

محاسبه انتگرال روی نواحی فضایی در دستگاه مختصات استوانه‌ای

۱. نواحی زیر را در دستگاه مختصات استوانه‌ای توصیف کنید.

(۱) ناحیه‌ای محدود به رویه‌های $z = x^2 + y^2$ و $z = 2 - x^2 - y^2$ ؛

(۲) قسمتی از استوانه $x^2 + y^2 = 1$ که بین دو قطعه هذلولیوار دویارچه $z^2 - x^2 - y^2 = 1$ قرار می‌گیرد؛

۲. انتگرال $\int_Q x \, dV$ که در آن Q ناحیه‌ای محدود به رویه‌های $x^2 + y^2 = 4$ و $x^2 + y^2 = 9$ و صفحات $z = 0$ و $z = 5 - x - y$ است را در دستگاه مختصات استوانه‌ای محاسبه کنید.

۳. انتگرال‌های سه‌گانه زیر را به کمک دستگاه مختصات استوانه‌ای محاسبه کنید.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 xz \, dz \, dx \, dy \quad (1)$$

$$\int_{-3}^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \sqrt{x^2+y^2} \, dz \, dy \, dx \quad (2)$$