

LCD خاموش (10 امتیاز)

یک LCD 2000×2002 پیکسلی داریم. در ابتدا بیش از 1999×2001 پیکسل آن روشن است. در هر ثانیه، اگر در یک مربع 2×2 ، 3 پیکسل خاموش داشته باشیم، پیکسل چهارم نیز خاموش میشود.

ثابت کنید هیچگاه همه لامپ‌ها خاموش نمیشود!

هندسه؟؟ (15 امتیاز)

n نقطه متمایز در صفحه داریم. ثابت کنید حداقل 3 تا از این نقاط هستند که زاویه ای کوچکتر یا مساوی $(n/180)$ ایجاد می کنند.

جدول نقره ای! (20 امتیاز)

به یک جدول $n \times n$ ، نقره ای گوئیم اگر به ازای هر $(1 \leq i \leq n)$ در سطر و ستون i ام همه اعداد 1 تا $2n-1$ ظاهر شوند.

الف: ثابت کنید به ازای $n = 1393$ ، هیچ جدول نقره ای نداریم. (5 نمره)

ب: ثابت کنید بیشمار جدول نقره ای وجود دارد. (15 نمره)

Rev-Sort (25 امتیاز)

یک جایگشت از اعداد 1 تا n داریم. می خواهیم با استفاده از عمل "وارون کردن اعداد در مکان های 1 تا k " اعداد را مرتب کنیم. کوچکترین m را بیابید، که بتوان هر جایگشتی از اعداد 1 تا n را با حداکثر m عملیات وارون کردن، مرتب کرد.

دور رنگ و وارنگ (30 امتیاز)

تعریف: رنگ آمیزی یالی بهینه: نسبت دادن یک رنگ به هر یال یک گراف به صورتی که:

1- رنگ هر دو یال مجاور متفاوت باشد.

2- تعداد رنگ‌ها کمینه باشد.

گراف K_n را طوری رنگ آمیزی بهینه کنید که در هر دور همیلتونی حداقل n رنگ ظاهر شود.