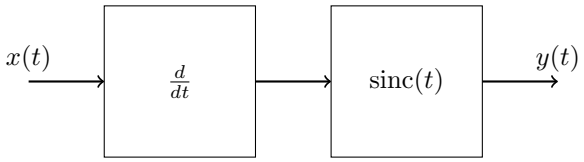
۱- سیگنال $x(t) = \text{sinc}(۲t)$ وارد سیستم نشان داده شده در شکل ۱ می شود. مطلوبست تعیین $Y(\omega)$.

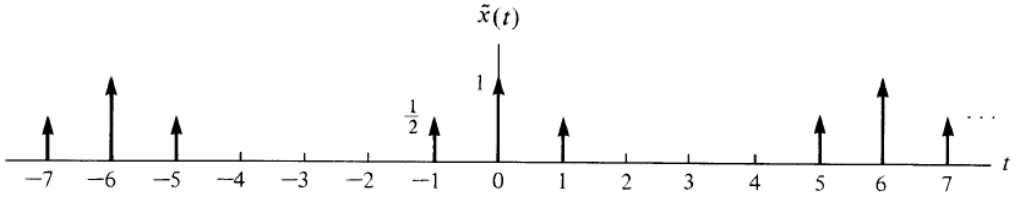


شکل ۱:

۲- الف) اگر داشته باشیم $g(t) \longleftrightarrow G(\omega)$ ، مطلوبست تعیین تبدیل فوریه سیگنال $g(۲t+۴)e^{-j۲t}\cos(۴\pi t)$.
ب) عکس فوریه $\frac{\sin(\omega)}{\omega}$ را تعیین کنید.
ج) با کمک نتیجه بند قبل مطلوبست تعیین عکس فوریه $\frac{\omega\cos(\omega)-\sin(\omega)}{\omega^۲}e^{j\omega}$.
د) با استفاده از بسط به کسرهای جزئی عکس فوریه $X(\omega) = \frac{۶j\omega+۱۶}{(j\omega)^۲+۵j\omega+۶}$ را بدست آورید.
۳- سیگنال $x(t)$ باید چه خصوصیاتی داشته باشد تا روابط زیر برای تبدیل فوریه اش صادق باشند. نمونه ای از سیگنال $x(t)$ که این دو ویژگی را برآورد رسم کنید.

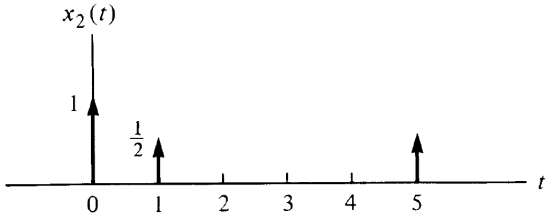
$$\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)d\omega = ۱, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \omega X(\omega)d\omega = ۰$$

۴- تبدیل فوریه یک سیگنال به صورت $X(\omega) = \frac{j\omega/۲}{۱+j\omega}$ است.
الف) مطلوبست تعیین ضرایب سری فوریه سیگنال $\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-۷k)$.
ب) رابطه ای برای تعیین توان سیگنال $\tilde{x}(t)$ بنویسید.
۵- تبدیل فوریه سیگنالهای زیر را بدست آورده و سپس منحنیهای اندازه و فاز تبدیل را رسم کنید.
الف) $\delta(t-۵)$
ب) $e^{-(۱+j۲)t}u(t)$
۶- سیگنال متناوب $\tilde{x}(t)$ را طبق شکل ۲ در نظر بگیرید. مطلوبست:

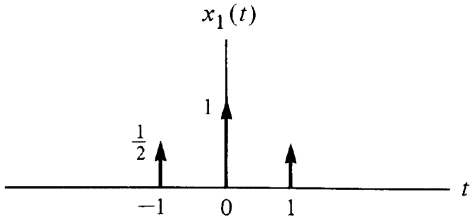


شکل ۲:

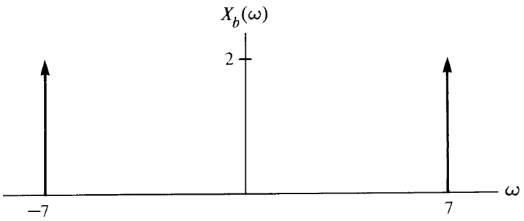
الف) نمایش سری فوریه $\tilde{x}(t)$ را تعیین کنید.
ب) تبدیل فوریه سیگنالهای $x_۱(t)$ و $x_۲(t)$ نشان داده شده در شکلهای ۴ و ۳ را بدست آورید.
ج) تحقیق کنید که ضرایب سری فوریه $\tilde{x}(t)$ را هم میتوان از روی $X_۱(\omega)$ و هم از روی $X_۲(\omega)$ بدست آورد.
۷- عکس تبدیل فوریه طیفهای داده شده را تعیین نمائید.
الف) $X_a(\omega) = \frac{۱}{۷+j\omega}$
ب) $X_b(\omega)$ طبق شکل ۵
ج) $X_c(\omega) = X_a(\omega)X_b(\omega)$ (تا حد ممکن رابطه را ساده نمائید)
د) $X_e(\omega)$ طبق شکل ۶ (راهنمایی: $\int xe^{\alpha x}dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^۲}(\alpha x - ۱)$)
۸- بخشهای حقیقی و موهومی تبدیل فوریه یک سیگنال در شکل ۷ نشان داده شده اند.
الف) اندازه و فاز $X(\omega)$ را رسم کنید.



شکل ۳:



شکل ۴:



شکل ۵:

ب) آیا $x(t)$ یک سیگنال حقیقی است؟ چرا؟

۹- تعیین کنید طیفهای نشان داده شده در شکلهای ۸ و ۹ مربوط به سیگنال حقیقی هستند یا خیر؟

۱۰- در درس با تبدیل فوریه $x(t) = e^{-at}u(t)$ برای $a \in \mathbb{R}^+$ آشنا شدیم. با استفاده از خواص تبدیل فوریه، مطلوبست

الف) تعیین تبدیل فوریه سیگنال $e^{-a|t|} = x(t) + x(-t)$

ب) با استفاده از نتیجه بند الف و خاصیت دوگانی، تبدیل فوریه سیگنال $\frac{۱}{۱+t^۲}$ را بدست آورید.

ج) تبدیل فوریه سیگنال $r(t) = \frac{۱}{۱+(۳t)^۲}$ را تعیین نمایید.

۱۱- تبدیل فوریه سیگنالهای زیر را تعیین نمایید.

الف) $(e^{-\alpha t}\cos(\omega_۰ t))u(t)$ برای $\alpha > ۰$

ب) $e^{-۳|t|}\sin(۲t)$

ج) $(\frac{\sin \pi t}{\pi t})(\frac{\sin ۲\pi t}{\pi t})$

۱۲- الف) تبدیل فوریه سیگنال $x(t) = \text{sinc}(t) \times \text{sinc}(۲t)$ را تعیین نمایید و آن را رسم کنید.

ب) تبدیل فوریه سیگنال $y(t) = \text{sinc}(\frac{t}{۳}) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - ۳k\pi)$ را بدست آورده و آن را رسم کنید.

۱۳- ضرایب سری فوریه سیگنالهای زیر را تعیین و رسم کنید (اندازه و فاز).

الف) $x(t) = \cos ۳\omega_۰ t + ۲\sin(۶\omega_۰ t + \frac{\pi}{۴})$

ب) $x[n] = \cos ۴\frac{۲\pi}{۷}n + ۳\sin\frac{۲\pi}{۷}n$

۱۴- سیگنال $x_۲(t)$ نشان داده شده در شکل ۱۰ را در نظر بگیرید. بدون محاسبه تبدیل فوریه حاصل عبارت $\int_{-\infty}^{\infty} X_۲(\omega)e^{j\omega\times ۳}d\omega$ را تعیین کنید.

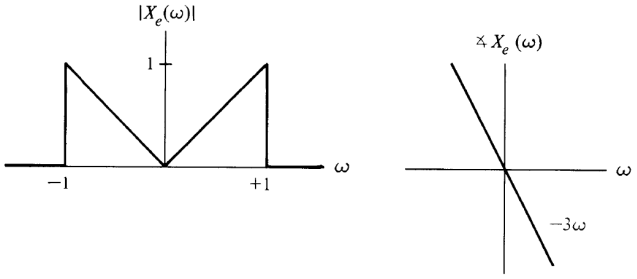
۱۵- پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI به صورت $H(\omega) = \frac{j\omega+۲}{(j\omega)^۲+۴(j\omega)+۳}$ داده شده است.

الف) معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم فوق را بنویسید.

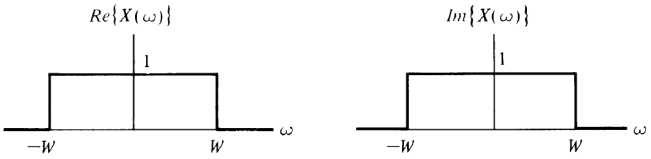
ب) تحقق فرم مستقیم I را برای این سیستم رسم کنید.

ج) اگر بدانیم سیستم در آرامش اولیه است، شرایط اولیه را به ازای ورودی $x(t) = \Pi(\frac{t}{۴})$ تعیین نمایید.

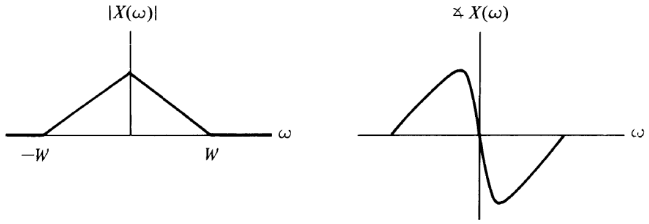
د) پاسخ ضربه سیستم فوق را بدست آورید.



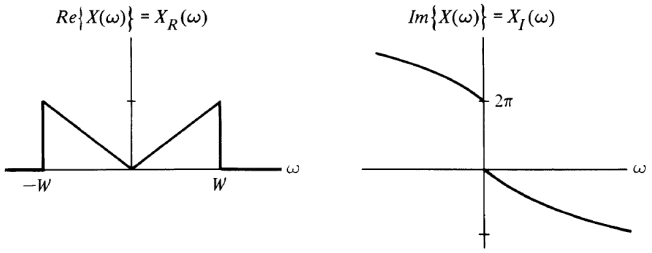
شکل ۶:



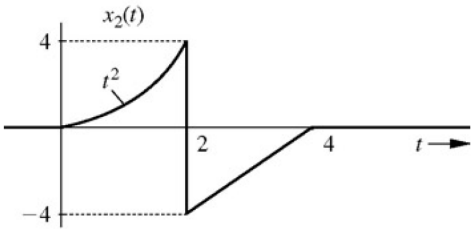
شکل ۷:



شکل ۸:



شکل ۹:



شکل ۱۰:

هـ) تبدیل فوریه سیگنال $p(t) = \frac{d}{dt}(\frac{jt+۲}{(jt)^۲+۴(jt)+۳})$ را تعیین کنید.
و) اگر سیگنال $x(t) = \cos t$ وارد سیستم با پاسخ فرکانسی $H(\omega)$ شود، با تحلیل حوزه فرکانس، خروجی $y(t)$ را تعیین کنید.

موفق باشید، قربان صباغ