

FORMAL LANGUAGES AND AUTOMATA

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

F.Mirzaei میرزائی

بخش دوم – زبان‌ها

جلسه دوم

سه مفهوم اساسی!!

بکٹ امروز →

- زبان ها
- آتاماتاها
- گرامرها

زبان چیست؟!

3

- هر زبان مجموعه ای از رشته هاست (در زبان طبیعی: کلمه)
- هر رشته دنباله ای از حروف است.
- الفبای هر زبان شامل حروف به کار رفته در زبان است.

رشته و حروف الفبا

4

Examples: "cat", "dog", "house", ...

Defined over an alphabet:

$$\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$$

رشته ها

5

$$\Sigma = \{a, b\}$$

a

ab

$abba$

$aaabbbaabab$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

بیا

$$u = ab$$

$$v = bbbaaa$$

$$w = abba$$

طول رشته

6

تعداد حروف رشته

$$w = a_1 a_2 \cdots a_n \quad |w| = n$$

$$|abba| = 4$$

$$|aa| = 2$$

$$|a| = 1$$

الحاق connection

7

الحاق: الحاق یک عمل دودویی است که دو رشته را به عنوان ورودی گرفته و با چسباندن آنها در کنار هم یک رشته جدید ایجاد می کند. الحاق عمل اصلی در تولید رشته هاست.

با الحاق حروف به هم، رشته حاصل می شود.

abba

abbabbbaaa

bbbaaa

connection الحاق

8

$w=ab$

$u=bc$

$wu=?$

$uw=?$

رشته تهی

9

$$|\lambda| = 0$$

طول رشته ی تهی صفر است

$$\lambda w = w \lambda = w$$

$$\lambda abba = abba \lambda = abba$$

معکوس یک رشته

10

$$w = a_1 a_2 \cdots a_n \quad w^R = a_n \cdots a_2 a_1$$

ababaaabbb *bbbaaababa*

$$|w| = |w^R|$$

توانی از یک رشته

11

$$w^0 = \lambda$$

$$w = abb$$

$$w^1 = w$$

$$w^0 = \lambda$$

$$w^2 = ww$$

$$w^1 = abb$$

$$w^3 = www$$

$$w^2 = abbabb$$

$$w^3 = abbabbabb$$

توانی از یک رشته

12

$$w^n = \underbrace{ww \cdots w}_n$$

$$a^2 = aa$$
$$a(ab)^2 = aabab$$

$$(abba)^2 = abbaabba$$

عملياً ...

Σ^* : the set of all possible strings from
alphabet Σ

مجموعه تمام رشته های ممکن که از عناصر یک الفبا ایجاد می شود.

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Sigma^* = \{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \dots\}$$

Σ^+ : the set of all possible strings from alphabet Σ except λ

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Sigma^* = \{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \dots\}$$

$$\Sigma^+ = \Sigma^* - \lambda$$

$$\Sigma^+ = \{a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \dots\}$$

A language is any subset of Σ^*

یک زبان، زیر مجموعه ای از این مجموعه است

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Sigma^* = \{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}$$

Languages: $\{a, aa, aab\}$

$$\{\lambda, abba, baba, aa, ab, aaaaaa\}$$

عملگرها روی زبان

17

$$\{a, ab, aaaa\} \cup \{bb, ab\} = \{a, ab, bb, aaaa\}$$

$$\{a, ab, aaaa\} \cap \{bb, ab\} = \{ab\}$$

$$\{a, ab, aaaa\} - \{bb, ab\} = \{a, aaaa\}$$

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

$$\overline{\{a, ba\}} = \{\lambda, b, aa, ab, bb, aaaa, \dots\}$$

الحاق دو زبان

18

$$L_1L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2\}$$

$$\{a, ab, ba\}\{b, aa\}$$

$$= \{ab, aaa, abb, abaa, bab, baaa\}$$

معکوس یک زبان

19

$$L^R = \{w^R : w \in L\}$$

$$\{ab, aab, baba\}^R = \{ba, baa, abab\}$$

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

$$L^R = \{b^n a^n : n \geq 0\}$$

توانی از یک زبان

20

$$L^n = \underbrace{LL \cdots L}_n$$

$$\{a,b\}^3 = \{a,b\}\{a,b\}\{a,b\} =$$

$$\{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$$

توانی از یک زبان

21

$$L^0 = \{\lambda\}$$

$$\{a, bba, aaa\}^0 = \{\lambda\}$$

$$L_1 = \{a, ab, bb\}$$

$$L_2 = \{b, a, aa\}$$

$$L_1 \cup L_2$$

$$L_1 \cap L_2$$

$$L_1 - L_2$$

$$L_1 = \{a, ab, bb\}$$

$$L_2 = \{b, a, aa\}$$

$$\overline{L_1}$$

$$L_2^R$$

$$L_1^2 \cdot L_2$$

Star-Closure بستار ستاره

24

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \dots$$

$$\{a, bb\}^* = \left\{ \begin{array}{l} \lambda, \\ a, bb, \\ aa, abb, bba, bbbb, \\ aaa, aabb, abba, abbbb, \dots \end{array} \right\}$$

$$L = \{a, ab, bb\}$$

$$L^*$$

Positive -Closure بستار مثبت

26

$$\begin{aligned}L^+ &= L^1 \cup L^2 \cup \dots \\ &= L^* - \{\lambda\}\end{aligned}$$

$$\{a, bb\}^+ = \left\{ \begin{array}{l} a, bb, \\ aa, abb, bba, bbbb, \\ aaa, aabb, abba, abbbb, \dots \end{array} \right\}$$

$$L = \{a, ab, bb\}$$

$$L^+$$

برخی زبان ها...

28

λ

ab

$aabb$

$aaaaabbbbb$

$\in L$

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

$abb \notin L$

برخی زبان ها...

29

$$L = \{a^n b^{2n} : n \geq 1\}$$

$$L = \{a^n b^n c^m : n \geq 1, m \geq 0\}$$

$$L = \{(ab)^n : n \geq 0\}$$

برخی زبان ها...

30

$$L = \{(ab)^n b^{2n} : n \geq 1\}$$

$$L = (ab)^* \equiv (ab)^n \quad n \geq 0$$

$$L = (ab)^+ \equiv (ab)^n \quad n \geq 1$$

برخی زبان ها...

31

$$L = a(ab)^*b^*$$

$$L = ab^+(ab)^+$$

برخی زبان ها...

32

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

$$L^2 = \{a^n b^n a^m b^m : n, m \geq 0\}$$

$$aabbbaabbb \in L^2$$

یک سوال

33

آیا رشته های زیر در L^* هستند؟

$L = \{aa, ab, baa\}$

aaaabaaaa

baaaaabaa

abaabaaabaa

baaaaabaaaab

یک سوال

34

آیا رشته های زیر در L^* هستند؟

$L = \{a, aab, baa\}$

aaaabaaaa

baaaaabaab

abaabaabaa

baaaaabaaaabb

اضتیری

تمرین

۱- من دانستم
 $(wa)^R = aw^R$ و درستی

ثابت کنید
 $(uv)^R = v^R u^R$

۲- $(w^R)^R = w$

$$L_1 = \{a, aa, bb\}$$

$$L_2 = \{aa, a, abb\}$$

۱. زبان های زیر را در نظر بگیرید:

مقدار هر عبارت را تعیین کنید.

$$A. L_1 L_2$$

$$B. L_2 L_1$$

$$C. L_1^*$$

$$D. L_2^*$$

$$E. L_1^2$$

$$F. L_2^R$$

$$G. L_1 \cup L_2$$

$$H. L_1 - L_2$$

$$I. L_1 (L_2^R)$$

$$L_1 = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$$

$$L_3 = \{(ab)^n (ac)^{2n} \mid n \geq 0\} - \mu$$

$$L_2 = \{(ab)^n \mid n \geq 1\}$$

$$A. L_4 = L_3^2 = ?$$

$$B. L_5 = L_1 L_2^2 L_3 = ?$$

$$C. L_6 = (L_1)^* L_2 = ?$$

تمرین

سری سوم

۱- آیا زبان‌های مورد طرند در آن $L^* = \overline{L^*}$ باشد؟

۲- برای دو زبان زیر پاسخ عبارات را تعیین کنید.

$$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \quad L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid n_a(\omega) = n_b(\omega)\}$$

A. $L_1 \cup L_2$

B. $L_1 \cap L_2$

C. $L_1 - L_2$

L_2

L_1

\emptyset

سری نام

تمرین

39

D. $L_2 - L_1$

E. $L_1 L_2$

F. $L_2 L_1$

G. L_1^R

H. $L_1^R = L_2$

I. L_1^*

J. L_2^*

K. $\overline{L_1}$

L. $\overline{L_2}$

M. L_1^c

N. L_2^c

جلسه آینده...

40

آتنا

موفق باشید

