فصل دهم : An Introduction to State Estimation In Power System .

(مقدمه‌ای بر تخمین حالت در سیستم های قدرت)

① - مقدمه :

- تخمین حالت عبارت است از اختصاص مقدار به یک متغیر حالت نامعلوم براساس یک معیار آماری که با استفاده از کمیت های قابل اندازه گیری از آن سیستم انجام می گیرد.

* ایده تخمین حالت براساس حداقل مربعات خطا از اوایل قرن نوزدهم وجود داشته است. پیشرفت عمده در مسائل هوا- فضا در قرن بیستم اتفاق افتاد. تخمین میدر حرکت یک جسم پرنده با توجه به اندازه گیری های ناقص و اضافی از بردار موقعیت و سرعت در عمده مسائل می باشد.

- معمولاً اندازه گیری حالات ناقص و اضافی دارد، اندازه گیری ها براساس مشاهدات و یا سیگنال هایی را داری است که ممکن است همراه با اغتشاش و دارای خطای اندازه گیری باشد.

* تخمین زننده حالت سیستم ممکن است بصورت استاتیکی یا دینامیکی باشد.

- در سیستم های قدرت، متغیرهای حالت شامل ولتاژ و زاویه فاز باس ها می باشد. اندازه گیری هایی لازم است که بتوان عملکرد سیستم قدرت را در Real Time هم برای کنترل امنیت و هم برای قیود موجود در توزیع اقتصادی بار تخمین زد.

* ورودی به تخمین زننده شامل اندازه‌گیری‌های ناقص از مقادیر ولتاژ و توان، توان راکتیو و توان ظاهری است. تخمین زننده باید بهترین تخمین را از مقادیر ولتاژ و زاویه فاز در اختیار قرار دهد تا با توجه به اینکه خطا در مقادیر اندازه‌گیری وجود دارد و اینکه بعضی از اندازه‌گیری‌ها ممکن است اضافی باشند.

۲- تخمین حالت در سیستم‌های قدرت (Power System State Estimation)

- مسئله Monitoring و نظارت بر توان‌های انتقالی و ولتاژها در یک سیستم در حفظ امنیت و امنیت سیستم اهمیت ویژه‌ای دارد. با مقایسه هر مقدار اندازه‌گیری شده با مقدار حدی آن می‌توان به اپراتورهای سیستم اطلاع داد که آیا مشکلی بروز نموده یا خیر. گونه‌ای که بتوانند با انجام اعمال اصلاحی اضافه بار خطوط و یا ولتاژهای خارج از محدوده تعیین شده را برطرف نمایند.

* در ماینتورینگ با مسائل بسیاری از قبیل طبیعت مدل‌های اندازه‌گیری و مشکلات ضبط و ارسال مقادیر اندازه‌گیری شده به مرکز کنترل مواجه هستیم. مدل‌ها مانند هر وسیله دیگر اندازه‌گیری دارای خطا هستند. ممکن است مدل‌ها دارای خطای زیاد اندازه‌گیری باشند، بطوریکه خروجی آنها بی فایده است. در بعضی مواقع ممکن است تجهیزات تله متری، کانال ارتباطی آنها قطع باشد و در این صورت اپراتور از هر گونه اطلاعی در مورد بخشی از سیستم محروم می‌شود.

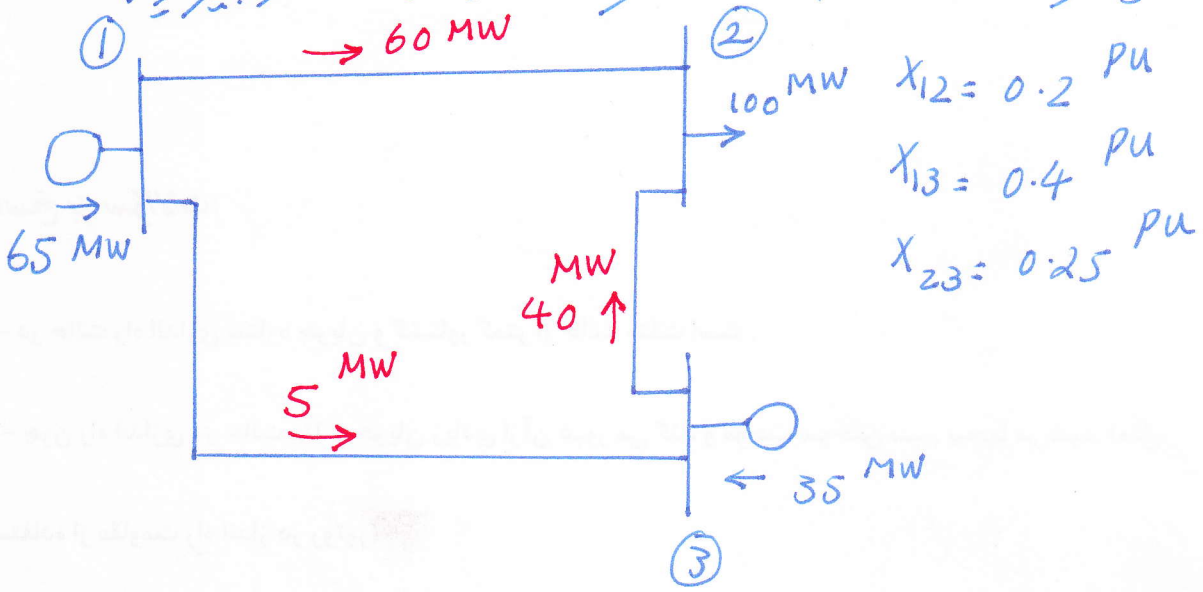
یک تخمین زننده قادر است:

۱- خطاهای کوچک تصادفی را فیلتر نماید.

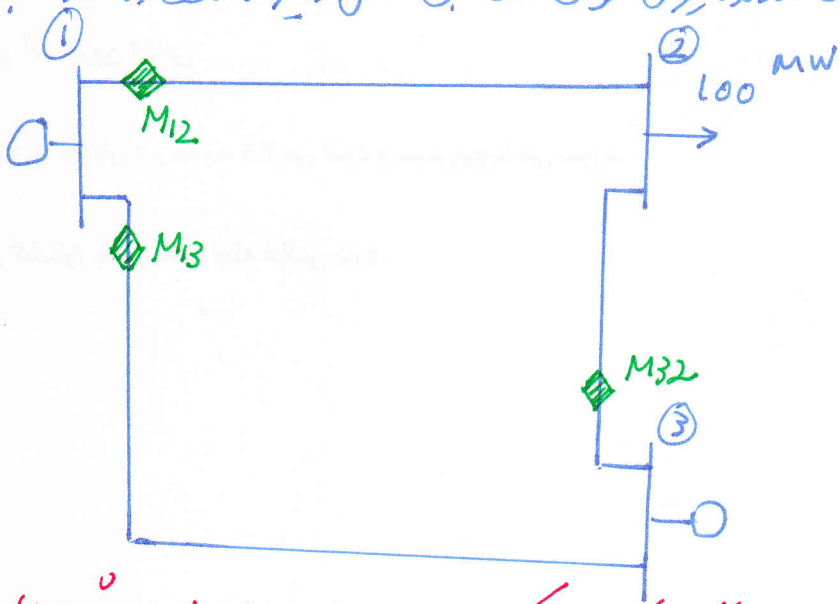
۲- خطاهای بزرگ و فاحش را تشخیص و آشکار نماید.

۳- اطلاعاتی که بعلت قطع خطوط ارتباطی دریافت نشده است را تخمین می زند.

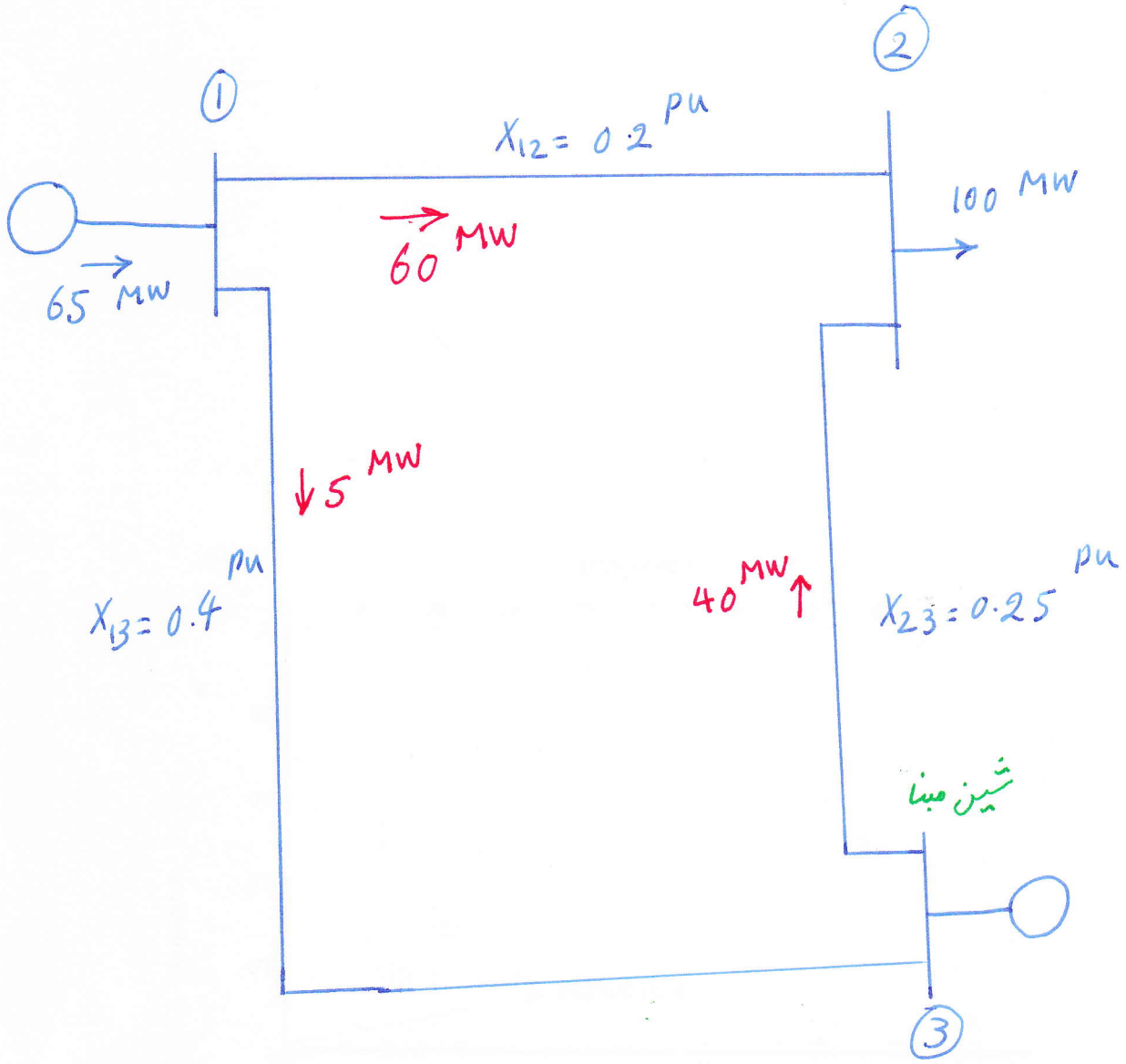
مثال: بخش یک DC در شبکه سه باسی مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید:



فرض کنید سه دستگاه اندازه‌گیری توان مطابق شکل زیر استفاده شده باشد:



* تنها دو عدد از این وسایل اندازه‌گیری کفایت می‌کند تا بتوان زوایای فاز شین ها و تمام مقادیر بار و تولید را بطور کامل محاسبه نمود.



از حل معادلات DCLF

$$\begin{cases} \theta_1 = 0.02 & \text{rad} \\ \theta_2 = -0.1 & \text{rad} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{12} = 60 & \text{MW} \\ P_{13} = 5 & \text{MW} \\ P_{32} = 40 & \text{MW} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_3 = 35 & \text{MW} \end{cases}$$

- فرض کنید که در دو سایل M_{13} و M_{32} استفاده شده و مقادیر اندازه‌گیری، مقادیر صحیح توان انتقالی باشد، لذا داریم:

$$M_{13} = 5^{MW} = 0.05^{pu}$$
$$M_{32} = 40^{MW} = 0.4^{pu}$$

با مساوی قرار دادن توان‌های انتقالی خطوط و مقادیر اندازه‌گیری شده، داریم:

$$f_{13} = \frac{1}{X_{13}}(\theta_1 - \theta_3) = M_{13} = 0.05^{pu}$$

$$f_{32} = \frac{1}{X_{32}}(\theta_3 - \theta_2) = M_{32} = 0.4^{pu}$$

با $\theta_3 = 0 \Rightarrow \theta_1 = 0.02^{rad}$ ، $\theta_2 = -0.1^{rad}$

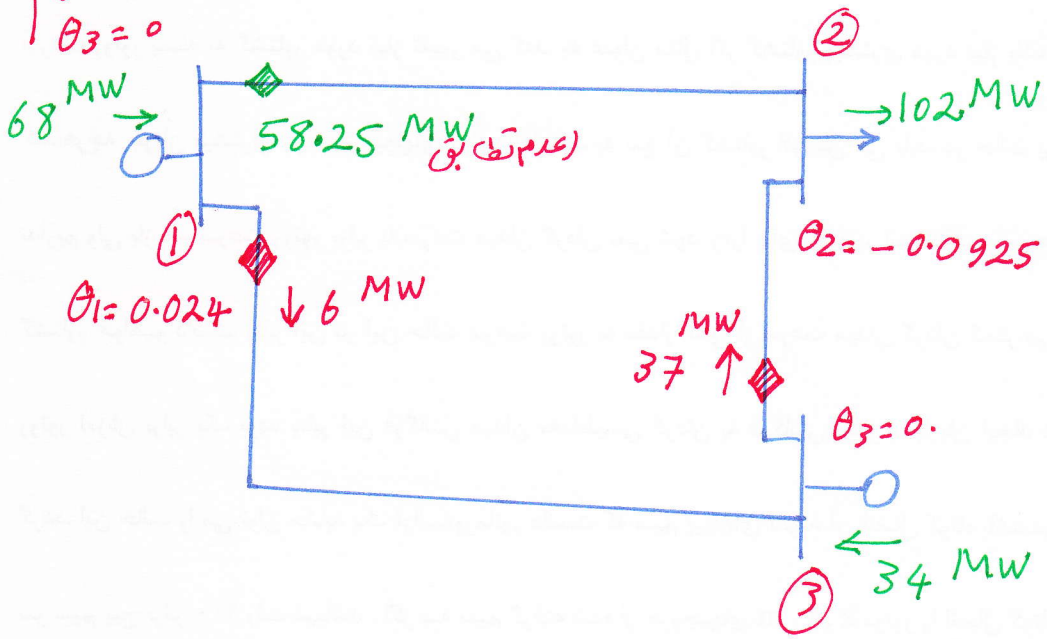
* حال اگر تمام دو سایل دارای خطای جزئی باشند، بگونه‌ای که:

$$M_{12} = 62\ MW = 0.62\ pu$$
$$M_{13} = 6\ MW = 0.06\ pu$$
$$M_{32} = 37\ MW = 0.37\ pu$$

اگر از نتایج M_{13} و M_{32} استفاده نماییم، داریم:

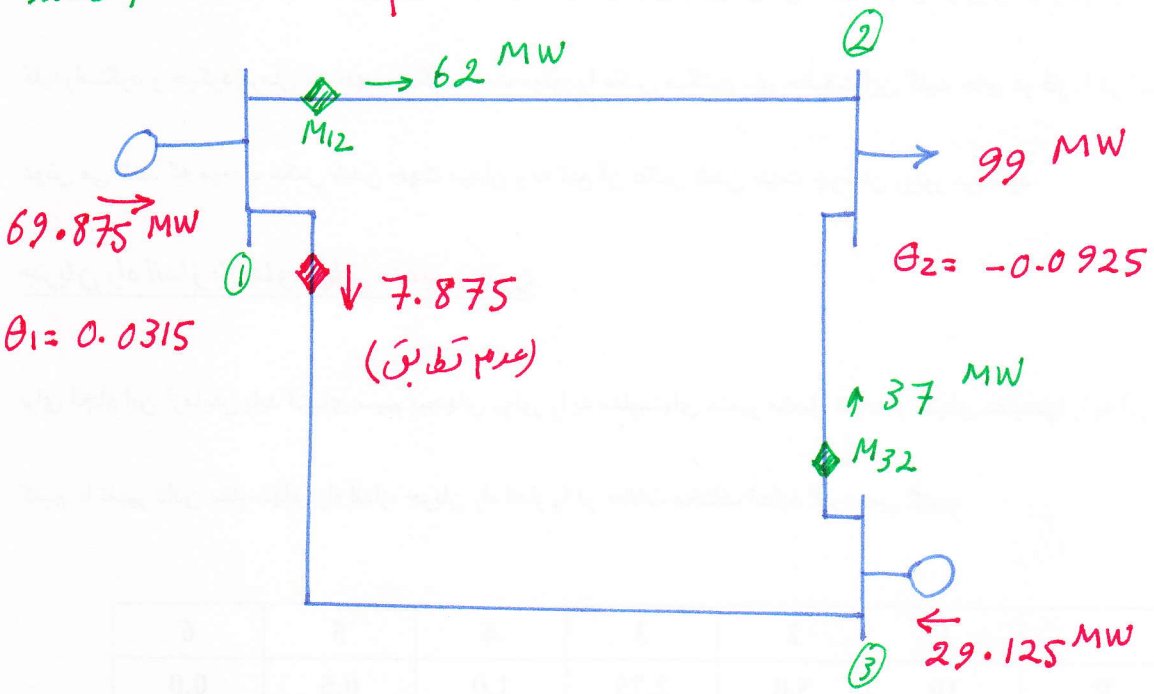
$M_{13} = 6^{MW}$
$M_{32} = 37^{MW}$

$\theta_1 = 0.024\ rad$
$\theta_2 = -0.0925\ rad$
$\theta_3 = 0$



- امّا اگر از وسایل M_{12} و M_{32} استفاده نکنیم، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} M_{12}=62 \text{ MW} \\ M_{32}=37 \text{ MW} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1=0.0315 \\ \theta_2=-0.0925 \end{cases}$$



* لذا باید از اطلاعات دریافتی از هر سه وسیله اندازه‌گیری به منظور بهترین تخمین از مقادیر واقعی زوایا، توان‌های انتقالی خطوط، بار و تولید شین‌ها مورد استفاده واقع شود.

بطور خلاصه داریم:

- با استفاده از سه اندازه‌گیری، می‌توان دو حالت θ_1 و θ_2 را تخمین زد.
- از سه مقدار اندازه‌گیری شده، تنها دو مقدار کافی بوده و یکی از آنها اضافی است.
- اضافی بودن بدین معنا نیست که این اندازه‌گیری اضافی، حاوی اطلاعات نیست و باید کنار گذاشته شود.
- θ_1 و θ_2 را متغیر حالت گویند، چونکه با دانستن آنها تمام مقادیر دیگر بدست می‌آید.

- بطور کلی متغیرهای حالت شامل مقادیر ولتاژ و زاویه فاز تمام شین‌ها بجز شین مرجع می‌باشد. (می‌توان مقادیر حقیقی و موهومی ولتاژ را بعنوان متغیر حالت در نظر گرفت).

- در صورت موجود بودن ترانسفورماتورهای دارای Tap changer و Phase shifter باید وضعیت اتصالات سرآنها را نیز بعنوان مقادیر اندازه‌گیری شده در مدیریت شبکه مستقیماً به مرکز کنترل ارسال گردد یا به عنوانی باید وضعیت آنها بعنوان حالت سیستم در نظر گرفت.

۳- تئوری تخمین:

تخمین آماری روشی است که از نمونه‌ها یا اندازه‌گیریها به منظور محاسبه مقدار پارامترهای نامعلوم و مجهول سیستم استفاده می‌شود.

- از آنجا که نمونه‌ها یا اندازه‌گیریها دقیق نیستند، تخمین بدست آمده برای پارامتر نامعلوم نیز دقیق نخواهد بود.

- لذا ایدهٔ بهترین تخمین از پارامترهای نامعلوم با استفاده از اندازه‌گیریهای موجود مطرح می‌باشد.

* معیار آماری برای تخمین حالت:

رایج‌ترین روشها عبارت است از:

1- معیار ماکزیمم مانندی (ماکزیمم شباهت) - "Maximum likelihood"

هدف ماکزیمم کردن احتمال متغیر حالت $\hat{x}$ برابر با متغیر حالت x (مقدار واقعی) می‌باشد:

$$\text{Max } P(\hat{x}) = x$$

۲- معیار حداقل مربعات وزن‌دار شده (Weighted Least-Squares)

هدف مینیمم کردن مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری تخمینی $\hat{z}$ نسبت به اندازه‌گیری واقعی z می‌باشد.

۳- معیار حداقل واریانس (Minimum Variance)

هدف می‌نیمم کردن امید ریاضی (Expected Value) مجموع مربعات اختلاف بین مولفه‌های تخمینی متغیر حالت نسبت به مقادیر واقعی مولفه‌های متغیر حالت می‌باشد.

* هنگامی که توزیع خطاهای اندازه‌گیری نااریب (unbiased) فرض شود، روش‌های مذکور نتایج یکسانی را ارائه می‌دهند.

+ در تئوری نمونه برداری (Sampling Theory)، نمونه باید نماینده جامعه یا جمعیت (Population) باشد، چنین نمونه‌ای را "unbiased sample" (نمونه نااریب یا نمونه مستقیم) گویند. (به عبارت دیگر هر زیرمجموعه از آن جمعیت و جامعه دارای همان احتمال انتخاب شدن را داشته باشد.

- روش حداکثر شباهت (Maximum likelihood)

- احتمال درستی و صحت اندازه‌گیری‌هایی که بدست آورده می‌شود به خطاهای تصادفی وسیله یا مدل اندازه‌گیری و نیز به پارامترهای مجهولی که قرار است تخمین زده شود، بستگی دارد. تخمین باید انتخاب شود که این احتمال را ماکزیمم نماید.

- فرض کنید که تابع چگالی احتمال (Probability Density Function "PDF") مربوط به خطاهای تصادفی در اندازه‌گیری را بصورت توزیع نرمال (گوس) در نظر بگیریم.

- فرض کنید که z^{meas} مقدار اندازه‌گیری شده یک کمیت توسط یک وسیله اندازه‌گیری باشد. اگر z^{true} مقدار حقیقی آن و η خطای تصادفی اندازه‌گیری باشد، در اینصورت داریم:

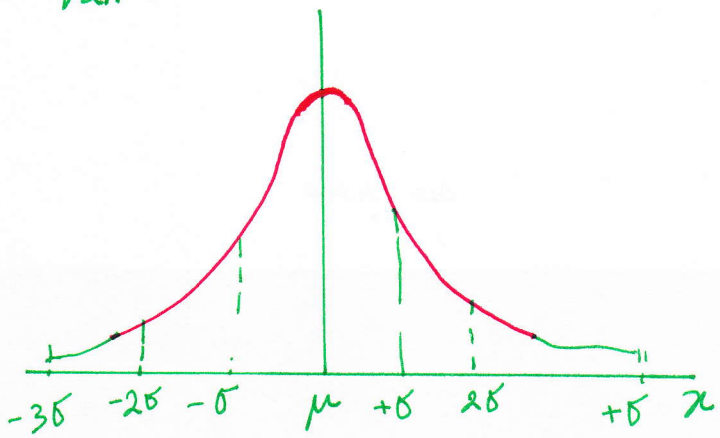
$$z^{meas} = z^{true} + \eta$$

- عدد تصادفی η عدم قطعیت یا نامعینی (uncertainty) در اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. اگر خطای اندازه‌گیری نااریب باشد، تابع چگالی η را بصورت توزیع نرمال با میانگین صفر در نظر می‌گیرند.

- یادآوری:

اگر X متغیر تصادفی نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، بدانیم صورت معادله منحنی نرمال بصورت زیر خواهد.

$$n(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



$$P(\mu-\sigma < X < \mu+\sigma) = 0.6826$$

$$P(\mu-2\sigma < X < \mu+2\sigma) = 0.9544$$

$$P(\mu-3\sigma < X < \mu+3\sigma) = 0.9974$$

- با استفاده از تغییر متغیر $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ توزیع نرمال به توزیع نرمال استاندارد تبدیل می شود که میانگین آن صفر و انحراف معیار آن $\sigma=1$ می باشد.

$$P(x_1 < X < x_2) = P(z_1 < Z < z_2)$$

در جدول توزیع نرمال استاندارد از مقادیر $Z=-3.4$ تا $Z=3.4$ مقادیر توزیع تجمعی آمده شده است.

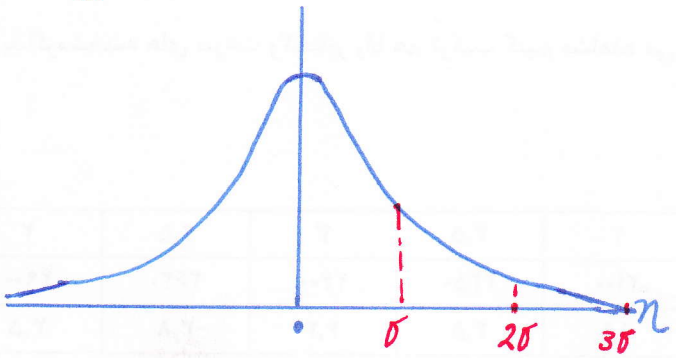
$$P(Z < -3.4) = 0.0003$$

$$P(Z < 3.4) = 0.9997$$

- لذا تابع چگالی احتمالی مربوط به عدم قطعیت در اندازه گیری عبارت است از:

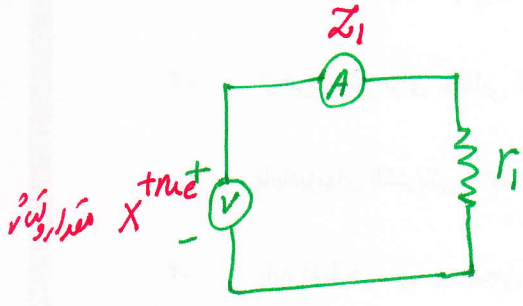
$$PDF(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{\left(\frac{-\eta^2}{2\sigma^2}\right)}$$

• که می تواند جبری بودن خطای اندازه‌گیری را بیان نماید، بطوریکه اگر مقدار آن بزرگ باشد، اندازه‌گیری نسبتاً غیر دقیق است، لذا در صورتی که مقدار آن کم باشد یعنی آنکه وسیله اندازه‌گیری دارای کیفیت بهتری می‌باشد.



* مفهوم حداکثر شباهت:

برای تفهیم تخمین براساس روش حداکثر شباهت مدار ساده شکل زیر را در نظر بگیرید:



• سعی بر این است که با استفاده از یک آمپرمتر با انحراف معیار معلوم، مقدار ولتاژ منبع (x^{true}) را تخمین بزنیم. در صورتی که آمپرمتر عدد Z_1^{meas} را نشان دهد که برابر است با:

$$Z_1^{meas} = Z_1^{true} + \eta_1$$

• با توجه به اینکه مقدار متوسط (میانگین) n_1 صفر است، لذا مقدار متوسط z_1^{meas} برابر z_1^{true} می‌باشد. بنابراین تابع چگالی احتمال z_1^{meas} را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$PDF(z_1^{meas}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} e^{-\left(\frac{(z_1^{meas} - z_1^{true})^2}{2\sigma_1^2}\right)}$$

$$z_1^{true} = \frac{x}{r_1}$$

$$\Rightarrow PDF(z_1^{meas}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{(z_1^{meas} - \frac{x}{r_1})^2}{2\sigma_1^2}\right)}$$

باید تخمینی از x به نام x^{est} را بدست آورد که احتمال رخداد z_1^{meas} را ماکزیمم نماید.

$$P(z_1^{meas}) = \int_{z_1^{meas}}^{z_1^{meas} + dz_1^{meas}} PDF(z_1^{meas}) \cdot dz_1^{meas} \quad , \quad dz_1^{meas} \longrightarrow 0$$

$$\Rightarrow P(z_1^{meas}) = PDF(z_1^{meas}) \cdot dz_1^{meas}$$

• با استفاده از روش حداکثر شباهت، باید مقداری که $P(z_1^{meas})$ که تابعی از x می‌باشد را حداکثر نمائیم، یعنی آنکه:

$$\underset{x}{Max}\, P(z_1^{meas}) = \underset{x}{Max}\, PDF(z_1^{meas}) \cdot dz_1^{meas}$$

• تبدیل مناسبی را که می‌توان از آن بهره گرفت، استفاده از لگاریتم می‌باشد، بگونه‌ای که لگاریتم $PDF(z_1^{meas})$ را حداکثر نمائیم، بطوریکه با ماکزیمم کردن آن، $PDF(z_1^{meas})$ نیز حداکثر می‌گردد، لذا داریم:

$$\max_x \ln\left[PDF(z_1^{meas})\right]$$

$$= \max_x \left[\underbrace{-\ln(\sigma_1\sqrt{2\pi})}_{\text{ثابت}} - \frac{(z_1^{meas} - \frac{x}{r_1})^2}{2\sigma_1^2}\right]$$

عبارت اول — عبارت دوم

• لذا می‌توان با حداقل کردن عبارت دوم، به طور دقیق کوشش را ماکزیمم نمود.

$$\min_x \left[\frac{(z_1^{meas} - \frac{x}{r_1})^2}{2\sigma_1^2}\right]$$

با استفاده از مشتق گیری داریم:

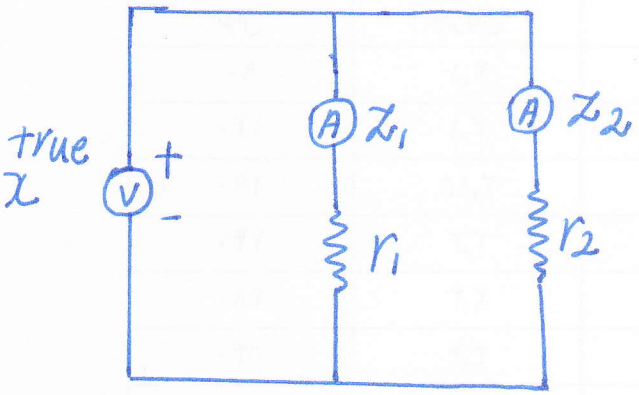
$$\frac{d}{dx}\left[\frac{(z_1^{meas} - x/r_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-(z_1^{meas} - x/r_1)}{r_1\sigma_1^2} = 0 \Rightarrow x = r_1 z_1^{meas}$$

$$\Rightarrow \boxed{x^{est} = r_1 z_1^{meas}}$$

* بنابراین در مدل مذکور، تخمین وشتر با حداکثر شباهت مساوی با حاصل ضرب جریان اندازه گیری شده در مقاومت معلوم می‌باشد.

* حال اگر مطابق مدار شکل زیر دو مولفی به دو سر یک منبع ولتاژ متصل شده باشند:



با فرض معلوم بودن r_1 و r_2 داریم:

$$\begin{cases} Z_1^{meas} = Z_1^{true} + \eta_1 \\ Z_2^{meas} = Z_2^{true} + \eta_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} PDF(\eta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1} e^{-\left(\eta_1^2 / 2\sigma_1^2\right)} \\ PDF(\eta_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_2} e^{-\left(\eta_2^2 / 2\sigma_2^2\right)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} PDF\left(Z_1^{meas}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1} e^{-\left(\frac{\left(Z_1^{meas} - x/r_1\right)^2}{2\sigma_1^2}\right)} \\ PDF\left(Z_2^{meas}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_2} e^{-\left(\frac{\left(Z_2^{meas} - x/r_2\right)^2}{2\sigma_2^2}\right)} \end{cases}$$

تابع شبه هست باید احتمال بدست آوردن اندازه‌گیری‌های Z_1^{meas} و Z_2^{meas} باشد. لذا با توجه به اینکه فرض می‌کنیم η_1 و η_2 متغیرهای تصادفی مستقل هستند، لذا داریم:

$$P\left(Z_1^{meas} \text{ and } Z_2^{meas}\right) = P\left(Z_1^{meas}\right) \cdot P\left(Z_2^{meas}\right)$$

$$= PDF\left(Z_1^{meas}\right) \cdot PDF\left(Z_2^{meas}\right) \cdot dZ_1^{meas} \cdot dZ_2^{meas}$$

با بهره گرفتن از نکته ریاضی قبلی مکانیم خواهان داریم:

$$\underset{x}{\text{Max}}\, P\left(z_1^{meas} \text{ and } z_2^{meas}\right) =$$

$$\underset{x}{\text{Max}}\left[-\ln\left(\sigma_1\sqrt{2\pi}\right) - \frac{\left(z_1^{meas} - x/r_1\right)^2}{2\sigma_1^2} - \ln\left(\sigma_2\sqrt{2\pi}\right) - \frac{\left(z_2^{meas} - x/r_2\right)^2}{2\sigma_2^2}\right]$$

$$= \underset{x}{\text{Min}}\left[\frac{\left(z_1^{meas} - x/r_1\right)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{\left(z_2^{meas} - x/r_2\right)^2}{2\sigma_2^2}\right]$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\left(z_1^{meas} - x/r_1\right)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{\left(z_2^{meas} - x/r_2\right)^2}{2\sigma_2^2}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-\left(z_1^{meas} - x/r_1\right)}{r_1\sigma_1^2} - \frac{\left(z_2^{meas} - x/r_2\right)}{r_2\sigma_2^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^{est} = \frac{\dfrac{z_1^{meas}}{r_1\sigma_1^2} + \dfrac{z_2^{meas}}{r_2\sigma_2^2}}{\dfrac{1}{r_1^2\sigma_1^2} + \dfrac{1}{r_2^2\sigma_2^2}}$$

* اگر یکی از آمیه شتری از کیفیت خوب برخوردار شد (یعنی واریانس آن از دیگری کمتر باشد)

$$\sigma_2^2 \ll \sigma_1^2 \Rightarrow x^{est} \simeq r_2 \cdot z_2^{meas}$$

بطور خلاصه داریم:

۱- می‌توان اندازه‌گیری‌ها را بصورت صحیح برای کیفیت آن وزن‌گذاری نمود.

۲- لازم نیست که تخمین را بصورت حاصل ضرب توابع چگالی احتمال بیان نمود.

۳- تخمین پارامترها بصورت مقداری که پارامتر مذبور بگونه‌ای بیان می‌شود که مجموع مربعات اختلاف بین مقدار اندازه‌گیری شده و مقدار حقیقی که بصورت تابعی از پارامتر مجهول مورد نظر بیان می‌شود را حداقل نماید.

$$\underset{x}{\text{Min}}\ J(x) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{\left[z_i^{meas} - f_i(x)\right]^2}{\sigma_i^2}$$

$J(x)$ ← تابع هدف

N_m: تعداد اندازه‌گیری مستقل

$f_i(x)$: تابعی است که جهت می‌دهد مقدار اندازه‌گیری شده از اندازه‌گیری ندام استفاده می‌شود.

اگر هدف، تخمین N_S پارامتر مجهول با استفاده از N_m اندازه‌گیری باشد، داریم:

$$\underset{(x_1, x_2, \ldots x_{NS})}{\text{Min}}\ J(x_1, x_2, x_3, \ldots x_{NS}) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{\left[z_i^{meas} - f_i(x_1, x_2, \ldots x_{NS})\right]^2}{\sigma_i^2}$$

نکته تخمین: برای حل معادلات بالا به یکی از حداقل مربعات وزن دار موسوم است، در صورتی که خطاهای اندازه‌گیری دارای توزیع نرمال باشد. این روش با روش حداکثر شباهت معادل است.