

خلاصه‌ی جلسه

توجه: در تمام پرسش‌ها ۲ نفر بسیار باهوش به نوبت با هم بازی می‌کنند و کسی که نتواند حرکت کند، می‌بازد؛ مگر این که پرسش به گونه‌ای دیگر باشد.

پرسش‌های آموزشی

۱. دسته‌ای از n مهره داریم. هر کس در نوبت‌ش می‌تواند یک دسته را برداشته و به دو دسته‌ی ناتهی تقسیم کند. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۲. در ابتدا ۲ عدد طبیعی m, n روی تخته نوشته شده است. در هر مرحله می‌توان دو عدد a, b از روی تخته انتخاب کرد که $|a - b|$ روی تخته نباشد؛ سپس $|a - b|$ را نیز روی تخته نوشت. ثابت کنید این بازی، سرکاری است.

۳. میزی گرد و به تعداد کافی سکه‌ی یک‌سان داریم. در هر مرحله می‌توان یک سکه روی میز گذاشت؛ طوری که با سکه‌های قبلی، هم‌پوشانی نداشته باشد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۴. $2n + 1$ معادله به شکل $*x^2 + *x + * = 0$ روی تخته نوشته شده است. در هر مرحله می‌توان یک ستاره را با یک عدد حقیقی ناصفر جای‌گزین کرد. نفر نخست می‌خواهد تعداد معادلاتی که ریشه‌ی حقیقی دارند؛ بیشینه شود و نفر دوم می‌خواهد تعداد این معادلات کمینه شود. نتیجه‌ی بازی چه خواهد شد؟

۵. **شترنج دوگانه**. این بازی، همان بازی شترنج است؛ با این تفاوت که هر فرد در نوبت‌ش دو حرکت شترنج انجام می‌دهد. ثابت کنید نفر نخست استراتژی نباختن دارد.

۶. جدولی 1994×1994 داریم. نفر نخست ابتدا یک مهره‌ی اسب روی یک خانه از جدول قرار می‌دهد. سپس نفر دوم یک حرکت افقی اسب انجام می‌دهد؛ سپس نفر نخست یک حرکت عمودی اسب انجام می‌دهد و ... چه کسی استراتژی برد دارد؟

خلاصه‌ی جلسه

پرسش‌های اضافی

۷. جدولی $m \times n$ داریم. در هر مرحله می‌توان خانه‌های یک سطر یا یک ستون را حذف کرد؛ به شرطی که آن سطر یا ستون، دست کم یک خانه‌ی حذف‌نشده داشته باشد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۸. جدولی 10×10 داریم. در هر مرحله می‌توان یک دومینو روی جدول گذاشت؛ طوری که با دومینوهای قبلی، هم‌پوشانی نداشته باشد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۹. $2n + 1$ معادله به شکل $*x^2 + *x + * = 0$ روی تخته نوشته شده است. در هر مرحله می‌توان یک ستاره را با یک عدد حقیقی ناصفر جای‌گزین کرد. نفر نخست می‌خواهد تعداد معادلاتی که ریشه‌ی حقیقی دارند؛ کمینه شود و نفر دوم می‌خواهد تعداد این معادلات بیشینه شود. نتیجه‌ی بازی چه خواهد شد؟ (المپیاد ریاضی روسیه - ۱۹۹۳)

۱۰. شکلات سمی. شکلاتی به صورت یک جدول $m \times n$ است. در هر مرحله ابتدا، یک تکه شکلات 1×1 که خورده نشده است، انتخاب می‌شود. فرض کنید این تکه در سطر x -ام و ستون y -ام باشد. سپس به ازای هر a, b که $a \geq x$ و $b \geq y$ باشد، شکلات واحد واقع در سطر a -ام و ستون b -ام (در صورت وجود) خورده می‌شود. تکه شکلات واحد موجود در بالا-چپ جدول، سمی است و کسی که آن را بخورد می‌بازد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

-اسدی