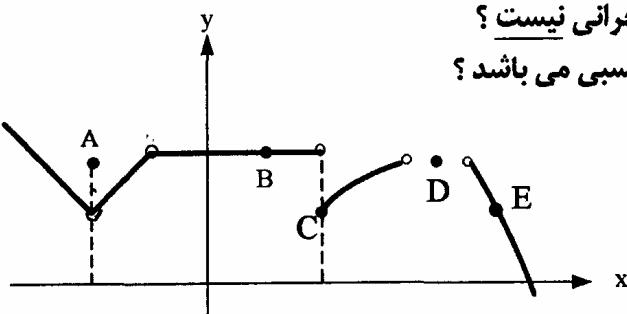


ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
------------------	-----------------------

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع $y = \frac{\sqrt{1-x}}{[x]}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	تابع g با ضابطه‌ی $g(x) = \sqrt{x-1}$ مفروض است. الف) دامنه‌ی تابع gog را بدون تشکیل ضابطه آن بیابید. ب) ضابطه‌ی تابع gog را بنویسید.	۱
۳	در معادله‌ی درجه دوم $4x^2 - 16x + m = 0$ یکی از ریشه‌ها دو واحد بیشتر از ریشه‌ی دیگر است. مقدار m و هر دو ریشه‌ی معادله را بیابید.	۱/۲۵
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است. ضابطه‌ی تابع معکوس f را بیابید.	۱
۵	درستی رابطه‌ی مقابل را بررسی کنید.	۱
۶	نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است، حاصل هر یک از حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. 	۰/۷۵
۷	حدود زیر را در صورت وجود بیابید. (الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (ج) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1})$ ححدود زیر را در صورت وجود بیابید. () نماد جزء صحیح است	۲/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1}$ را در صورت وجود بیابید.	۰/۷۵
۹	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$ مفروض است. (۰) f را چنان بیابید که تابع f در $x_0 = 0$ پیوسته باشد.	۰/۷۵

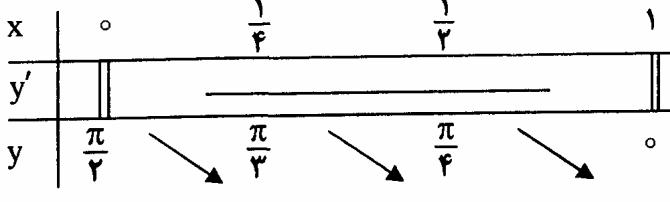
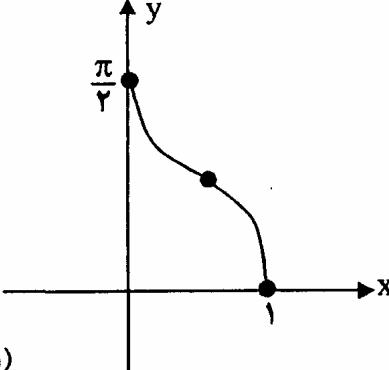
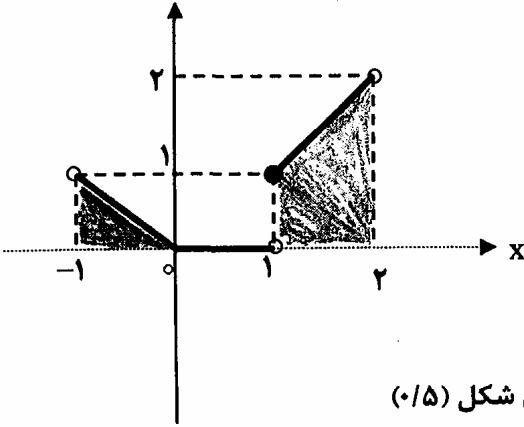
ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \tan^3(x^2) + \cos(5x - \frac{\pi}{4})$ ج) $x^2 + x^3 y^4 - y = 2x - 5$ (ب) $y = \frac{(2x+1)^5}{x\sqrt{x}}$	۱/۷۵
۱۱	اگر $f'(x) = x^2$ باشد، مشتق $y = f(\sin x)$ را حساب کنید.	۰/۵
۱۲	تابع $y = \frac{ax+2}{x+(a-1)}$ مفروض است. در صورتی که نقطه‌ی $(-2, 3)$ مرکز تقارن تابع باشد، شیب خط مماس بر منحنی تابع را در نقطه‌ی تلاقی آن با محور عرض‌ها بیابید.	۱/۲۵
۱۳	مساحت یک کره به شعاع ۲ از فرمول $S = 4\pi r^2$ بدست می‌آید. اگر شعاع کره با آهنگ آنی ۳ سانتی متر در ثانیه کاهش یابد، آهنگ آنی تغییر مساحت کره را در لحظه‌ای که شعاع کره ۵ سانتی متر است بیابید.	۰/۷۵
۱۴	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 8x & , x \leq 2 \\ 2x^2 + 1 & , x > 2 \end{cases}$ مفروض است. الف) f'_+ و f'_- را بدست آورید. ب) آیا تابع f در $x_0 = 2$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۱/۲۵
۱۵	شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. الف) کدام یک از نقاط مشخص شده در شکل، نقطه بحرانی نیست؟ ب) کدام یک از نقاط مشخص شده، ماکزیمم و مینیمم نسبی می‌باشد? 	۰/۷۵
۱۶	در قابع $y = ax^3 + bx^2$ ، ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $(1, 2)$ ، نقطه‌ی عطف قابع باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول تغییرات و نمودار قابع $y = \text{Arc cos}(\sqrt{x})$ رارسم کنید.	۱/۲۵
۱۸	ابتدا نمودار قابع $[x = y]$ را در بازه‌ی $(-1, 2)$ رسم کنید. سپس مقدار $\int_{-1}^2 y dx$ را بیابید.	۱/۲۵
	جمع نمره «موفق باشید»	۲۰

رشته : ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه
تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1 - x \geq 0 \rightarrow 1 \geq x \quad (0/25)$ $[x] \neq 0 \rightarrow x \in R - [0, 1] \quad (0/25)$ } $\Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup \{1\} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۲	الف) $D_g : x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ $D_{gog} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in [1, +\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x-1} \geq 1}_{x \geq 1} \right\} = [2, +\infty) \quad (0/25)$	۱
۳	ب) $gog(x) = g(g(x)) = \sqrt{\sqrt{x-1}-1} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۴	$y = g(x) \Leftrightarrow x = g^{-1}(y) \quad (0/25)$ $y = 1 - 2f(x+2) \Rightarrow f(x+2) = \frac{1-y}{2} \Rightarrow x+2 = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) \Rightarrow$ $x = g^{-1}(y) = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) - 2 \quad (0/25) \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{1-x}{2}\right) - 2 \quad (0/25)$	۱
۵	$\frac{4\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin 5\alpha + \sin \alpha} = \frac{4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\cos\frac{\pi}{4} - \cos 2\alpha\right)}{2\sin 3\alpha \cos 2\alpha} \quad (0/5)$ $\Rightarrow \frac{2\cos 2\alpha}{2\sin 3\alpha \cos 2\alpha} \quad (0/25) = \frac{1}{\sin 3\alpha}$	۱/۲۵
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty \quad (0/25)$ چ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{[x]+[-x]} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{-1} = \infty \quad (0/25)$ $(0/25)$ $\beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^2 + 2x + 1)}{x(x-1)} = 5 \quad (0/25)$ $(0/5)$ $\gamma) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{2} \sin x}}{-\sqrt{2} \sin x} = -\sqrt{2} \quad (0/25)$ $(0/25)$ $\delta) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 2x) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2+1}}}{\frac{[x]}{-x} + \frac{[x]}{-x}} = -1 \quad (0/25)$ $(0/25)$	۲/۷۵
	ادامه در صفحه دوم»	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1} \quad D = (0, +\infty) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \quad \text{مجاذب افقی} \quad y = 0 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \quad \text{مجاذب قائم} \quad x = 0 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۹	$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \text{شرط پیوستگی}$ $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+\lambda} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+\lambda) - 2}{x(\sqrt[3]{(x+\lambda)^2} + 2\sqrt[3]{(x+\lambda)} + 4)} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt[3]{(x+\lambda)^2} + 2\sqrt[3]{(x+\lambda)} + 4)} = \frac{1}{12} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۰	$y' = 3 \times 2x \times \tan^2(x^2)(1 + \tan^2(x^2)) + \left[-5 \sin(\lambda x - \frac{\pi}{4}) \right] \quad (0/5)$ $(0/25)$ $y' = \frac{5 \times 2(2x+1)^4 x \sqrt{x} - (\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} x)(2x+1)^5}{(x\sqrt{x})^2} \quad (0/25)$ $x^2 + x^3 y^4 - y - 2x + 5 = 0$ $2x + (3x^2 y^4 + 4y^3 y' x^3) - y' - 2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-(2x + 3x^2 y^4 - 2)}{4x^3 y^3 - 1} \quad (0/5)$	۱/۷۵
۱۱	$y' = \cos x \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot \sin^2 x \quad (0/25)$ $(0/25)$	۰/۵
۱۲	$\begin{cases} x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = a \\ y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = 1-a \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow a = 3 \quad (0/25) \rightarrow y = \frac{3x+2}{x+2} \Rightarrow (0, 1) \quad (0/25)$ $y' = \frac{4}{(x+2)^2} \quad (0/25) \rightarrow m = 1 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۳	$\frac{dr}{dt} = -3 \rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dr} \times \frac{dr}{dt} = \lambda \pi \times 5 \times (-3) = -120\pi \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۴	$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 + 1 - 16}{x - 2} = -\infty \quad (0/5)$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8x - 16}{x - 2} = 8 \quad (0/5)$ <p>ب) خیر چون مشتق چپ و راست مساوی نیست. یا چون f در $x = 2$ پیوسته نیست. $(0/25)$</p>	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه سوم»	

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۹ / ۳ / ۱۳۸۷	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	+/۷۵ نقطه E بحرانی نیست (الف) → A, B (۰/۲۵) → B, C (۰/۲۵)	
۱۶	$y = ax^3 + bx^2 \rightarrow 2 = a(1)^3 + b(1)^2 \rightarrow a + b = 2 \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b \quad (۰/۲۵) \rightarrow 6a(1) + 2b = 0 \rightarrow 3a + b = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \quad a = -1, \quad b = 3 \quad (۰/۵)$	۱/۲۵
۱۷	$-1 \leq \sqrt{x} \leq 1 \rightarrow D = [0, 1] \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} < 0 \quad (۰/۲۵)$ در این نقاط مماس موازی محور عرض هاست نقاط بحرانی $\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y' = -\infty \quad (۰/۲۵) \\ x = 1 \rightarrow y = 0 \end{cases}$  (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۸	$-1 < x < 0 \rightarrow y = -x$ $0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0$ $1 \leq x < 2 \rightarrow y = x$ $\int_{-1}^2 y dx = \frac{1 \times 1}{2} + \frac{1 \times (1+2)}{2} = 2 \quad (۰/۵)$  رسم شکل (۰/۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

با سلام و خسته نباشید

محبّین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمائید.