بسم الله الرحمن الرحیم

خلاصه کتاب

آمار و کاربرد آن در مدیریت

تالیف:

 دکترعادل آذر - دکتر منصورمؤمنی

فصل اول : کلیات

1-تعریف جامعه

جامعه بزرگترین مجموعه از موجودات است که ،در یک زمان معین مطلوب ما قرار می گیرد.

تعریف جامعه مقادیر

جامعه مقادیر بزرگترین مجموعه از مقادیر قابل اکتساب متغیرهای تصادفی است که، در یک زمان معین مطلوب ما قرار می گیرد.

2-تعریف جامعه آماری

تعدادی از عناصر مطلوب مورد نظر که حد اقل دارای یک صفت مشخصه باشند.

3-تعریف صفت مشخصه

صفتی است که بین همه عناصر جامعه آماری مشترک و متمایز کننده جامعه آماری از سایر جوامع باشد.

4-تعریف نمونه آماری

تعداد محدودی از آحاد جامعه آماری که بیان کننده ویژگی های اصلی جامعه باشد.

5-تعریف پارامتر و آماره

معمولا اندازه گیری جامعه برای بدست آوردن برخی شاحصهاست. اگراین شاخص ها با اندازه گیری تمامی عناصر جامعه بدست آمده باشند آنها را پارامتر و اگر با استفاده از بخشی از جامعه بدست آمده باشند آنها را آماره می گویند.

نکته1: بکارگیری دو شاخص پارامتر وآماره در آمار منجر به ظهور دو شاخه از علم آمار به نامهای آمارتوصیفی و آمار استنباطی شده است.

تعریف روش طراحی آزمایشها

روشی است برای تشکیل گروه های آ زمایشی به صورتی که از مقایسه نتایج مربوط به آنها بتوان آثار عوامل مختلف موثر در آزمایش را به تفکیک و بطور جدا گانه اندازه گیری کرد.

شرح روشهای آماری نا پارامتریک

روشهای آماری نا پا رامتریک به آزمونهایی اطلاق می شودکه مشروط به مفروضات آمار کلاسیک نیستند. بنابراین جوامع آماری ای که از توزیع نرمال برخوردارنیستند و داده های غیر کمی یا نمونه ای کوچک را می توان با این فنون بررسی کرد.

سیر تحول آمار از نظر موضوعی

1-آمار توصیفی

 این نوع آمار صرفا به توصیف جامع می پردازد و هدف آن محاسبه پارامترهای جامعه است. به عبارت دیگر چنانچه محاسبه مقادیر و شاخصهای جامعه با استفاده از سرشماری صورت گیرد آن را آمار توصیفی می گویند.

2-آمار استنباطی:

در این نوع آمار محقق با استفاده از مقادیر نمونه آماره ها را حساب می کند سپس به کمک تخمین و آزمون فرض آماری، آماره ها به پارامترهای جامعه تعمیم داده می دهد.

3-آمار نا پارامتریک

در آمار ناپارامتریک برخورد ار بودن مشاهدات از توزیع نرمال شرط نیست و از این فنون در تحقیقات علوم انسانی که بیشتر متغیرهای ان با مقیاسهای کیفی سنجسده می شود این متغیر ها را توزیع اماری آزاد می خوانند از فنون امار ناپارامتریک استفاده می شود..

تعریف تحقیق یا پژوهش علمی

فرایندی است که به کمک ان می توان روابط پنهان در پس یک پدیده را که مغشوش به نظر می رسند کشف نمود.

مراحل پژوهش علمی

1-مشخص کردن هدف

2-جمع اوری داده ها

3-تجزیه وتحلیل داداه ها

4-بیان یافته ها

عناصر اساسی در تحقیقات مدیریتی

الف فرضیه های تحقیق

ب-متغیرهایی که برای آزمودن این فرضیه ها بکارگرفته می شوند.

تعریف متغیرها

متغیر مستقل

گاه این متغیرا به نام متغیر متحرک یا درون داد نیز می نامند این متغیر علت اصلی یا فرضی متغیر وابسته است.

متغیر تعدیل کننده

متغیری ثانوی است که پژوهشگر می خواهد تاثیر ان را در متغیر مستقل اولیه ومتغیر وایسته ملاحظه کند.

متغیر کنترل

متغیری است که در تحقیق لازم است تاثیر انها خنثی شود یا از بین برود.

تعریف اندازه گیری

اندازه گیری عبارا است از نسبت دادان اعداد بع خصوصیات اشیاء، وقایع یا افراد بر طبق قواعدی منطقی و قابل قبول.

مقیاسهای اندازه گیری

چهارنوع مقیاس اندازه گیری مهم برای اندازه گیری متغیرها وجود دارد.

1-مقیاس اسمی

در این مقیاس اندازه گیری در ضعیف ترین شکل خود است و اعداد یا سمبولها صرفا برای طبقه بندی اشیاء یا خصوصیات به کار می روند

2-مقیاس ترتیبی(رتبه ای)

چنانچه میان برخی از طبقات یک مقیاس اسمی یعنی گروه متشکل ازطبقات هم ارز رابطه(<) برقرار باشد در آن صورت یک مقیاس نسبتا ترتیبی خواهیم داشت.

استفاده از اصطلاحاتی نظیر (بالا ، وسط وپایین یا قوی متوسط و ضعیف)نشان از وجود مقیاس ترتیبی است.

3-مقیاس فاصله ای

وقتی مقیاسی همه خصوصیات مقیاس ترتیبی را داشته باشد و علاوه برآن فاصله بین اعداد بر روی مقیاس میزان مشخصی داشته باشد در آن صورت مقیاس فاصله ای داریم.در مقیاس فاصله ای نقطه صفر و واحد اندازه گیری اختیاری و قرار دادی است.

4-مقیاس نسبتی یا نسبی

مقیاسی که علاوه بر داشتن خصوصیات مقیاس فاصله ایی، نقطه صفر واقعی نیز وجود دارد. در مقیاس نسبی نسبت هردو نقطه روی مقیاس از واحد اندازه گیری مستقل است.

نکته :عملیات جبری را فقط روی مقیاسهای فاصله ای و نسبی می توان بکارگرفت.

فرضیه ها

ویژگیهای یک فرضیه از دید گاه دونالد رای و همکارانش

1-فرضیه باید واضح وبدون ابهام باشد و در قالب جمله های خبری بیان شود .

2-فرضیه باید قابل تبیین باشد یعنی قابل علت یابی باشد.

فرضیه باید بیان کننده رابطه مورد انتظار بین متغیرها باشد.

فرضیه باید قابل آزمون باشد.

فرضیه ای پژوهشی –مدیریتی فقط زمانی قابل آزمون هستنندکه در قالب فرضیه های آماری بیان شوند.

فرضیه های توصیفی در مقابل فرضیه های استنباطی

فرضیه های پژوهشی در صورتی فرضیه ای آمار محسوب می شوند که فرضیه ای استنباطی باشند.

فرضیه های پارامتریک در مقابل فرضیه هایی نا پارامتریک

اگر متغیرهای فرضیه از نوع اسمی و رتبه ای باشند آزمون آنها صرفا به کمک فنون نا پارامتریک انجام میشود از این رو این دسته از فرضیه ها را ناپارامتریک می خوانند.

چنانچه مقیاس سنجش متغیرها فاصله ای یا نسبی باشد، نوع فرضیه بستگی به توزیع آماری خواهد داشت اگر محقق بر اساس شواهد در دسترس فرض نرمال بودن جامعه (نمونه) را بپذیرد فرضیه پژوهشی فرضیه ای پارا متریک و در غیر این صورت نا پارامتریک است.

فصل دوم

مطالعه توصیفی داداه های طبقه بندی نشده

تعریف شاخصهای عددی

اعدادی را که به منظور بیان کمی توزیع اندازه ها از آنها استفاده شود شاخصهای عددی می نامند.

پارامترهایی مرکزی

هر معیار عددی که معرف مجموعه داده ها باشد حول میانگین باشد پارامترمرکزی نامیده می شود.

تعریف میانگین

اگر داداه ها برروی یک محور به صورت منظم مرتب شوند مقدار میانگین دقیقا در نقطه تعادل یا مرکز ثقل توزیع قرار می گیرد.

میانگین حسابی

خواص میانگین حسابی

جمع جبری اختلاف مجموعه ای از اعداد از میانگینشان برابر صفر است.

هر گاه هریک از مشاهدات با عدد ثابت a جمع شود میانگین اعداد حاصل شده برابر با میانگین مجموعه اعداد قبلی به اضافه a خواهد بود.

هرگاه هریک از مشاهدات آماری در عدد ثابت b ضرب شود میانگین اعداد حاصل شده برابر میانگین مجموعه اعداد قبلی ضرب در عدد b خواهد بود.

اگر x و z دو مجموعه از مشاهدات باشند و مجموعه y از جمع دو به دو اعداد x و z حاصل شده باشد میانگین مجموعهy برابر است با جمع دو میانگین مشاهدات x و z است.

میانگین پیراسته

برای محاسبه میانگین جامعه آماری که بطور غیر عادی چند مشاهده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ داشته باشد از میانگین پیراسته استفاده می شود.

طرز بدست آوردن میانگین پیراسته

1-داده ها به صورت صعود مرتب شوند.

2- تمام مشاهدات کوچکتر از lnدرصد پایین و بزرگتر از ln در صد بالا حذف شوند

3- میانگین مشاهدات باقیمانده محاسبه شود

نکته وقتی منحنی توزیع یک دنباله کشیده داشته باشد از شاخص مرکزی میانگین پیراسته استفاده می شود.

میانگین وینزوری

نوع دیگری از میانگین پیراسته وجود دارد که درآن بجای مقادر کوچکتر از ln در صد پایین وبزرگتر از lnدرصد بالا مقادیر عددی lnدرصد پایین و بالا را قرار می دهند و سپس کل مشاهدات را محاسبه می کنند.

میانگین هندسی

برای محاسبه میانگین اندازه های نسبی همانند نسبتها ،درصدها ،نرخهای رشد و شاخصها از میانگین هندسی استفاده می کنند.

مثال

میانگین هارمونیک

چنانچه مشاهدات جمع آوری شده از مقیاس ترکیبی مانند کیلومتر در ساعت یا دور در ثانیه یا نفر ساعت بر خوردار باشند برای محاسبه میانگین آنها از میانگین هارمونیک استفاده می شود.

مد (نما)

در آمار مد به معنای توزیع آماری مقداری است که بیشترین تکرار را در میان مشاهدات داشته باشد و با mo نشان داده می شود.

چارکها

اگر جامعه آماری به چهار قسمت مساوی تقسیم شود چارک اول تا سوم مشخص می شوند

چارک اول که با q1 نشان داده می شود مقداری است که 25 درصد مشاهدات پایین تر ازآن و 75 درصد مشاهدات بالاتر از آن قرار می گیرند.

 چارک دوم که با q2 نشان داده می شود مقداری است که 50 درصد مشاهدات پایین تر از آن و 50 درصد مشاهدات بالاتر از آن قرار می گیرند.

نکته چارک دوم را میانه می نامند و با md نشان میدهند

از میانه به عنوان اندازه تمایل به مرکز توزیع هایی که شکل آنها غیر متقارن است استفاده می شود زیرا میانه کمتر تحت تاثیر مقادیر واقع شده در انتهای توزیع قرار می گیرد.

خاصیت مهم میانه

آن است که حاصل جمع قدر مطلق تفاضلهای مقادیر از میانه از حاصل جمع قدر مطلق تفاضلهای مقادیر از هر عدد دیگری مثل c کوچکتر است

چارک سوم که با q3 نشان داده می شود مقداری است که 75 درصد مشاهدات پایین تر از ان و 25 درصد مشاهدات بالاتر از آن قرار می گیرند.

مراحل محاسبه چارکها

الف –داده ها را بطور صعودی مرتب کنید.

ب- داده های مرتب شده را از 1 تا N کد گذاری کنید.

ج – محل چارک a ام (a=1,2,3) را با استفاده ازرابطه زیر محاسبه کنید.

د – با استفاده از محل چارک مقدار چارک را تعیین نمایید.

نکته زوج و فرد بودن تعداد مشاهدات در محاسبه تاثیر دارند توجه شود.

پارامترهای پراکندگی (dispersion parameter)

برای آنکه اختلاف جوامع آماری با توزیعهای متفاوت اشکار گردد باید از شاخصهای پراکندگی استفاده کنیم

دامنه تغییرات

این شاخص با تفاضل کوچکترین مشاهده از بزرگترین مشاهده محاسبه می شود.

دامنه میان چارکی interquartiale range

دامنه میان چارکی که با IQR نشان داده می شود فقط 50 درصد مشاهدات را در بر می گیرد.

برای محاسبه دامنه میان چارکی ابتدا چارک اول و سوم را محاسبه کرده سپس تفاضل چارک اول و سوم به عنوان دامنه میان چارکی در نظر می گیریم

IQR=

در بعضی از متون از نیمه میان چارکی یا انحراف میان چارکی صحبت شده است که روش محاسبه آن بدین شکل است.

نکته در توزیعهایی که دارای تعداد اندکی مشاهده در ابتدا و انتها هستند از انحراف میان چارکی به عنوان شاخص پراکندگی استفاده می شود

نکته در توزیعهای نا متقارن از میانه به عنوان شاخص مرکزی و از انحراف چارکی به عنوان شاخص پراکندگی استفاده می شود.

انحراف متوسط از میانگین

AD=

انحراف از متوسط میانگین دارای یک نقص اساسی است.و آن اینکه هرگاه درمقابل تعداد کمی انحرافات بزرگ تعداد زیادی انحرافات کوچک وجود داسته باشد این شاخص تاثیر انحرافات بزرگ را نشان نمی دهد

واریانس

چنانچه از مجذور انحرافات استفاده شود شاخص جدیدی برای سنجش پراکندگی پدید می آید که آن را واریانس می نامند

واحد اندازه گیری واریانس مجذور ، و واحد اصلی متغیر است .

با جذر گرفتن از واریانس شاخص جدیدی بنام انحراف معیار بدست می آید.

نکته انحراف معیار را ریسک سود نیز می نامند.

خواص واریانس

خاصیت اول: اگر به هریک از مشاهدات مقدار ثابت a اضافه شود واریانس مشاهدات جدید تغییر نمی کند.

خاصیت دوم :اگر هریک از مشاهدات جامعه آماری در عدد ثابت b ضرب شوند واریانس bx برابر واریانس قبلی خواهد بود.

نیمه واریانس semivariance

نیمه واریانس عبارت است از متوسط مجذور مقادیر نامطلوب.

s.v=

در این شاخص k نشان دهنده تعدادمشاهدات نامطلوب (کمتر یا بیشتر از میانگین؟)

در محاسبه سود فقط تعداد مشاهدات کمتر از میانگین ودر محاسبه زیان فقط تعداد مشاهدات بیشتراز میانگین را مد نظر قرار می دهیم( بجای k قرار می دهیم)

ضریب پراکندگی

در بسیاری از تحقیقات لازم است برای توصیف داداه ها، پراکندگی به صورت کسری از میانگین بیان می شود این کار توسط شاخص ضریب پراکندگی امکان پذیر است.

C.V=

کاربردهای ضریب پراکندگی

در جایی که دو یاچند جامعه مورد مقایسه مشاهدات ناهمگون و نا متجانس داشته باشند

در جایی که واریانس دو جامعه یکسان ولی میانگینهای آنها متفاوت باشد

فصل سوم

طبقه بندی و توصیف هندسی مشاهدات جامعه اماری

روشهای سازماندهی داداه ها

1-روش هندسی

2-روش مقداری

نکته: روشهای هندسی هم برای توصیف کل جامعه آماری و هم برای توصیف نمونه آماری مناسب هستند

مراحل طبقه بندی داده ها

الف-دامنه تغییرات راحساب می کنیم

R=max-min

ب-تعداد طبقات را حساب می کنیم

روش اول

K=1+3/32log N

روش دوم

K=

ج-فاصله طبقات را حساب می کنیم

I=

د-بر اساس نتایج K و I جدول طبقه بندب را تشکیل می دهیم.

روش محاسبه نماینده طبقات

=متوسط طبقه

زمان استفاده از نمودارهای کمی ونمودارهای وصفی

الف چنانچه مقیاس داد ها از نوع فاصله ای و نسبی باشد از نمودارهای کمی

و چنانچه مقیاس داده ها از نوع اسمی یا رتبه ای باشد از نمودارهای وصفی استفاده میکنیم.

نمودارهای کمی

نمودارهای کمی برای توزیعهای گسسته و پیوسته قابل استفاده هستند لازمه استفاده از این نمودارها مقداری بودن مشاهدات است.

نمودار بافت نگار

بافت نگار نمایش مناسبی از الگوی توزیع است.برای نمایش این نمودار از فراوانی مطلق و یانسبی و حدود واقعی طبقات استفاده می شود.

محور افقی حدود واقعی

محور عمودی ------🡪فراوانی مطلق یا نسبی مدرج می شوند

نمودار چند ضلعی

نموداری است که محور افقی شامل نقطه میانی هرطبقه است و فراوانی نسبی یا مطلق بر روی محور عمودی است.

برای تحقیقاتی که شامل دو یا چند جامعه آماری هستند برای مقایسه آنها از نمودار چند ضلعی استفاده شود

نمودار فراوانی تجمعی

این نمودار برای محاسبه صدکها ،چارکها و دهکها مناسب است

اگر محور افقی نمودار تجمعی براساس متوسط طبقات مدرج شود و محور عمودی فراوانیهای طبقات را در بر گیرد نمودار حاصل را پلی گن فراوانی تجمعی می گویند و اگر حدود طبقات در محور افقی قرار گیرد نموار فراوانی تجمعی خوانده می شود.

از نمودار فراوانی تجمعی برای نمایش مسائلی همچون رشد و یا تورم می توان استفاده نمود

فراوانی تجمعی امکان شناسایی نقاط انفرادی داده ها را نمی دهد.

نمودار جعبه ای

این نمودار برای مقایسه دو یا چند جامعه آماری مناسب است.

این نمودار برای نمایش چارکها ،حداقل و حد اکثر مشاهدات مناسب است

مراحل تهیه نمودار جعبه ای

الف-حد اکثر داده ها را پیدا کنید

ب-حد اقل داده ها را پیدا کنید.

ج-میانه را پیدا کنید

د-چارک اول را پیدا

ج-چارک سوم راپیدا کنید.

نمودارهای وصفی

این نمودارها برای نمایش داداه های کیفی مورد استفاده قرار می گیرند.

نمودار ستونی

در این نمودار محور افقی نشان دهنده کیفیت مشاهدات و محور عمودی نشان دهنده فراوانیها می باشد.

نمودار دایره ای

نموداری مناسب برای تجسم مشاهدات کیفی می باشد.

مراحل رسم نمودار دایره ای

الف-فراوانی مطلق را به فراوانی نسبی تبدیل کنید.

ب-با استفاده از رابطه زیر مساحت هر قطاع از دایره را حساب کنید.

نمودار پاراتو

نوعی نمودار ستونی است که برای داداه های وصفی مناسب است.

در این نمودار فراوانی هرموضوعی روی محور عمودی و نوع آن روی محور افقی درج می شود

این نمودار سه محور دارد محور سوم نشان دهنده فراونیهای نسبی تجمعی است

نمودار پارتو در تحلیل موجودی انبار کالاها، نواقص سیستمها، توزیع در آمد وتوزیع کارمندان کاربرد فراوان دارد

نمودار پاراتور یک قسمت مهم از برنامه کنترل کیفیت است .

فصل چهارم

توصیف مقداری مشاهدات طبقه بندی شده

پارامترهای مرکزی در داداه های طبقه بندی شده

محاسبه میانگین به دو روش صورت می گیرد

روش مستقیم محاسبه میانگین

در این فرمول:

=فراوانی مطلق

= متوسط طبقات

N= کل مشاهدات

روش غیر مستقیم

 =A عددی دلخواه که بعنوان تقریبی از میانگین جامعه انتخاب می شود.

D= کد هر طبقه تلقی می شود واز رابطه زیر بدست می اید.

I= فاصله طبقات است.

محاسبه مد از داداه های طبقه بندی شده

مد مقداری است که بیشترین تکرار را میان مشاهدات یک جامعه آماری را داشته باشد.

که با mo نشان داده می شود.

در این فرمول

=حد پایین واقعی طبقه مد دار.

= تفاضل فراوانی مطلق طبقه ماقبل از فراونی مطلق طبقه مد دار .

= تفاضل فراوانی مطلق طبقه مابعد از فراوانی طبقه مد دار.

چندکها

چندکها مقادیری از مشاهدات هشتند که دامنه تغییرات را به فاصله چندکی مورد نیاز تقسیم می کنند.بطوری که فراوانیها در هریک از این فواصل درصد معینی از فراوانی کل را تشکیل می دهند.

مراحل محاسبه چارکها

1-فراوانی تجمعی را تهیه نمایید

2-محل چارک a ام را با استفاده از رابطه زیر حساب کنید.

در این رابطه

 a= شماره چارک

= محل چارک است.

3-به کمک مراحل 1 و 2 طبقه چارک را را پیدا کنید سپس به کمک رابطه زیر مقدار چارک را محاسبه نمایید

I

در این رابطه

=حد پایین واقعی طبقه چارک دار

=فراوانی تجمعی طبقه ما قبل طبقه چارک دار است.

= فراوانی طبقه چارک دار

مراحل محاسبه دهکها

فراوانی تجمعی را تهیه نمایید

محل دهک a ام را با استفاده از رابطه زیر پیدا کنید

3-با استفاده از از فراوانی تجمعی محل دهک و مقدار دهک را با استفاده از رابطه زیر حساب کنید.

در این رابطه

=حد پایین واقعی طبقه دهک دار

=فراوانی مطلق طبقه دهک دار

=فراوانی تجمعی طبقه ما قبل طبقه دهک دار

I= فاصله طبقات

مراحل محاسبه صدکها

ستون فراوانی تجمعی را حساب کنید.

محل صدک ام a را با استفاده از رابطه زیر حساب کنید.

مقدار صدک را با استفاده از رابا استفاده از رابطه زیر حساب کنید.

در این رابطه

=حد پایین واقعی طبقه دهک دار

=فراوانی مطلق طبقه دهک دار

=فراوانی تجمعی طبقه ما قبل طبقه دهک دار

I= فاصله طبقات

پارامترهای پراکندگی در داده های طبقه بندی شده

انحراف متوسط از میانگین

 روش محاسبه واریانس در داده های طبقه بندی شده

روش اول یا روش مستقیم

 روش دوم یا روش مستقیم

چنانچه میانگین مشاهدات طبقه بندی شده اعشاری یا چند رقمی باشد از بیشتر از این روش استفاده می شود.

اگر

A=میانگین اختیاری

=I فاصله طبقات

محاسبه دامنه و انحراف میان چارکی از داده های طبقه بندی شده

این پارامترها برای توزیع هایی که در دنباله ها دارای مشاهدات اندکی هستند مناسبند

در توزیعهایی که دارای حدود با ز یا نامعین هستند امکان محاسبه پارامترهای مرکزی نظیر میانگین یا واریانس نیست لذا برای توصیف داده ها ناچار به محاسبه چندکها هستیم که از جمله اینها دامنه میان چارکی و انحراف چارکی هستند.

دامنه میان چارکی

انحراف چارکی

محاسبه واریانس شپارد

در واریانس چون خطاهای مثبت و منفی به توان دو می رسند مقدار واریانس از واقعیت بیشتر است لذا شیپارد پیشنهاد داد برای دستیابی به واریانس واقعی مقدار زیر از واریانس محاسبه شده کم شود.

شرایط کارگیری تصحیح شپارد

اولا:متغیر پیوسته باشد

ثانیا:تعدادN هزارتا باشد

ثالثا:تابع توزیع فراوانی ازنوع متقارن یا اندکی متقارن باشد

عملیات جبری میانگین و واریانس

اگر K جامعه آماری با تعداد N مشاهده با میانگینها و واریانسهای خاص خود وجود داشته باشند برای محاسبه میانگین کل این جوامع از روابط زیر استفاده می کنیم

 و برای محاسبه واریانس کل جوامع موجود از فرمول زیر استفاده می کنیم:

نکته :واریانس جامعه مادر از واریانس تک تک جوامع تشکیل دهنده بزرگتر است. و در صورتی واریانس جامعه مادر با جوامع زیر مجموعه برا بر است که همه واریاسهای جوامع کوچکتر برابر باشند.

قضیه چی بی شف

چی بی شف در این قضیه می گوید حد اقل در صد از مشاهدات در دامنهk انحراف معیار از میانگین قرا می گیرند. kعددی مثبت است که مقادیر مساوی یا بزرگتر از یک را شامل می شود

نکته: در صورتی که 1=k باشد قضیه چی بی شف کاربرد نخواهد داشت.

شکل کلی قضیه چی بی شف

نکته: تاکید بر قید حداقل درقضیه چی بی شف نشان می دهد که فراوانیهای نسبی حاصل در توزیع نرمال با قضیه چی بی شف سازگاری دارد.

پارامترهای تعیین انحراف از قرینگی

تعریف توزیع نرمال

توزیعی است که پارامترهای مرکزی آن مانند مد،میانه و میانگین برابر باشند.

چوله براست وقتی اتفاق می افتد که مد جامعه آماری از میانه پایین تر قرار می گیرد

اگر مد بزرگتر از میانه باشد چولگی چپ اتفاق می افتد.

شاحص ضریب چولگی

شاخص اندازه گیری پارامتر های تعیین انحراف از قرینگی ضریب چولگی نامیده شده و با ks نشان داده می شود.

1-اگر توزیع دارای چولگی به چپ باشد ضریب چولگی منفی است.

2-اگر توزیع چوله راست داشته باشد ضریب چولگی مثبت است

.

3-اگر توزیع متقارن باشد ضریب چولگی صفر است.

قدر مطلق ضریب چولگی نشاندهنده میزان اختلاف جامعه آماری با توزیع نرمال از قرینگی است

اگر قدر مطلق sk باشدجامعه از نظر قرینگی تقریبا نرمال است.

2-اگر قدر مطلق sk باشدجامعه از نظر قرینگی تقریبا دارای تفاوت اندکی است.

3- اگر قدر مطلق sk باشدجامعه از نظر قرینگی تقریبا دارای تفاوت فاحشی است.

 فرمول محاسبه ضریب چولگی

در این رابطه

محاسبه ضرایب چولگی پیرسون

برای محاسبه ضریب چولگی می توان از چند کها استفاده نمود.

پارامترهای تعیین انحراف از کشیدگی

هرگاه از کشیدگی توزیعها بحث می شود در واقع مقدار اوج آنها مورد نظر است.

یکی از شاخصهای سنجش پراکندگی جامعه نسبت به توزیع نرمال ضریب کشیدگی نام دارد که به حرف E نشان داداه می شود

حالتهای کشیدگی

الف- منحنی توزیع نسبت به توزیع نرمال کوتاهتر است. این دسته از توزیعها دارای ضریب کشیدگی منفی خواهد بود.

ب- منحنی توزیعهایی که از منحنی توزیع نرمال بلندترند علت اوج گرفتن توزیع آن است که داده ها حول میانگین متمرکز شده اند. این دسته توزیعها ضریب کشیدگی مثبت خواهد بود

ج-منحنی توزیعها با منحنی توزیع نرمال کاملا مساوی است.اینها با کشیدگی متوسط هستند.ضریب کشیدگی در این توزیعها مساوی صفر است

استانداردهای ضریب کشیدگی:

اگر باشد توزیع جامعه از نظر پراکنگی تقریبا نرمال است.

اگر >0/10باشد توزیع جامعه از نظر پراکندگی تقریبا دارای تفاوت اندکی است.

اگر باشد توزیع جامعه از نظر پراکندگی فاحش است.

فرمول محاسبه ضریب کشیدگی

در این رابطه

برای آن دسته از توزیعهایی که ا استفاده از چندکها توصیف می شوند نیز شاخص کشید گی مناسبی وجو دارد.

فصل پنجم

مبادی احتمال

تعریف مفهوم آزمایش

در نظریه احتمال فعالیتی که نتیجه آن از قبل مشاخص نباشد به آزمایش معروف است.

تعریف فضای نمونه

مجموعه پیامدهای ممکن یک آزمایش را فضای نمونه آن آزمایش می گویند فضای نمونه را باحرف s نشان میدهند.

تعریف فضای نمونه گسسته

اگر فضای نمونه شامل تعداد متناهی ویا نامتناهی شمارش پذیر باشد آنرا فضای نمونه گسسته می نامند.

تعریف پیشامد

در نظریه احتمال،پیشامد ،یکی از زیر مجموعه های فضای نمونه است.

تعریف پیامدهای مقدماتی هم شانس

اگر در آزمایش نوعی تقارن وجود داشته باشد که مطمئن باشیم وقوع یک پیامد همان قدر امکان دارد که وقوع هرپیامد مقدماتی دیگر، می گوییم فضای نمونه دارای پیشامد اولیه یا پیامد مقدماتی هم شانس است.

احتمال یک پیشامد.

احتمال و فراوانی نسبی

=فراوانی نسبی پیشامد A

قواعد شمارش

قاعده ضرب

بدین صورت تعریف می شود که اگر عملی مستلزم K مرحله باشد که مرحله اول به طریق و مرحله k ام به انجام پذیرد آنگاه عمل مزبور به طریق ممکن انجام می شود.

جایگشت (ترتیب)

اگر بخواهیم چند آرایش مختلف از یک جاکعه می توان ایجاد کرد از جایگشت استفاده می کنیم.

این عمل را فاکتوریل می نامیم n!

اگر تعداد جایگشتهای r شی از n شی متمایز مورد نظر باشد از دو فرمول زیر استفاده می کنیم.

جایگشت دایره ای

اگر جایگشتهای اشیائ روی دایره مرتب شده باشند از فرمول زیر استفاده می کنیم

(n-1)!

نکته: در محاسبه تعداد کلمات تولید شده از یک کلمه ای که تعدادی حرف متشابه دارد تعداد کل حروف کلمه اصلی صورت و تعداد حروف تکراری در مخرج قرار می گیرند

تعداد جایگشتهای nشی که n1 تای آنها از نوع اول و n2 از نوع دوم وnk از نوع k ام باشد فرمول ان برابر است با

ترکیب

در ترکیب تعداد راههای انتخاب r شی از nشی مهم است ولی ترتیب آنها مهم نیست.

=

این روابط همیشه بر قرار هستند.

1- 3-

2- 4-

افرازهای مرتب

تعداد طرقی که می توان مجموعه n شی را به k زیر مجموعه با n شی در مجموعه n1 ومجموعه دوم در n2  و مجموعه k ام در nk قرار بگیرند از فرمول زیر استفاده می کنیم.=

قواعد احتمالات

اگر A وB دو پیشامد مربوط به یک آزمایش باشند به طوری که باشد در این صورت

تعریف متمم

قاعده کلی جمع

قاعده جمع برای دو پیشامد ناسازگار

احتمال شرطی

اگر پیشامدی همانند A به پیشامدی B مربوط باشد و بدانیم پیشامد Bبه وقوع پیوسته است در این صورت احتمال وقوع Aبه (احتمال وقوع A به شرط B )یعنی P(A/B) تغییر می یابد که آنرا احتمال شرطی می گوییم.

فرمول احتمال شرطی

P(A/B)=

قانون ضرب احتمالات

گفته شد که اگر احتمال A به شرط B برابر است با :

P(A/B)=

حال اگر دو طرف این رابطه را در P(B)ضرب کنیم خواهیم داشت

P(A)=P(B).P(A/B) که این رابطه به قانون ضرب احتمالات معروف است.

قانون ضرب احتمالات برای بیش از دو پیشامد

P(A B C)=P(A)P(B/A)P(C/A B)

قانون ضرب احتمالات برای دو پیشامد مستقل

P(A B)=P(A).P(B)

قضیه بیز

در قضیه بیز به احتمال وقوع پیشامدی قبل از کسب اطلاعات جدید احتمال پیشین

 و به احتمال وقوع آن پیشامد بعد از کسب اطلاعات جدید احتمال پسین می گوییم

فرمول قضیه بیز

P(A/B)=

برای فهم بیشتر مثال صفحه 177 جلد اول مطالعه شود.

 نکته همچنین قضیه بیز برای محاسبه تاثیر بیش از یک عامل بر وقوع احتمال یک حادثه مشخص بکارمی رود

P( /B)=

فصل ششم

احتمال توابع گسسته

تعریف متغیر تصادفی

تابعی است که دامنه آن فضای نمونه و حوزه آن مجموعه ای از اعداد حقیقی.

مثالهایی از متغیر تصادفی

الف دو نمایشگاه ماشین بفروشند.

ب- شماره هایی که یک تلفنچی اشتباه می گیرد.

ج-تعداد نسخه هایی که کتاب فروش می فروشد.

د تعداد مشتریانی که در ساعت معین مراجعه می کنند.

انواع متغیر تصادفی

متغیر تصادفی را بر حسب مقادیری که می تواند انتخاب کند به دو دسته متغیر تصادفی گسسته و متغیر تصادفی پیوسته تقسیم میکنند

تابع احتمال

تابعی است که دامنه آن مقادیر ممکن متغیر تصادفی و حوزه آن احتمالات مربوط به هرمقدار متغیر تصادفی است.

نکته: تابع احتمال غیر منفی است و مجموع احتمالات آن برابر یک است.

تابع توزیع(تابع احتمال تجمعی):

 تابعی است که به ازای جمیع مقادیر ممکن متغیر تصادفی X احتمال وقوع مقداری کوچکتر یا مساوی با x را نشان دهد.

تابع توزیع را با نشان می دهند

بیشترین مقداری که تابع توزیع می تواند اختیار کند یک است.

امید ریاضی

امید ریاضی همان میانگین موزون است که احتمالات در آن نقش وزنها (ضرایب ) را بازی می کنند.

در این رابطه

F(x)=احتمال مربوط به هرمتغیر

X= هریک از مقادیر دامنه متعیر تصادفی است

خواص امید ریاضی

فرض اگرa وb دوعدد ثابت باشند آنگاه

E(b)=b

E(aX)= aE(X)

E(ax+b)= aE(X)+b

واریانس

در این رابطه

F(x)=احتمال هر متغیر تصادفی بین یک وصفر

انحراف معیار

خواص واریانس

فرض: اگرa وb دوعدد ثابت باشند آنگاه

V(b)=0

V(ax)=a2V(X)

V(ax+b)=a2V(X)

تابع احتمال

گاهی لازم است نه تنها رفتار دومتغیر مستقل نسبت به متغیر وابسته بررسی شود بلکه رفتار دو متغیر نسبت به هم نیز بررسی شود این تابع را، تابع احتمال توام می نامند

 به عبارت دیگر

تابع احتمال توام عبارتند از فهرستی از زوجهای مرتب ( ( xi,yi واحتمالهای متناظر آنهایعنی (yiوxi)f.

کواریانس و استقلال دو متغیر تصادفی

کواریانس را امید ریاضی تغییرات بر حسب میانگینشان تعریف می کنیم

در اینجا کواریانس معیاری عددی است که نوع و شدت رابطه بین دومتغیر تصادفی را نشان می دهد.

حالتهای رابطه بین دو متغیر

الف-با افزایش متغیر دیگر نیز افزایش می یابد که رابطه ای مستقیم بین دو متغیر است در این حالت *کواریانس مثبت* است

ب- با افزایش متغیر اولی متغیر دوم کاهش می یابد دراین حالت رابطه معکوس است در نتیجه کواریانس منفی است.

ج-باتغییر متغیر اولی متغیر دوم هیچگونه تغییری نمی کند. در این حالت رابطه ای بین دو متغیر وجود ندارد که در نتیجه کواریانس صفر است.

فرمول کواریانس

یا:

در این رابطه

اگر X و Y گسسته باشند

استقلال دو متغیر تصادفی

دومتغیر تصادفی x و y در صورتی مستقلند که به ازای تمام زوجهای این رابطه بین آنها بر قرار باشد.

توزیع برنولیا

اگر آزمایشهایی بطور ثابت انجام شوند و ازهم مستقل باشند و احتمال موفقیت یا شکست هرآزمایش (1و0) باشد به این آزمایشها توزیع برنولی می گویند

احتمال موفقیت را با p و عدم وفقیت را با 1-p نشان می دهیم.

نمونه گیری بدون جایگزینی از جامعه بزرگ

اگر تعداد جامعه آماری زیاد باشد می توان از آز مایش برنولی استفاده کرد

توزیع دو جمله ای

در n آزمایش برنولی که در آن احتمال موفقیت p است و متغیر تصادفی x را تعداد موفقیتها در نظر می گیریم توزیع x را توزیع دوجمله ای با احتمال موفقیت p می نامیم که در آن متغیر تصادفی x می تواند مقادیر 0،1،......n را انتخاب می کند.

فرمول توزیع دو جمله ای

P(X=x)=

در این رابطه

X=تعداد موفقیتها

N=تعداد آزمایشها

P=احتمال موفقیت

1-pیا =q احتمال عدم موفقیت

توزیع دوجمله ای منفی

در آزمایشهای برنولی گاهی می خواهیم احتمال x موفقیت از n آزمایش را بدانیم که به توزیع دوجمله ای مربوط می شود. گاهی نیز به دانستن تعداد آزمایشهایی که در آنها k موفقیت رخ می دهد علاقه مند هستیم که به توزیع دو جمله ای منفی مربوط می شود

فرمول توزیع دوجمله ای منفی

در این رابطه:

K=تعداد موفقیتها در x آزمایش برنولی و p احتمال موفقیت در هر آزمایش برنولی است.

امید ریاضی در توزیع دوجمله ای منفی

واربانس در توزیع دو جمله ای منفی

 نکته: توزیع دو جمله ای منفی را توزیع پاسکال یا توزیع زمان انتظار نیز می نامند.

توزیع هندسی

اگر در توزیع دو جمله ای منفی k=1 باشد یعنی بخواهیم اولین موفقیت را در x آزمایش بدانیم باز هم می توانیم از این توزیع استفاده کنیم ولی این حالت، حالت خاصی از توزیع دو جمله ای منفی است که آنرا توزیع هندسی می نامند.

فرمول توزیع هندسی

در این فرمول (مومنی, 1388)

P= احتمال موفقیت

X= شماره آزمایشی که اولین موفقیت در آن رخ داده است.

امید ریاضی در توزیع هندسی

واریانس در توزیع هندسی

 توزیع چند جمله ای

اگر آزمایشی بیش از دو پیامد داشته باشد واحتمال هر پیامد در آزمایشهای مختلف ثابت و آزمایشها مستقل از یکدیگر باشتد توزیع مزبور چند جمله ای است.

تفاوت توزیع چند جمله ای با توزیع دو جمله ای

 تنها تفاوت این توزیع با توزیع دوجمله ای در تعداد احتمالات است در توزیع دوجمله دو احتمال موفقیت یا شکست وجود دارد ولی در توزیع چند جمله ای بیش از دو احتمال وجود دارد مثلا یک مسابقه احتمال برد ، مساوی و یا شکست داشته باشد.

فرمول توزیع چند جمله ای

 توزیع فوق هندسی

هرگاه بخواهیم این احتمال را پیدا کنیم که از بین N شی مورد نظر که k تای واجد شرایط است،n شی برگزینیم بطوریکه xتای آن واجد شرایط باشد از فرمول توزیع فوق هندسی استفاده می کنیم.

امید ریاضی توزیع فوق هندسی

واریانس توزیع فوق هندسی

نکته: اگر n کمتر از %5 N باشد بجای توزیع فوق هندسی می توان از توزیع دوجمله ای استفاده کرد.

توزیع پواسون

هنگامیکه n به سمت بی نهایت و pبه سمت صفر میل کند و در عین حال مقدار np ثابت بماند استفاده از توزیع پواسون مناسب خواهد بود.

فرمول توزیع پواسون

بطور کلی هرگاه و باشد توزیع پواسون تقریب خوبی برای توزیع دوجمله ای است.

و وقتی که و تقریب پواسون برای توزیع دوجمله ای بسیار عالی است.

نکته: امید ریاضی و واریانس توزیع پواسون است. و هر جا توزیعی امید ریاضی و واریانس آن یکی باشند توزیع پواسون است.

توزیع پواسون برای تعداد مراجعات

معمولا تعداد مراجعاتی که به سیستمی میشود از توزیع پواسون برخوردار است.

فصل هفتم

توابع احتمال پیوسته

تعریف تابع چگالی احتمال

تابع چگالی احتمال را با f(x) نشان می دهند تابع چگالی احتمال را تابع چگالی و یا چگالی احتمال نیز می نامند . احتمال اینکه متغیر تصادفی پیوسته x مقداری بین دو نقطه a و b را بگیرد برابراست با سطح زیر منحنی بین دو نقطه

نکته: در متغیرهای پیوسته احتمال اینکه متغیر تصادفیx دقیقا یک مقدار مشخص بگیرد برابر صفر است.

نکته:

1-احتمال مقداری غیر منفی است.یعنی

2-سطح زیر منحنی برابر یک است.

تابعی را تابع چگالی احتمالی می نامیم که شرایط زیر را داشته باشد.

الف-

ب-

تابع توزیع تصادفی پیوسته

در بسیاری از موارد مایلیم که مقدار متغیر تصادفی پیوسته از عدد حقیقیx کوچکتر یا مساوی نباشد را بدانیم در این موارد باید از تابع توزیع که گاهی توریع تجمعی گفته می شود استفاده نماییم.

نکته

نکته

 احتمال اینکه متغیر تصادفی پیوسته x مقداری بین دوعدد حقیقیa و b را بگیرد به این صورت محاسبه می شود:

این تابع را به شکل زیر می توان نوشت:

امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی پیوسته

در مورد متغیرهای تصادفی پیوسته برای محاسبه میانگین باید متغیر تصادفی را در تابع چگالی خود ضرب و سپس به ازای مقادیر ممکن متغیر ، انتگرال گیری کرد.

برای محاسبه واریانس باید متغیر متغر تصادفی را از میانگین خود کم کم کرد وحاصل را به توان دوم رساند و سپس در تابع چگالی خود ضرب ونهایتا به ازای مقادیر ممکن متغیر انتگرال گیری کرد.

*توزیع یکنواخت*

*متغیر پیوستهx را در نظر بگیرید که مقادیر خودرا بین انتخاب کند و الفا از بتا کوچکتر باشد اگر احتمال وقوع x در فاصله های هم اندازه باشد (به اندازه فاصله بین الفا وبتا) چگالی احتمال مربوط به آن یکنواخت است.*

*نکته: برای پیدا کردن میانگین و واریانس تابع یکنواخت باید از انتگرال استفاده کنیم.*

*توزیع نمایی*

 *اگر تعداد موفقیتها یا ورودیها دارای توزیع پواسون باشد زمان بین موفقیتها یا ورود یهای متوالی دارای توزیع نمایی است.*

*تابع چگالی توزیع نمایی به این صورت است.*

در این تابع پارامتر توزیع است و متوسط تعداد موفقیتها یا ورودی ها را در واحد زمان نشان می دهد

تابع توزیع این متغیر تصادفی به این صورت است.

F(x)=

فصل هشتم

توزیع نرمال

تعریف توزیع نرمال

متغیر تصادفی X با میانگین وانحراف معیار دارای توزیع نرمال است اگر تابع چگالی آن به این صورت باشد.

خصوصیات توزیع نرمال

1-سطح زیر منحنی بالای محور x ها برابر با یک است.به بیان دیگر

2-به ازای تمام مقادیر x مقدار بزرگتر یا مساوی صفر است به بیان دیگر به ازای تمام x ها خواهد بود.

حداکثر مقدار تابع در حاصل می شود به بیان دیگر در

 اولا: خواهد بود

 وثانیا می باشد.

تابع حول میانگین متقارن است به بیان دیگر است.

امید ریاضی و واریانس xبه ترتیب و می باشند به بیان دیگر

6-با دورتر شدن از چه در سمت چپ و چه در سمت راست منحنی به محور x نزدیکتر می شود ولی هیچگاه به صفر نمی رسد.

به بیان دیگر همچنین است.

7-در این توزیع میانگین ،میانه و مد با هم برابرند.

8-احتمال فاصله ای به اندازه یک انحراف معیار در هر طرف میانگین برابر به 68/0 و دو انحراف معیار برابر 954/0 و سه انحراف معیار برابر997/0 می باشد به بیان دیگر

*توزیع نرمال استاندارد*

*اگر متغیری که تابع چگالی ان بشکل زیر تعریف شوذ ودارای امید ریاضی صفر و واریانس یک باشد به این توزیع نرمال استاندارد می گویند.*

با داشتن میانگین و واریانس هر متغیری در صورتی که توزیع ان نرمال باشد می توان در ابتدا آن را به توزیع نرمال استاندارد تبدیل کرد و سپس با مراجعه به جدول 3 پیوست احتمال انرا پیدا کرد.

تقریب توزیع دو جمله ای بوسیله توزیع نرمال

قیبلا گفتیم که اگر n بزرگ وp نزدیک به صفر باشد توزیع پواسون با *تقریب خوبی برای دو جمله ای خواهد بود.*

*اگر* npمتغیر تصادفی x د*ارای توزیع دو جمله ای با پرامترهای nوp باشد در صورتیکه n بزرگ و p به صفر یا یک نزذیک نباشد تقریب نرمال با پرامترهای و*تقریب خوبی برای توزیع دوجمله ای خواهد بود

نکته توزیع دوجمله ای توزیعی گسسته وتوزیع نرمال توزیعی پیوسته است.

تقریب توزیع پواسون به وسیله توزیع نرمال

وقتیکه میانگین توزیع پواسون() نسبتا بزرگ می شودمی توان تقریب نرمال را برای توزیع پواسون بکار برد

بطور کلی اگر باشد تقریب نرمال تقریب خوبی برای پواسون است.

میانگین و انحراف معیار توزیع پواسونبرابر است با

و فرمول احتمال

نکته:در هنگام حا مسایل در استفاده از توزیع نرمال بجای پواوسون به دلیل گسسته بودن تابع توزیع پواسون وپیوسته بودن توزیع نرمال باید از تصحیحی پیوستگی استفاده کرد یعنی بجای محاسبه p(X=5)باید استفاده کرد

قضیه حد مرکزی

دو موضوع در قضیه حد مرکزی مطرح می شود موضوع اول جمع n متغیر تصادفی مستقل وموضوع دوم توزیعهای نمونه گیری است.

اگر توزیع هرجمله xi چولگی زیادی نداشته باشد واگر محتمل نباشد که یک جمله سهم عمده ای از مجموع را داشته باشد توزیع مجموع حداقل 10 متغیر تصادفی ( تقریبا توزیع نرمال خواهد بود.

فصل نهم

نمونه گیری وتوزیعهای نمونه گیری

تعریف توزیع نمونه گیری آماره (بریسم, 1390)

توزیع اماره آن تابع احتمالی است که از نمونه گیری مکرر حاصل می شود ودر شکل کاملتر ان را توزیع نمونه گیری امار ه می گویند.

1-9 دلایل نمونه گیری

1-هزینه

2-به روز بودن

3- درستی

4-زمان

5-ازمون تخریب

2-9 روشهای نمونه گیری

تعریف مفهوم اریب

در صورتی که نمونه نماینده واقعی جامعه نباشد می گویند نمونه دارای اریب است.

1-نمونه گیری تصادفی (قرعه کشی،جدول اعداد تصادفی)

2-نمونه گیری منظم(20 نفر 20نفر)

3-نمونه گیری گروهی(گروه های متجانس)(فهرست اعصای جامعه امکان پذیر است.)

4-نمونه گیری خوشه ای(فهرست اعضای جامعه امکان پذیر نیست)

5-نمونه گیری مرحله ای (در هر مرحله یک شرط)

3-9 روش نمون گیری تصادفی با جایگذاری و بدون جای گذاری

دلایل اهمیت نمونه گیری با جایگذاری:

1. اگر در جریان نمونه برداری از دوباره کاری آسوده خاطر باشیم زحمات ما خیلی کمتر می شود.
2. دلیل اصلی این است که همین اندک تغیری که در روش خود می دهیم باعث می شود که نمونه گیری و محاسبات ان آسان تر شود

4-9 توزیعهای نمونه گیری

5-9 خواص مطلوب آماره ها

6-9 قضیه حد مرکزی

7-9 نظریه رفتار

8-9 توزیع نمونه گیرینسبت موفقیت در نمونه()