

معادله درجه اول

$$1) 8x + 1 = 3x - 4$$

(۳-)

$$2) -2x + x + 9 = 3x + 11$$

(۲)

$$3) \frac{1}{7}x + 5 = \frac{1}{5}x + 2$$

(۱۰-)

$$4) \frac{x}{4} + 2 = \frac{x}{3} + 1$$

(۱۲)

\* جواب هر معادله در آن صدق میکند.

(۹-)

۵) اگر  $x = 2$  جواب معادله  $x + a = 3x - 13$  باشد، مقدار  $a$  را محاسبه کنید.

(۴)

۶) اگر  $x = 3$  جواب معادله  $4x + 7 = 5x - a$  باشد، مقدار  $a$  را محاسبه کنید.

(۵۱)

۷) مجموع نکتد دسه برابر عددی ۱۷۰ است. آن عدد کدام است؟

(۱۳)

۸) مریم تعدادی کتاب دارد. پرا آن راه کتاب خانه در سهر ابدرا میکند. ۲ کتاب را بزم به دوشش بدیره می دبر. اگر آن مریم ۱۰ کتاب داشته باشد، در ابتدا چند کتاب داشته؟

۱) در یک قالی با ابعاد  $21m \times 21m$  ، تعداد  $4,800,000$  گره وجود دارد. یک قالی با فاصله هر روز  $4,000$  گره میزند. اگر او ۵ روز در بیشتر کار کند، برای اتمام این قالی چند هفته باید کار کند؟

۱۶۰

معادله درجه دوم

$2x + 7 = 2x$  ,  $x^2 - 5x + 4 = 0$  ,  $2x^2 + 5x^2 = 3x - 1$   
 درجه اول                      درجه دوم                      درجه ششم

\* فرم کلی معادله درجه دوم به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  است که در آن  $a \neq 0$  .  
 ← در معادله بالا داریم :  $a = 1$  ,  $b = -5$  ,  $c = 4$  .

\* معادله درجه دوم می تواند یک جواب یا دو جواب داشته باشد و یا بدون جواب باشد.

← معادله با دو جواب دارد :  $x_1 = 7$  ,  $x_2 = -2$  .

\* همان طور که پیش تر گفتیم، جواب هر معادله در آن صدق میکند.

۱) ریشه های کدام معادله  $-2$  ,  $7$  است ؟  
 ۱)  $x^2 - 5x - 14 = 0$                       ۲)  $x^2 + 5x + 14 = 0$   
 ۳)  $x^2 - 9x + 14 = 0$                       ۴)  $x^2 + 9x + 14 = 0$

$x^2 + 5x - 14 = 0$

۱۱) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن  $2$  ,  $-7$  باشد .

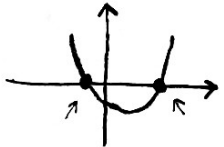
حل معادله درجه دوم بر روش دلتا

اگر  $ax^2 + bx + c = 0$  یک معادله درجه دوم باشد، داشته باشیم  $\Delta = b^2 - 4ac$  آن گاه جواب های

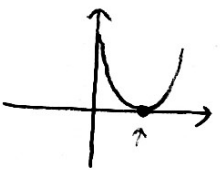
معادله به صورت مقابل است:  $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

۱۲)  $2x^2 - 5x - 3 = 0$        $(3, -\frac{1}{2})$

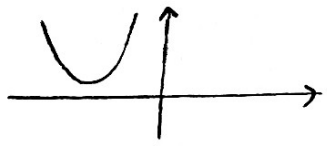
۱۳)  $x^2 - 2x - 4 = 0$        $(1 \pm \sqrt{5})$



حالت ۱:  $\Delta > 0$  ← معادله دو جواب دارد.



حالت ۲:  $\Delta = 0$  ← معادله یک جواب دارد.



حالت ۳:  $\Delta < 0$  ← معادله جواب ندارد.

۱۴)  $x^2 - 2x = 15$        $(-3, 5)$

\*  $\Delta$  در ریاضیات نماد "فاصله" است و در این جا منظور فاصله دوریته است.

\* اگر  $\Delta > 0$  آن گاه  $\sqrt{\Delta}$  تعریف شده است؛ پس فرمول  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  دو جواب به ما خواهد داد.

$$۱۵) ۳x^2 - x + ۱۷ = 0$$

\* قبل از کتیم  $\Delta$  فاصله دور شده است و فاصله هیچ گانه تواند منفی باشد؛ پس ریشه ای وجود ندارد.

\* اگر  $\Delta < 0$  آن گاه آن را نمی توان زیرادکیال برد؛ پس  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  تعریف نشده است و ریشه ای نداریم.

$$۱۶) x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (۲)$$

\* اگر فاصله دو نقطه ۰ باشد ( $\Delta = 0$ ) یعنی آن دو نقطه بر هم منطبق هستند و در واقع آن دو یک هستند (یک ریشه داریم).

+ اگر  $\Delta = 0$  آن گاه  $\sqrt{\Delta} = \sqrt{0} = 0$ ؛ پس  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{2a}$  در نتیجه یک ریشه داریم.

$$۱۷) x^2 - ۷x + ۱۰ = 0 \quad (۲, ۵)$$

$$۱۸) x^2 = ۱۸ - ۷x \quad (۲, -۹)$$

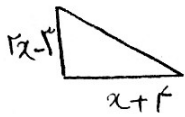
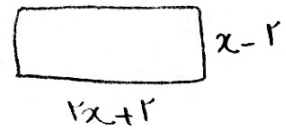
$$۱۹) 4x^2 - 14x = -12 \quad (2, \frac{3}{2})$$

$$۲۰) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0 \quad (\frac{1}{3})$$

$$۲۱) x(x-4) = 49 - 4x \quad (\pm 7)$$

$$۲۲) 3x^2 = 27 \quad (\pm 3)$$

(۲۳) مساحت در شکل زیر با هم برابر است. طول اضلاع مثلث را محاسبه کنید.



$\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

(۲۴) اگر مجموع مساحت یک مربع و یک مستطیل ۱۶ باشد و یک ضلع مستطیل برابر ۶ و ضلع دیگر آن برابر با ضلع مربع باشد.

مساحت مربع را محاسبه کنید.

$(2, -8)$

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad S = \frac{-b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

روابط بین ریشه ها

مجموع دو ریشه را با حرف S نشان میدیم:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

حاصلضرب دو ریشه را با حرف P نشان میدیم:

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b + \sqrt{\Delta})(-b - \sqrt{\Delta})}{(2a)(2a)} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - Sx + P = 0}$$

(۲۵) اگر  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  ریشه های معادله  $x^2 - 8x + 4 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2$  کدام است؟  
(۱)

(۲۶) معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن  $-2$  و  $5$  باشد و ضریب  $x$  در آن  $\frac{1}{3}$  باشد.  $(-\frac{x^2}{3} + \frac{1}{3}x + 5 = 0)$

(۲۷) بدون حل معادله مجموع و حاصل ضرب ریشه های آن را در معادله  $x^2 + x - 5 = 0$  بدست آورید.  $(\frac{-\sqrt{29}}{2}, 2)$

(۲۸) مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که معادله  $x^2 + 4x - m - 1 = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد.  $(-5)$

(۲۹) دو معادله  $4x^2 - ax - 9 = 0$  همواره جواب دارند؟

(۳۰) معادله درجه دومی تشکیل دهید که دارای ریشه مضاعف  $\frac{2}{5}$  باشد و ضریب  $x^2$  آن  $5$  باشد.  $(5x^2 + 4x + \frac{4}{5} = 0)$