

به سوالات در پاسخنامه، پاسخ دهید

ردیف	متن سوالات	بارم
۱	در شکل زیر ثابت کنید اندازه زاویه ظلی BAC ، برابر با نصف کمان روبرو به آن است.	۱/۲۵
۲	در شکل زیر، مقادیر x و y را به دست آورید.	۱/۵
۳	ثابت کنید؛ هرگاه دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (درون دایره) یکدیگر را قطع کنند آنگاه $MA \cdot MB = MC \cdot MD$	۱/۲۵
۴	در شکل زیر، MT بر دایره مماس و $AB=15$ و $MA=10$ است. طول مماس MT را به دست آورید.	۱
۵	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها $\sqrt{63}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط مرکzin آنها مساوی ۸ است.	۲
۶	اگر در یک پنج ضلعی محیطی با مساحت S و محیط 2π ، شعاع دایره محاطی برابر ۲ باشد، نشان دهید $S=rP$	۱
۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) انتقال می‌تواند موقعیت و اندازه شکل را تغییر دهد. ب) بازتاب، هیچ‌گاه تبدیل همانی نیست. پ) تجانس، همواره طولپا است. ت) تصویر یک شکل، تحت دوران با زاویه 360° ، با تصویر آن تحت انتقال با بردار صفر، بر هم منطبق هستند.	۱
	ادامه سوالات در صفحه بعد	

صفحه دوم

۱/۲۵	ثابت کنید: هر تبدیل طولپا، اندازه زاویه را حفظ می کند.	۸
۱	<p>در شکل زیر، d_1 به موازات d_2 و به فاصله m از آن قرار دارد و مثلث ABC بازتاب مثلث $A'B'C'$ نسبت به خط d_1 است.</p> <p>الف) بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.</p> <p>ب) اندازه $\angle BB'$ را به دست آورید.</p> <p>پ) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟</p>	۹
۱/۲۵	در حالتیکه در یک تجانس، مرکز تجانس روی خط قرار نداشته باشد، ثابت کنید تجانس شب را حفظ می کند.	۱۰
۱/۷۵	<p>شخصی می خواهد برای برداشتن آب، از نقطه A، به ساحل رودخانه‌ای که لبه مستقیمی دارد برود و بعد سطله آب را به نقطه B که در همان سمت رودخانه قرار دارد حمل کند. او از کدام نقطه روی ساحل آب بردارد تا مسافتی که طی می کند، کمترین حالت ممکن باشد؟ درستی پاسخ خود را اثبات نمایید.</p>	۱۱
۰/۵	<p>الف) تقارن‌های بازتابی را در یک مثلث متساوی الاضلاع مشخص کنید.</p> <p>ب) مثلث متساوی الاضلاع چند تقارن دورانی دارد؟</p>	۱۲
۲	در مثلث ABC ، $BC=10\text{cm}$ ، $AC=10\sqrt{2}$ و $\angle A = 150^\circ$ است. مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زوایای B و C را به دست آورید.	۱۳
۱/۲۵	طول قطرهای یک متوازی الاضلاع ۸ و ۱۲ و زاویه بین آنها 120° است. طول اضلاع بزرگتر این متوازی الاضلاع را محاسبه کنید.	۱۴
۱/۷۵	<p>در شکل زیر، $AD=3$، $AC=5$، $AB=7$ و $BC=7$ نیمساز زاویه A است.</p> <p>الف) طول پاره خط های BD و CD را به دست آورید.</p> <p>ب) طول نیمساز زاویه A (پاره خط AD) را به دست آورید.</p>	۱۵
۲۰	امام علی (علیه السلام): " با اراده اگر دری را بکوبی، گشاده می گردد. "	

تاریخ امتحان:

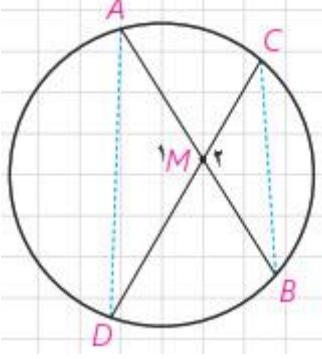
پایه یازدهم - دوره دوم متوسطه

رشته : ریاضی

زمان پاسخگویی : ۱۳۰ دقیقه

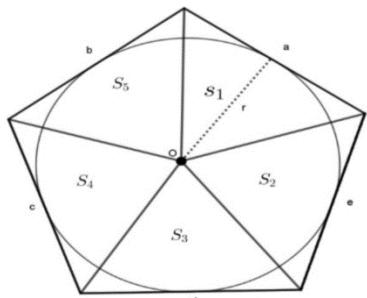
تعداد سوالات : ۱۵

نام آموزشگاه:

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱	$D\hat{A}C = 90^\circ \quad (\cdot / ۲۵) \rightarrow D\hat{A}C = \frac{1}{2}DA \quad (\cdot / ۲۵)$ $D\hat{A}B = \frac{1}{2}DB \quad (\cdot / ۲۵)$ $\rightarrow D\hat{A}C - D\hat{A}B = \frac{1}{2}(DA - DB) \quad (\cdot / ۲۵) \rightarrow B\hat{A}C = \frac{1}{2}AB$	۱/۲۵
۲	$(\cdot / ۵) ۵0 = \frac{x-y}{2} \rightarrow x-y=100$ $(\cdot / ۵) ۷0 = \frac{x+y}{2} \rightarrow x+y=140$	$\left. \begin{array}{l} x=120^\circ \\ y=20^\circ \end{array} \right\} \quad (\cdot / ۵)$
۳	 $\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad (\cdot / ۲۵) \\ \hat{A} = \hat{C} \quad (\cdot / ۲۵) \end{array} \right\} \rightarrow \triangle AMD \sim \triangle MCB \quad (\cdot / ۲۵) \rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \quad (\cdot / ۲۵)$ $\rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD \quad (\cdot / ۲۵)$	۱/۲۵
۴	$MT^2 = MA \times MB \quad (\cdot / ۲۵)$ $MB = ۲۵ \quad (\cdot / ۲۵)$ $MT^2 = ۱۰ \times ۲۵ = ۲۵۰ \rightarrow MT = \sqrt{۲۵۰} = ۵\sqrt{۱۰} \quad (\cdot / ۲۵)$	۱
۵	<p>فرض R و R' شعاع دو دایره و $R > R'$ باشد.</p> $\left. \begin{array}{l} \text{مما} \text{س م شترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \rightarrow \sqrt{۶۴} = \sqrt{۶۴ - (R-R')^2} \rightarrow R-R'=۱ \quad (\cdot / ۲۵) \\ \text{مما} \text{س م شترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} \rightarrow \sqrt{۱۵} = \sqrt{۶۴ - (R+R')^2} \rightarrow R+R'=۴۹ \quad (\cdot / ۲۵) \end{array} \right\} \rightarrow R=۴, R'=۳ \quad (\cdot / ۵)$	۲

صفحه دوم (راهنمای تصحیح)

۱



$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \quad (0/25)$$

$$= \frac{1}{2}ra + \frac{1}{2}rb + \frac{1}{2}rc + \frac{1}{2}rd + \frac{1}{2}re \quad (0/25)$$

$$= \frac{1}{2}r(a+b+c+d+e) \quad (0/25)$$

$$= \frac{1}{2}r \times 2P = rP \quad (0/25)$$

۶

۱

ت) درست

ب) نادرست

پ) نادرست

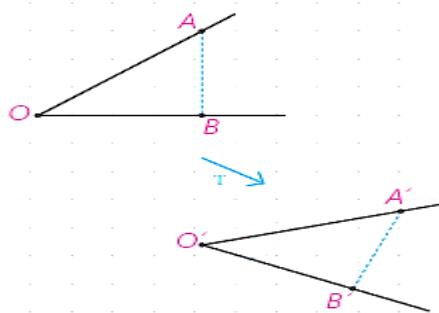
الف) نادرست

هر مورد ۰/۲۵

۷

۱/۲۵

فرض T تبدیلی طول‌پا و $T(A)=A'$ و $T(B)=B'$ است.



$$(0/25) \begin{cases} T(A)=A' \\ T(O)=O' \end{cases} \rightarrow OA=OA'$$

$$(0/25) \begin{cases} T(B)=B' \\ T(O)=O' \end{cases} \rightarrow OB=OB' \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \Rightarrow \hat{O}=\hat{O}' \quad (0/25) \quad (0/25)$$

$$(0/25) \begin{cases} T(A)=A' \\ T(B)=B' \end{cases} \rightarrow AB=A'B'$$

۸

۱

الف) ۰/۲۵

۹

$$BB'' = 2m_i + 2m_r = 2(m_i + m_r) = 2m$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

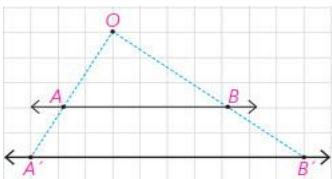
ب)

$$\text{پ) انتقال تحت بردار } v = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (0/25)$$

۱/۲۵

فرض می‌کنیم، در تجانس به مرکز O و نسبت K ، A' و B' مجانس‌های نقاط A و B باشند.

۱۰



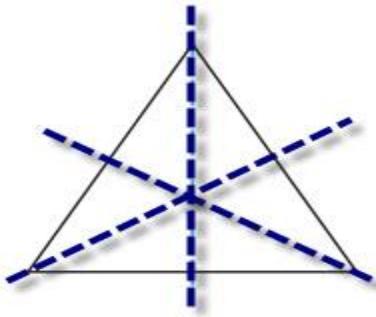
$$(0/25) OA' = K \cdot OA \quad (0/25) OB' = K \cdot OB \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K$$

عکس قطبیه تالس

$AB \parallel A'B' \rightarrow$

ب دو خط مساویند

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

	صفحه سوم (راهنمای تصحیح)	
۱/۷۵	<p>ابتدا بازتاب A را نسبت به خط لبه رودخانه پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم. خط فرضی BA'، خط بازتاب را در دو نقطه‌ای مثل M قطع می‌کند. نقطه M نمود نظر است و $AM+MB$ کوتاهترین مسیر ممکن است. (۰/۵)</p> <p>اثبات با برهان خلف: فرض می‌کنیم نقطه‌ای مانند M_1 باشد که $AM_1+M_1B < AM+MB$ بنابراین:</p> $AM_1 + M_1B > A'B \xrightarrow{A'M_1=AM_1} AM_1 + M_1B > A'B \xrightarrow{A'M=AM} AM_1 + M_1B > AM + MB$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱
۰/۵	<p>الف) تقارن‌های بازتابی:</p>  <p>(۰/۲۵)</p> <p>ب) سه تقارن دورانی دارد. (۰/۲۵)</p>	۱۲
۲	$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 150^\circ} = 2R \quad (۰/۲۵)$ $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ $2R = \frac{10}{\frac{1}{2}} \rightarrow R = 10 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{10\sqrt{2}}{\sin B} = \frac{10}{\frac{1}{2}} \rightarrow \sin B = \frac{10\sqrt{2}}{20} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۵)$ $\rightarrow \hat{B} = 45^\circ \quad (۰/۲۵), \hat{A} = 150^\circ \rightarrow \hat{C} = 15^\circ \quad (۰/۲۵)$	۱۳
۱/۲۵	<p>طبق قضیه کسینوس‌ها و با توجه به اینکه در هر متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند:</p> $a^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \cos 120^\circ \quad (۰/۸) = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times (-\frac{1}{2}) = 76 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a = \sqrt{76} \quad (۰/۲۵)$ $\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۱۴

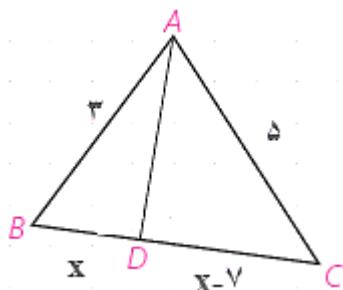
صفحه چهارم (راهنمای تصحیح)

۱/۷۵

الف) طبق قضیه نیمسازها در مثلث:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{7-x} \quad (\cdot / 25) \rightarrow 21 - 3x = 5x \rightarrow x = \frac{21}{8} (\cdot / 5)$$

$$BD = \frac{21}{8}, DC = 7 - \frac{21}{8} = \frac{35}{8} \quad (\cdot / 25)$$



(ب)

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD \rightarrow AD^2 = 3 \times 5 - \frac{21}{8} \times \frac{35}{8} = \frac{225}{64} \rightarrow AD = \frac{15}{8}$$

(\cdot / 25)

(\cdot / 25)

(\cdot / 25)

۲۰

جمع

۱۵