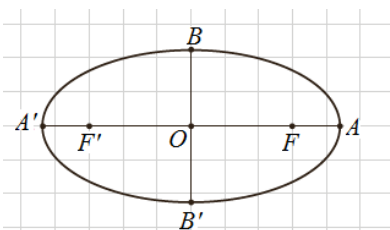
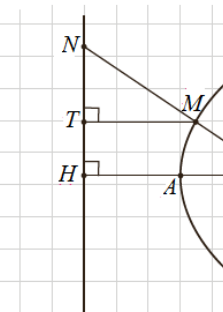


باسمہ تعالیٰ

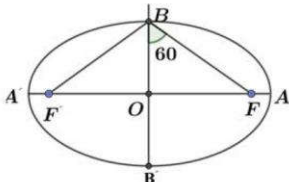
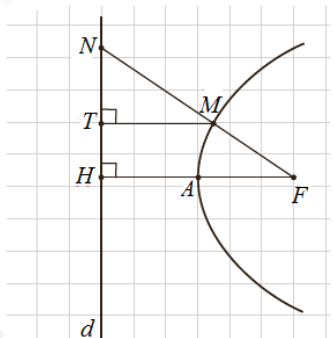
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷			
طراح سوال: یژن جلالی			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۱	کدام گزاره درست ☒ و کدام نادرست ☒ است؟ (هر مورد ۲/۵+) (۱-۱) اگر در ماتریسی تعداد سطرها و ستون های برابر باشد، ماتریس را قطری می نامند. (۲-۱) اگر $a = (a_1, b_1, c_1)$ و $b = (a_2, b_2, c_2)$ دو بردار در فضای i^3 باشند؛ در این صورت ضرب داخلی a در b به صورت $a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ تعریف می شود. (۳-۱) اگر $a \perp b$ آن گاه تصویر یکی بر امتداد دیگری بردار صفر است. (۴-۱) دو خط d, l در نقطه A متقاطع (غیر عمود) می باشند. سطح حاصل از دوران خط d حول خط l را یک سهمی می نامند. (۵-۱) سطح مقطع برخورد یک صفحه مانند p با سطح مخروطی که هر دو تکه بالایی و پایین را قطع کند یک هذلولی خواهد بود. (۶-۱) عمود منصف یک پاره خط، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که بر دو سر آن پاره خط عمود باشد. (۷-۱) وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ عبارتست از $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$. (۸-۱) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.		
۲	درجاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. (۱-۲) برای ماتریس مربعی A اگر ماتریسی چون B پیدا می شود که $A \times B = B \times A = I$ آنگاه B ماتریس A خواهد بود. (۲-۲) دایره $C(O, r)$ مکان هندسی نقاطی از صفحه است که (۳-۲) بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصلشان از دو یک مقدار است. (۴-۲) در یک بیضی طول قطر بزرگ، قطر کوچک و کانون ها به ترتیب $2a$، $2b$ و $2c$ هستند. و کسر $\frac{c}{a}$ را می نامند.		
۳	گزینه درست را انتخاب کنید: (هر مورد ۵/۵+) (۱-۳) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ مساوی اند حاصل عبارت $(x+y+z)$ کدام است؟ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵ (۲-۳) در یک بیضی با قطر بزرگ و فاصله کانونی اگر $\frac{c}{a}$ یک باشد بیضی تبدیل به و اگر $\frac{c}{a}$ صفر باشد بیضی تبدیل به می شود. (۱) دایره-خط (۲) خط-دایره (۳) بیضی افقی-بیضی عمودی (۴) سهمی-دایره		
۴			

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: بیژن جلالی			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	۳-۳ اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ داده شده باشند آن گاه $A \times B$ برابر است با: (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ۴-۳ برای دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ کدام گزینه برقرار است؟ (۱) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ دستگاه بی شمار جواب دارد (۲) $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ دستگاه جوابی یکتا دارد (۳) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ دستگاه جوابی یکتا دارد (۴) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه جواب ندارد ۵-۳ اگر $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ آن گاه A کدام است؟ (۱) $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ (۲) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ (۳) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ (۴) ۱ ۶-۳ دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) هیچکدام ۷-۳ زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ عبارتست از: (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$ ۸-۳ اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، آن گاه تصویر $\vec{a}$ بر $\vec{b}$ برابر است با: (۱) $\vec{a}$ (۲) $\vec{b}$ (۳) $-\vec{b}$ (۴) $-\vec{a}$		
۴	الف) حدود a را طوری بدست آورید که معادله $x^2 + y^2 - 3x + 5 + a = 0$ بتواند معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت دایره های $x^2 + y^2 = 4$ و $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$ را نسبت به هم بررسی کنید.		
۵	دستگاه $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$ را به روش ماتریس معکوس (وارون) حل کنید.		
۶	الف) این ماتریس را مشخص کنید. ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i + j - 1 & i = j \\ i^2 & i > j \\ j + 1 & i < j \end{cases}$ داده شده است. ب) اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ آن گاه حاصل $(A \times B) -$ را بدست آورید.		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸: صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: بیژن جلالی					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)						نمره
۷	با توجه به معادله سهمی مقابل جدول زیر را کامل کنید: $(y+2)^2 = 2(x-3)$						۱
	دهانه سهمی		محور سهمی		خط هادی		کانون سهمی
۸	معادله یک سهمی به صورت $y = x^2 + 3x + 5$ داده شده است. آن را به حالت متعارف تبدیل کنید سپس کانون، خط هادی و محور سهمی را مشخص کنید.						۱
۹	در بیضی مقابل طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه FBF' چند درجه است؟						۱
							
۱۰	در شکل زیر سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل شده و امتداد داده ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M عمود MT را بر d رسم کرده ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$						۱
							
۱۱	اگر $r = \frac{1}{5}$ و $\vec{b} = -\vec{K} + \vec{i}$ ، $\vec{a} = 5\vec{K} + \vec{j}$ آنگاه بدست آورید:						۱
	الف) $r\vec{a} + \vec{b} = ?$						
	ب) طول بردار $\vec{a}$ را بدست آورید.						
۱۲	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ و $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ باشند. آن گاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$ را بدست آورید.						۱
۱۳	بردارهای مشخص کنید که بر دو بردار $\vec{a} = (1, -3, 2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, 5)$ عمود باشد.						۱
۱۴	آیا بردارهای $\vec{a} = (2, 3, -1)$ ، $\vec{b} = (1, -1, 3)$ و $\vec{c} = (1, 9, -11)$ در یک صفحه قرار دارند؟ بله ☐ خیر ☐ چگونه؟!						۱
۱۵	حجم متوازی السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = (1, 0, 1)$ تولید می شود را بدست آورید.						۱

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۲	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷							
طراح سوال: بیژن جلالی							
ردیف	پاسخنامه						
نمره							
۱	× (۱-۱)	× (۲-۱)	✓ (۳-۱)	× (۴-۱)	✓ (۵-۱)	× (۶-۱)	✓ (۷-۱) ✓ (۸-۱)
۲	(۱-۲) وارون ۰/۲۵		فاصله r به ۲۰-۲ که همگی از نقطه باشند ۰/۵		دو نقطه ثابت ۳-۲ — ثابت ۰/۵		۴-۲ خروج از مرکز بیضی ۰/۲۵
۳	۴ (۱-۳)	۲ (۲-۳)	۳ (۳-۳)	۲ (۴-۳)	۴ (۵-۳)	۳ (۶-۳)	۲ (۷-۳) ۱ (۸-۳)
۴	(الف) $(a = -3, b = 0, c = a + 5) \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c \Rightarrow 9 - 4(a + 5) \Rightarrow a < \frac{-11}{4}$ (ب) $(x^2 - 8x + 16) - 16 + (y^2 - 4y + 4) - 4 + 19 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} O(4, 2) \\ r = 1 \end{cases}, x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O(0, 0) \\ r' = 2 \end{cases}$ دو دایره متخارج هستند $\Rightarrow \boxed{2\sqrt{5} > 3} \xrightarrow{d(r+r')} \left. \begin{aligned} OO' &= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ r + r' &= 1 + 2 = 3 \end{aligned} \right\}$						
۵	$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(6+20)} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2+50 \\ -4+30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$						
۶	(الف) $A = \begin{bmatrix} 1+1-1 & 2+1 & 3+1 \\ 2^2 & 2+2-1 & 3+1 \\ 3^2 & 3^2 & 3+3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ 9 & 9 & 5 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ 9 & 9 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+6+ & -1+3+ & +15+ \\ 4+6+ & -4+3+ & +15+ \\ 9+18+ & -9+9+ & +45+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 15 \\ 10 & -1 & 15 \\ 27 & 0 & 45 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 2 & 15 \\ 10 & -1 & 15 \\ 27 & 0 & 45 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 2 & 15 \\ 20 & 15 & \\ 27 & 46 & \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} -1 & & \\ -10 & -1 & \\ 0 & & -1 \end{bmatrix}$						
۷	دهانه سهمی		محور سهمی	خط هادی	کانون سهمی		
۱	روبه راست		$y = -2$	$x = 2\frac{1}{2}$	$(3\frac{1}{2}, -2)$		
۸	$x^2 + 3x = y - 5 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} = y - 5 + \frac{9}{4} \Rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = y - \frac{11}{4}$ لذا معادله یک سهمی است که دهانه آن رو به بالا، رأس آن $(-\frac{3}{2}, \frac{11}{4})$ و $a = 1$ و در نتیجه $a = \frac{1}{4}$ است. بنابراین $F = (h, a+k) = (-\frac{3}{2}, 3)$ کانون آن و خط هادی آن به معادله $y = -a + k = \frac{5}{4}$ است. معادله محور سهمی به صورت $x = h = -\frac{3}{2}$ است.						

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸: صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۲	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷							
طراح سوال: بیژن جلالی							
ردیف	پاسخنامه						نمره
۹	$a = 2b \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 4b^2 - b^2 = 3b^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$ $\tan \angle OBF = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$ $\Rightarrow \angle OBF = 60^\circ \Rightarrow \angle FBF' = 120^\circ$ 						۱
۱۰	$F = MT, FS = SH, \angle NMT : \angle NFH \Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{MT}{TH}$ $\frac{NM}{NF} = \frac{MF}{2FS} \textcircled{R} \frac{NM}{MF} = \frac{NF}{2FS} (1) \Rightarrow MT \parallel FH \Rightarrow \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} (2)$ $(1), (2) \Rightarrow \frac{NF}{2FS} = \frac{NT}{TH} \textcircled{3/4} \frac{NF}{FS} = \frac{2NT}{TH}$ 						۱
۱۱	$\vec{r}\vec{a} + \vec{b} = \frac{1}{5}(0, 1, 5) + (1, 0, -1) = \left(1, \frac{1}{5}, 0\right)$ (الف) $\vec{a} = (0, 1, 5) \Rightarrow \vec{a} = \sqrt{0^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ (ب)						۱
۱۲	$\vec{m} = \vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6), \vec{m} \cdot \vec{a} = 2 + 9 + 24 = 35, \vec{m} ^2 = 2^2 + (-3)^2 + 6^2 = 49$ $\vec{P} = \frac{\vec{m} \cdot \vec{a}}{ \vec{m} ^2} \vec{m} = \frac{35}{49}(2, -3, 6) = \left(\frac{10}{7}, -\frac{15}{7}, \frac{30}{7}\right)$						۱
۱۳	$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 13\vec{i} + 1\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (13, 1, -5) \Rightarrow \boxed{\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}}$						۱
۱۴	بله - برای این منظور کافی است برابر صفر باشد: $\vec{b} \times \vec{c} = (-16, 14, 10) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -32 + 42 - 10 = 0 \Rightarrow$ سه بردار در یک صفحه قرار دارند						۱
۱۵	$\vec{b} \times \vec{c} = (1, 1, -1) \Rightarrow V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1) = 1 + 1 + 0 = 2$						۱