فرمول‌های فصل اول — الکتروستاتیک

۱- بار الکتریکی : n عدد صحیح و $e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$ بار بنیادی $\quad q = \pm ne$

هر بار q از برهم نهی n بار بنیادی e که در آن n یک عدد صحیح است، حاصل می‌شود و نشانگر دانه‌ای بودن توزیع بار است.

نکته : کوانتوم بار الکتریکی، بار الکترون است.

۲- کوارک : بار الکتریکی کوارک‌ها به صورت کسرهایی از بار بنیادی، $\pm \frac{e}{3}$ یا $\pm \frac{2e}{3}$ در نظر گرفته می‌شود.

۳- قانون کولن $\quad \vec{F} = \frac{k\,qQ}{r^2}\hat{r} \qquad k = 9,0 \times 10^{9}\ \left(\frac{N.m^2}{C^2}\right) \qquad$ ثابت نیروهای $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

مبداء بردار یکه $\hat{r}$ محل چشمه نیرو است.

ثابت گذردهی خلاء : $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\ \left(\frac{C^2}{N.m^2}\right)$

۴- اصل برهم نهی : نیروی الکتروستاتیکی از اصل برهم نهی خطی پیروی می‌کند.

نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بارهای $(q_2, q_3, \dots, q_N)$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1N}$$

www.ieunit.ir

فرمول‌های فصل دوم — میدان الکتریکی

۱- میدان الکتریکی : جهت میدان $\vec{E}$ همان جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \quad (N/C)$$

$\vec{F}$ نیروی وارد بر هر بار q

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

۲- میدان الکتریکی بار نقطه‌ای Q با استفاده از قانون کولن

$$\vec{E}=\frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

۳- اصل برهم نهی : شدت میدان ناشی از مجموعه‌ای از ذرات باردار در یک نقطه

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_N=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i$$

۴- روش بدست آوردن میدان الکتریکی : بردارهای میدان ناشی از هر بار را در نقطهٔ مورد نظر رسم کرده و بدون توجه به علامت بارها، بزرگی شدت میدان هر یک از بارها را در آن نقطه بدست آورده، سپس با در نظر گرفتن مبداء مختصات در نقطهٔ مورد نظر می‌توان مؤلفه‌های میدان برآیند $\vec{E}$ را بدست آورد.

۵- حرکت بار در میدان یکنواخت و ایستا :

$$F=ma \Longrightarrow \text{ذرهٔ باردار } q \qquad a=\frac{qE}{m}$$

$$a=\frac{F}{m}=\frac{qE}{m}$$

۶- بارهای گسترده : به بارهای جزئی dq تقسیم می‌کنیم

$$d\vec{E}=\frac{k\,dq}{r^2}\hat{r}$$

با در نظر گرفتن اصل برهم نهی برای میدان کل ناشی از توزیع پیوسته داریم :

$$\vec{E}=k\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

۷- شدت میدان یک میلهٔ متناهی

$$E=\frac{kQ}{a(a+L)}$$

اگر $L\ll a$ باشد، از L در مقابل a می‌توان صرف نظر کرد. در این صورت میدان ناشی از میله باردار خیلی فواصل بسیار دور همانند میدان ناشی از بار نقطه‌ای خواهد بود $\Rightarrow$

$$E=\frac{kQ}{a^2}$$

۸- شدت میدان یک میلهٔ نامتناهی $\qquad \lambda$: چگالی خطی بار

$$E=\frac{2k\lambda}{R}$$

۹- شدت میدان قرص نارسانا : به ازای مقادیر بسیار بزرگ y و با استفاده از بسط دوجمله‌ای، مقدار این عبارت به صورت میدان حاصل از بار نقطه‌ای در می‌آید.

$$E=2\pi k\sigma\left[1-\frac{y}{(a^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$y\gg a \;,\; y(a^2+y^2)^{-\frac{1}{2}}=\left(1+\frac{a^2}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{y}\right)^2+\cdots \Rightarrow E=\frac{kQ}{y^2}$$

۱۰- میدان صفحهٔ نامتناهی : شدت میدان ناشی از یک صفحه باردار نامتناهی با چگالی بار سطحی $\sigma+$ برابر است با:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

۱۱- شدت میدان در فاصلهٔ میان دو صفحهٔ موازی نامتناهی با چگالی بار مساوی و مختلف العلامت برابر است با :

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

www.jeuni.ir

فرمولهای فصل سوم — قانون گاوس

۱- شار الکتریکی : که در آن بردار مساحت A عمود بر سطح مورد نظر است. $\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos\theta \quad (N.m^2/C)$
و در آن میدان یکنواخت E است.

۲- اگر میدان یکنواخت نباشد یا سطح مورد نظر تخت نباشد، شار از رابطه زیر بدست می آید: $\Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}$
طرف راست معادله یک انتگرال سطحی است. بردار $d\vec{A}$ در هر نقطه بنا به تعریف هم راستا با عمود بر سطح و رو به خارج در نظر گرفته می شود.
در نتیجه شاری که از سطح بسته خارج می شود مثبت است، در حالیکه شار وارد شونده به سطح بسته منفی است.
نکته: اگر تعداد خطوط وارد شونده به سطح با تعداد خطوط خارج شونده برابر باشد، شار خالص روی این سطح برابر صفر خواهد بود.

۳- قانون گاوس : بیانی کلی درباره میدان الکتریکی است. $\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
این قانون بیانگر رابطه میان شار گذرنده از یک سطح بسته و بار خالص محصور در آن است.

۴- میدان الکتریکی در فاصله r، در حالت $r<R$ در یک استوانه بی نهایت بلند به شعاع R و توزیع بار یکنواخت به چگالی $\rho(C/m^3)$:

$$\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int_{S_1}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{S_3}\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$
($\vec{E}\perp\vec{A}$ روی S_1 و S_3، پس این دو انتگرال صفر)

$$\int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi rL) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}(\pi r^2 L) \Rightarrow E = \frac{\frac{\rho}{\varepsilon_0}(\pi r^2 L)}{2\pi rL} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \quad \star$$

۵- میدان الکتریکی در فاصله r، در حالت $r>R$ در یک استوانه بی نهایت بلند به شعاع R و توزیع بار یکنواخت به چگالی $\rho(C/m^3)$:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int_{S_1}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{S_3}\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$
($\vec{E}\perp\vec{A}$ روی S_1 و S_3، پس این دو انتگرال صفر)

$$\int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi rL) = \frac{\rho(\pi R^2 L)}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \quad \star$$

www.iran.ir

فرمول‌های فصل چهارم — پتانسیل الکتریکی

۱- اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های A و B

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{W_{ext}}{q} \quad (J/C)$$

$$W_{ext} = \Delta V\, q$$

۲- پتانسیل الکتریکی یک نقطه (مثلاً a)

$$V_A - \underbrace{V_\infty}_{0} = -\int_\infty^a \vec{E}.d\vec{l} \quad \Rightarrow V_A = -\int_\infty^a \vec{E}.d\vec{l}$$

۳- بار q به طور یکنواخت در داخل حجم کره‌ای به شعاع R توزیع شده است. پتانسیل نقطه‌ای به فاصله‌ی r از مرکز کره $(r<R)$ برابر است با:

$$V_r = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3R^2 - r^2}{R^3}$$

۴- پتانسیل در میدان یکنواخت

$$\Delta V = \pm E.d$$

$\pm d$ مؤلفه جابجایی بار در راستای میدان E است.

علامت مثبت را برای جابجایی در خلاف جهت میدان در نظر می‌گیریم.

$$1\left(\frac{V}{m}\right) = 1\left(\frac{N}{C}\right)$$

۵- پتانسیل در فاصله r از یک بار نقطه‌ای:

$$V_r = W_\infty = -\int_\infty^r \vec{E}.d\vec{s} = \int_r^\infty \vec{E}.d\vec{s} = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_r^\infty = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V = \frac{kq}{r} \Rightarrow r = \frac{kq}{V}$$

۶- پتانسیل بار نقطه‌ای

$$V = \frac{kQ}{r}$$

۷- پتانسیل دستگاه بارهای نقطه‌ای (پتانسیل کل در هر نقطه)

$$V = \sum \frac{kQ_i}{r_i}$$

۸- پتانسیل بار پیوسته

$$V = \int k\frac{dq}{r}$$

۹- انرژی پتانسیل بارهای نقطه‌ای

$$U = qV$$

۱۰- کار لازم برای قرار دادن چهار بار الکتریکی مشابه و هم‌علامت q در چهار رأس مربعی به ضلع a چقدر است؟

$$W = \frac{(4+\sqrt{2})\,kq^2}{a}$$

www.ieuni.ir

فرمولهای فصل و نکته

خازنها و دی الکتریکها

۱- خازن (ظرفیت خازن)

$$C = \frac{Q}{V}$$

۲- خازن صفحه- موازی (خازن سطح)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

۳- میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن

$$\left.\begin{matrix} V = Ed \\ V = \frac{q}{C} \end{matrix}\right\} \Rightarrow Ed = \frac{q}{C} \Rightarrow E = \frac{q}{Cd} \left.\begin{matrix} \\ C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \end{matrix}\right\} \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \quad (1)$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} \quad (2) \Rightarrow E = \frac{4\pi k q}{A}$$

۴- اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن با چگالی سطحی $|\sigma|$

$$\left.\begin{matrix} E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ \Delta V = E.d \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

۵- ظرفیت کرهٔ منزوی در خلاء

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

۶- خازن کروی (ظرفیت در خلاء)

$$C = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}$$

۷- خازن استوانه‌ای: دو استوانه هم محور به شعاع استوانه داخلی a و خارجی b به طول L.

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

۸- ظرفیت خازنهای متوالی و موازی

(موازی) $C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$ (متوالی) $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$

۹- انرژی ذخیره شده در خازن

انرژی خازن در واقع در میدان الکتریکی ایجاد شده و در فاصله بین صفحات ذخیره می‌شود.

$$U_E = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

۱۰- چگالی انرژی میدان الکتریکی

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

۱۱- دی الکتریکها

$$E_D = \frac{E_0}{k} \Rightarrow V_D = \frac{V_0}{k} \Rightarrow C = kC_0$$

www.ieuni.ir

فرمول‌های فصل ششم — جریان و مقاومت

۱- جریان الکتریکی: حرکت بار در یک محیط جریان الکتریکی

جریان الکتریکی لحظه‌ای (آهنگ تغییر بار)

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (A) \qquad 1(A) = 1\ C/s$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (A)$$

۲- چگالی جریان: جریان گذرنده از واحد سطح

$$J = \frac{I}{A} \quad \left(\frac{A}{m^2}\right)$$

درحالتیکه جریان یک کمیت نرده‌ای است، چگالی جریان در هر نقطه، برداری هم جهت با سرعت سوق است:

$$J = n q v_d \quad \text{یا} \quad J = n e v_d$$

که در آن n چگالی حامل‌های بار، q بار هر یک از حامل‌ها و v_d تندای سرعت سوق آنهاست. جهت J برای حامل‌های بار منفی در خلاف v_d است.

۳- جریان گذرنده از سطح در شرایط چگالی جریان غیر یکنواخت

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (A)$$

۴- مقاومت

$$R = \frac{V}{I} \quad (\Omega) \qquad 1(\Omega) = 1\left(\frac{V}{A}\right)$$

۵- مقاومت ویژه: به ماده سازنده جسم مربوط می‌شود

$$I^2 = \frac{E}{J} \Rightarrow J = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ رسانندگی است.

۶- مقاومت الکتریکی سیمی به طول L و سطح مقطع A و مقاومت ویژه $\rho\Omega$:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

۷- وابستگی دمایی مقاومت ویژه

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0)\right]$$

که در آن α ضریب دمایی مقاومت ویژه است. این معادله فقط در گستره محدودی از دماها اعتبار دارد.

۸- قانون اهم: این معادله برای هر جسم رسانایی با هر شکل قابل استفاده است.

$$V = IR$$

۹- توان: هنگامیکه جریانی از ذرات باردار در اختلاف پتانسیل V در حرکت است، مقدار انرژی که در واحد زمان از میان آن به بار منتقل می‌شود توان می‌نامند.

$$P = IV \left\{ \begin{array}{l} V = IR \\ I = \frac{V}{R} \end{array} \right. \Rightarrow P = I(IR) = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

www.jeuni.ir

نیروی محرک الکتریکی

$$\mathcal{E} = \frac{W_{ne}}{q}$$

W_{ne} کاری که چشمهٔ محرک الکتریکی برای به حرکت درآوردن واحد بار در مدار یک حلقهٔ بسته انجام می‌دهد؛ همان انرژی یا نیروی محرک الکتریکی چشمه است.

اختلاف پتانسیل دوسر باتری

$$V_{ba} = V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

قاعده‌های کیرشهوف

۱ـ قاعدهٔ پیوندگاه

جمع جبری جریان‌هایی که به هر نقطه از مدار وارد و از آن خارج می‌شوند برابر صفر است. $\sum I = 0$

۲ـ قاعدهٔ حلقه

جمع جبری تغییرات پتانسیل در گذار از هر حلقهٔ بسته برابر صفر است. $\sum V = 0$

همبندی موازی و متوالی

در همبندی متوالی مقاومت‌ها، مقاومت معادل برابر حاصل جمع تک تک مقاومت‌هاست.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$

در همبندی موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

مدارهای RC

۱ـ باردهی یا تخلیهٔ خازن

ثابت زمانی $\tau = RC$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C = V_R = \mathcal{E}$$

۲ـ باگیری یا پرشدن خازن

$$q = q_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$I = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$V_C = V_R = \mathcal{E}$$

www.jeuni.ir

نیروی مغناطیسی وارد بر بار q :

نیروی وارد بر بار q که با سرعت V در میدان مغناطیسی B حرکت است: $\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$

بزرگی این نیرو برابر $E = qVB\sin\theta$ و جهت آن عمود بر هر دو بردار $\vec{V}$ و $\vec{B}$ است

یکای میدان مغناطیسی در دستگاه بین المللی SI را تسلا می‌نامند و با نماد T نمایش می‌دهند. یکی دیگر از یکاهای متداول میدان مغناطیسی، گاوس (G) است. $1T = 10^4 G$

نیروی مغناطیسی وارد بر رسانای حامل جریان :

نیروی وارد بر سیم مستقیمی به طول L که حامل جریان I است و در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد. $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$

$\vec{L}$ در جهت جریان در نظر گرفته می‌شود. بزرگی این نیرو عبارت است از $F = ILB\sin\theta$

که در آن θ زاویه بین بردار I و میدان B است.

اگر سیم مستقیم نباشد یا میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد، نیروی وارد بر جزء طول dL برابر است با $d\vec{F} = Id\vec{L} \times \vec{B}$

حرکت ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی :

ذرهٔ بارداری که عمود بر خطوط میدان در حرکت باشد، دارای مسیر دایره‌ای است $qVB = \frac{mV^2}{r}$

که در آن r شعاع دایرهٔ مسیر است.

یعنی شعاع مسیر با تکانهٔ خطی ذره نسبت مستقیم و با شدت میدان مغناطیسی نسبت معکوس دارد. $r = \frac{mV}{qB}$

دورهٔ گردش این مدار $T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi m}{qB}$

بسامد گردش (بسامد سیکلوترون) $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_c = \frac{qB}{2\pi m}$

حرکت پیچشی (مارپیچی) $d = V_{//} T = V_{//} \frac{2\pi m}{qB}$

حرکت ذرهٔ باردار در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی (نیروی لورنتس) $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})$

سرعت گزینی $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B} \Rightarrow V = \frac{E}{B}$

طیف سنج جرمی $V = \frac{E}{B_1}$, $r = \frac{mV}{qB_2} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{B_1 B_2}{E} r$

www.ieun.ir

فرمولهای فصل نهم — تولید میدان مغناطیسی

میدان ناشی از سیم مستقیم و بلند: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ $\Rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$ ثابت تراوایی

نیروی مغناطیسی بین سیمهای موازی: $F_{21} = I_2 L_2 B_1 = I_2 L_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

یکای آمپر (A) را بر مبنای این معادله تعریف می‌کنیم:

$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

هرگاه دو سیم بلند و موازی با جریانهای یکسان در فاصله 1m از یکدیگر قرار داشته باشند و بر واحد طول (1m) هریک از آنها نیروی $2\times10^{-7}\ N$ وارد شود، جریان گذرنده از هر سیم بنا به تعریف برابر 1A است.

قانون بیو-ساوار برای جزء جریان

میدان الکتریکی ناشی از جزء بار dq در جهت بردار یکه $\hat{r}$ قرار می‌گیرد.

میدان مغناطیسی ناشی از جزء جریان Idl هم بر $\hat{r}$ و هم بر dl عمود می‌شود.

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl \times \hat{r}}{r^2}$, $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$

حلقه‌ای دایروی به شعاع a و جریان I را در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در نقطه‌ای از محور به فاصله Z از مرکز آن:

$B_{محور} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$ $\quad z>>a \Rightarrow \quad B_{محور} = \frac{2k'\mu}{z^3}$

که در آن $k' = \frac{\mu_0}{4\pi}$, $\mu = I(\pi a^2)$ گشتاور دوقطبی حلقه

میدان مغناطیسی سیملوله: $B = \frac{1}{2}\mu_0 n I(\sin\theta_2 + \sin\theta_1)$ $\quad n = \frac{N}{L}$

اگر طول سیم لوله نامتناهی باشد، $\theta_1 = \theta_2 = 90$ و بنابراین شدت میدان روی محور آن به صورت زیر درمی‌آید: $B = \mu_0 n I$

قانون آمپر

$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B(2\pi r) = \mu_0 I$

میدان سیم مستقیم بینهایت بلندی: میدان مغناطیسی در فاصله r از سیم بینهایت بلندی به شعاع R که حامل جریان I است:

$r>R \Rightarrow \oint \vec{B}.d\vec{l} = B\oint d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$r<R \Rightarrow \oint \vec{B}.d\vec{l} = B(2\pi r) = \mu_0\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}$

$r=R \Rightarrow$ هر دو معادله نتیجه یکسانی دارند.

میدان مغناطیسی بار نقطه‌ای q: $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^2}$

$F_E = \frac{kq^2}{d^2}$, $F_B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v^2}{d^2}$ $\Rightarrow F_{total} = F_E + F_B = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{kq^2}{d^2}$

که c سرعت نور، $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است.

www.ieuni.ir

فرمول‌های فصل دهم — القاء الکترومغناطیسی

شار مغناطیسی Φ_B — میدان یکنواخت B

$$\Phi_B = BA\cos\theta = \vec{B}.\vec{A}$$

یکای شار مغناطیسی در دستگاه SI وبر (Wb) نامیده می‌شود.

$$1T = 1Wb/m^2$$

اگر میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد یا اینکه سطح مورد نظر تخت نباشد، شار مغناطیسی عبارت است از:

$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{A}$$

قانون فاراده

نیروی محرک الکتریکی القا شده در هر مسیر بسته‌ای متناسب است با آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از سطح محصور در آن مسیر

$$\mathcal{E} \propto \frac{d\Phi}{dt}$$

علامت سمتی جمله آخر نشان می‌دهد که افزایش θ به کاهش شار مغناطیسی منجر می‌شود.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt}A\cos\theta + B\frac{dA}{dt}\cos\theta - BA\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

این سه جمله به ترتیب، سهم تغییرات B ، A و θ را در آهنگ تغییر شار نشان می‌دهند.

قانون لنز

نیروی محرک الکتریکی القایی خاصیتی این است که با تغییر شار مولد خودش مخالفت می‌ورزد.

قانون فاراده در مورد القای الکترومغناطیسی

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

حال به جای حلقه، پیچه‌ای را که شامل N حلقه است در نظر می‌گیریم

اگر شار گذرنده از همهٔ حلقه‌ها یکسان باشد، نیروی محرک القا شده در همهٔ حلقه‌ها با هم برابر می‌شود. چون همهٔ این نیروهای محرک هم جهت‌اند، آنها را می‌توان با هم جمع کرد. پس، نیروی محرک القا شده در پیچه‌ای که شامل N حلقه است، عبارت است از:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

که در آن Φ شار گذرنده از هریک از حلقه‌هاست.

منشأ نیروی محرک الکتریکی القایی

$$\mathcal{E} = \frac{W_{ne}}{q} = \frac{1}{q}\oint \vec{F}.d\vec{l}$$

که در آن شاخص «ne» نشان می‌دهد که کار را نیروی غیر الکتروستاتیکی انجام می‌دهد. در حضور هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی، کل نیروی وارد بر ذرهٔ باردار به صورت نیروی لورنتس است.

$$F = q(E + V\times B)$$

نیروی محرک الکتریکی القایی

$$\mathcal{E} = \oint (E + V\times B).dl$$

میدان الکتریکی القایی: در هر مسیر بسته‌ای که میدان مغناطیسی گذرنده از آن در حال تغییر باشد، میدان الکتریکی القایی به وجود می‌آید.

$$\mathcal{E} = \oint E.dl = -A\frac{dB}{dt}$$

www.ieuni.ir

نیروی محرک الکتریکی

$$\mathcal{E} = \frac{W_{ne}}{q}$$

W_{ne} کاری که چشمهٔ محرک الکتریکی برای به حرکت درآوردن واحد بار در مدار یک حلقهٔ بسته انجام می‌دهد؛ همان انرژی یا نیروی محرک الکتریکی چشمه است.

اختلاف پتانسیل دوسر باتری

$$V_{ba} = V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

قاعده‌های کیرشهوف

۱ـ قاعدهٔ پیوندگاه

جمع جبری جریان‌هایی که به هر نقطه از مدار وارد و از آن خارج می‌شوند برابر صفر است. $\sum I = 0$

۲ـ قاعدهٔ حلقه

جمع جبری تغییرات پتانسیل در گذار از هر حلقهٔ بسته برابر صفر است. $\sum V = 0$

همبندی موازی و متوالی

در همبندی متوالی مقاومت‌ها، مقاومت معادل برابر حاصل جمع تک تک مقاومت‌هاست.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$

در همبندی موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

مدارهای RC

۱ـ باردهی یا تخلیهٔ خازن

ثابت زمانی $\tau = RC$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C = V_R = \mathcal{E}$$

۲ـ باگیری یا پرشدن خازن

$$q = q_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$I = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$V_C = V_R = \mathcal{E}$$

www.jeuni.ir

نیروی مغناطیسی وارد بر بار q :

نیروی وارد بر بار q که با سرعت V در میدان مغناطیسی B حرکت است: $\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$

بزرگی این نیرو برابر $E = qVB\sin\theta$ و جهت آن عمود بر هر دو بردار $\vec{V}$ و $\vec{B}$ است

یکای میدان مغناطیسی در دستگاه بین المللی SI را تسلا می‌نامند و با نماد T نمایش می‌دهند. یکی دیگر از یکاهای متداول میدان مغناطیسی، گاوس (G) است. $1T = 10^4 G$

نیروی مغناطیسی وارد بر رسانای حامل جریان :

نیروی وارد بر سیم مستقیمی به طول L که حامل جریان I است و در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد. $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$

$\vec{L}$ در جهت جریان در نظر گرفته می‌شود. بزرگی این نیرو عبارت است از $F = ILB\sin\theta$

که در آن θ زاویه بین بردار I و میدان B است.

اگر سیم مستقیم نباشد یا میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد، نیروی وارد بر جزء طول dL برابر است با $d\vec{F} = Id\vec{L} \times \vec{B}$

حرکت ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی :

ذرهٔ بارداری که عمود بر خطوط میدان در حرکت باشد، دارای مسیر دایره‌ای است $qVB = \frac{mV^2}{r}$

که در آن r شعاع دایرهٔ مسیر است.

یعنی شعاع مسیر با تکانهٔ خطی ذره نسبت مستقیم و با شدت میدان مغناطیسی نسبت معکوس دارد. $r = \frac{mV}{qB}$

دورهٔ گردش این مدار $T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi m}{qB}$

بسامد گردش (بسامد سیکلوترون) $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_c = \frac{qB}{2\pi m}$

حرکت پیچشی (مارپیچی) $d = V_{//} T = V_{//} \frac{2\pi m}{qB}$

حرکت ذرهٔ باردار در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی (نیروی لورنتس) $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})$

سرعت گزینی $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B} \Rightarrow V = \frac{E}{B}$

طیف سنج جرمی $V = \frac{E}{B_1}$, $r = \frac{mV}{qB_2} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{B_1 B_2}{E} r$

www.ieun.ir

فرمولهای فصل نهم — تولید میدان مغناطیسی

میدان ناشی از سیم مستقیم و بلند: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ $\Rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$ ثابت تراوایی

نیروی مغناطیسی بین سیمهای موازی: $F_{21} = I_2 L_2 B_1 = I_2 L_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

یکای آمپر (A) را بر مبنای این معادله تعریف می‌کنیم:

$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

هرگاه دو سیم بلند و موازی با جریانهای یکسان در فاصله 1m از یکدیگر قرار داشته باشند و بر واحد طول (1m) هریک از آنها نیروی $2\times10^{-7}\ N$ وارد شود، جریان گذرنده از هر سیم بنا به تعریف برابر 1A است.

قانون بیو-ساوار برای جزء جریان

میدان الکتریکی ناشی از جزء بار dq در جهت بردار یکه $\hat{r}$ قرار می‌گیرد.

میدان مغناطیسی ناشی از جزء جریان Idl هم بر $\hat{r}$ و هم بر dl عمود می‌شود.

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl \times \hat{r}}{r^2}$, $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$

حلقه‌ای دایروی به شعاع a و جریان I را در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در نقطه‌ای از محور به فاصله Z از مرکز آن:

$B_{محور} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$ $\quad z>>a \Rightarrow \quad B_{محور} = \frac{2k'\mu}{z^3}$

که در آن $k' = \frac{\mu_0}{4\pi}$, $\mu = I(\pi a^2)$ گشتاور دوقطبی حلقه

میدان مغناطیسی سیملوله: $B = \frac{1}{2}\mu_0 n I(\sin\theta_2 + \sin\theta_1)$ $\quad n = \frac{N}{L}$

اگر طول سیم لوله نامتناهی باشد، $\theta_1 = \theta_2 = 90$ و بنابراین شدت میدان روی محور آن به صورت زیر درمی‌آید: $B = \mu_0 n I$

قانون آمپر

$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B(2\pi r) = \mu_0 I$

میدان سیم مستقیم بینهایت بلندی: میدان مغناطیسی در فاصله r از سیم بینهایت بلندی به شعاع R که حامل جریان I است:

$r>R \Rightarrow \oint \vec{B}.d\vec{l} = B\oint d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$r<R \Rightarrow \oint \vec{B}.d\vec{l} = B(2\pi r) = \mu_0\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}$

$r=R \Rightarrow$ هر دو معادله نتیجه یکسانی دارند.

میدان مغناطیسی بار نقطه‌ای q: $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^2}$

$F_E = \frac{kq^2}{d^2}$, $F_B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v^2}{d^2}$ $\Rightarrow F_{total} = F_E + F_B = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{kq^2}{d^2}$

که c سرعت نور، $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است.

www.ieuni.ir

فرمول‌های فصل دهم — القاء الکترومغناطیسی

شار مغناطیسی Φ_B — میدان یکنواخت B

$$\Phi_B = BA\cos\theta = \vec{B}.\vec{A}$$

یکای شار مغناطیسی در دستگاه SI وبر (Wb) نامیده می‌شود.

$$1T = 1Wb/m^2$$

اگر میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد یا اینکه سطح مورد نظر تخت نباشد، شار مغناطیسی عبارت است از:

$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{A}$$

قانون فاراده

نیروی محرک الکتریکی القا شده در هر مسیر بسته‌ای متناسب است با آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از سطح محصور در آن مسیر

$$\mathcal{E} \propto \frac{d\Phi}{dt}$$

علامت سمتی جمله آخر نشان می‌دهد که افزایش θ به کاهش شار مغناطیسی منجر می‌شود.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt}A\cos\theta + B\frac{dA}{dt}\cos\theta - BA\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

این سه جمله به ترتیب، سهم تغییرات B ، A و θ را در آهنگ تغییر شار نشان می‌دهند.

قانون لنز

نیروی محرک الکتریکی القایی خاصیتی این است که با تغییر شار مولد خودش مخالفت می‌ورزد.

قانون فاراده در مورد القای الکترومغناطیسی

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

حال به جای حلقه، پیچه‌ای را که شامل N حلقه است در نظر می‌گیریم

اگر شار گذرنده از همهٔ حلقه‌ها یکسان باشد، نیروی محرک القا شده در همهٔ حلقه‌ها با هم برابر می‌شود. چون همهٔ این نیروهای محرک هم جهت‌اند، آنها را می‌توان با هم جمع کرد. پس، نیروی محرک القا شده در پیچه‌ای که شامل N حلقه است، عبارت است از:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

که در آن Φ شار گذرنده از هریک از حلقه‌هاست.

منشأ نیروی محرک الکتریکی القایی

$$\mathcal{E} = \frac{W_{ne}}{q} = \frac{1}{q}\oint \vec{F}.d\vec{l}$$

که در آن شاخص «ne» نشان می‌دهد که کار را نیروی غیر الکتروستاتیکی انجام می‌دهد. در حضور هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی، کل نیروی وارد بر ذرهٔ باردار به صورت نیروی لورنتس است.

$$F = q(E + V\times B)$$

نیروی محرک الکتریکی القایی

$$\mathcal{E} = \oint (E + V\times B).dl$$

میدان الکتریکی القایی: در هر مسیر بسته‌ای که میدان مغناطیسی گذرنده از آن در حال تغییر باشد، میدان الکتریکی القایی به وجود می‌آید.

$$\mathcal{E} = \oint E.dl = -A\frac{dB}{dt}$$

www.ieuni.ir