع آنها 132 باشد. (روش پیدا کردن عدد ها حتما ذکر شود . حدس زدن عدد ها هیچ نمره ای ندارد.) (1.5 نمره)

9) معادلات زیر را حل کنید. (2 نمره)

$$a) \frac{\sqrt[13]{(-24)^3}}{\sqrt{x}} = -1$$

$$b) \sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt[2]{x}}} = 2$$

10) ثابت کنید $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. (1 نمره)

11) اگر $(a, 4) = 2$ و $(b, 4) = 2$ باشد. ب.م.م دو عدد $a+b$ و 4 چند است؟ (1 نمره) (با ذکر دلیل)

12) چند عدد صحیح وجود دارد که مربع آن ها بین 2015 و 2015- باشد. (1 نمره)

13) اگر داشته باشیم $7^x = 3$ و $3^y = 4$ آنگاه مقدار عبارت های زیر را بدست آورید. (2 نمره)

الف) $49^{2x+1} \div (7^x)^y$

ب) $7^{2x+19} + 7^{3x-1}$

6) چند عدد طبیعی 4 رقمی n می توان پیدا کرد به طوری که $n^3 + 23n$ مربع کامل شد. (بدست آوردن تعداد اعداد کافی است و خود اعداد نیاز نیست). (1 نمره) (با ذکر دلیل)

7) دستگاهی داریم که با دریافت یک سکه ی 100 تومانی حاصل a^b را برای ما بدست می آورد و با دریافت یک سکه ی 50 تومانی حاصل جمع ، ضرب ، تقسیم و منهای دو عدد را برای ما بدست می آورد. می خواهیم با استفاده از این دستگاه حاصل عبارت زیر را بدست آوریم. حداقل چند تومان باید هزینه کنیم ؟ (1 نمره)

$$1 + 4 + 16 + \dots + 4^{1000}$$

سوال امتیازی (1.5 نمره)

(8 رقم یکان عدد $7^{2^{2015}}$ را بدست آورید.