انبساط جهان: کش آمدن فضا یا سرعت اولیه؟

احسان ابراهیمیان

چکیده

در این یادداشت کوتاه سعی کرده‌ام استدلال کنم که تصویر کردن انبساط جهان به عنوان مجموعه‌ای از مواد که با سرعتی اولیه از هم در حال دور شدن هستند تصویر مناسبی‌تری از انبساط جهان به دست می‌دهد تا تصویر کش آمدن فضا که ما را با سوالاتی عجیب رو به رو می‌کند.

۱ مقدمه

تصویر نسبیت عام در مورد انبساط کیهان در بادی امر ممکن است گمراه کننده به نظر برسد. تصویر ریاضی که متریک FRW نشان می‌دهد طوری است که گویا فضا در حال کش آمدن است همین تصویر است که باعث می‌شود سوالاتی از این دست مطرح شوند: آیا انبساط جهان روی منظومه شمسی یا کهکشان راه شیری تاثیر دارد؟ آیا انبساط جهان هسته اتم و الکترونش را هم از هم دور می‌کند؟

اگر انبساط کیهان را صرفا دور شدن مواد از هم بدانیم که در اثر سرعت اولیه از هم دور می‌شوند دیگر این سوالات معتبر نخواهند بود: وقتی دو چیز به دام گرانشی هم افتاده اند دیگر سرعت اولیه اهمیتی ندارد، بنابر این کهکشان‌ها یا منظومه شمسی هیچ اثری از انبساط عالم را نخواهد دید [۱]

قدرت تصویر فضای کش یابنده در پاسخ به چند سوال است. یکی این که انتقال به سرخ کیهانی را بسیار ساده توضیح می‌دهد: اگر فضا در حال کش آمدن باشد آنگاه طول موج فوتون‌ها هم همراه با فضا در حال کش آمدن است:

$$\frac{\lambda(t_2)}{\lambda(t_1)} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)} \qquad (۱)$$

[۱] ابرخوشه‌های خیلی بزرگ یا ساختارهایی که بسیار متاخر تشکیل شده‌اند قاعدتا هنوز ردی از آن سرعت اولیه را با خود دارند، اما اگر ساختاری مدتها پیش شکل گرفته باشد و ویژه زمان حرکت درون ساختار یا زمان دینامیکی بسیار کوچکتر از عمر آن باشد آن ساختار علی‌الاصول از انبساط جدا شده است، $1/\sqrt{G\rho}$ نمونه‌ای از ویژه زمان دینامیکی است، ویژه زمان دینامیکی منظومه شمسی از مرتبه چند ده سال است اما سن آن حدود ۵ میلیارد سال است یعنی حدود صد میلیون برابر زمان دینامیکی خود را سپری کرده است.

اگر فوتون در t_1 رها شده باشد و در t_2 در یافت شده باشد آنگاه:

$$1+z=\frac{\lambda(t_2)}{\lambda(t_1)}=\frac{a(t_2)}{a(t_1)} \qquad (۲)$$

این رابطه‌ای معروف است اما به نظر می‌رسد که در کیهان نزدیک تصویری که این رابطه به ما می‌دهد با تصویری که از اثر دوپلر هابلی داریم یکسان نیست. در اثر دوپلر هابلی برای کهکشان‌های نزدیک که سرعت دور شدنشان زیاد نیست، به کمک اثر دوپلر داریم $z=v/c$ و از روی رابطه هابل هم داریم $v=Hr$ اما این تصویر می‌گوید که برای کیهان نزدیک آنچه می‌بینیم اثر دوپلر است و نه کش آمدن فضا، اما با کش آمدن فضا هم می‌توان این رابطه را باز سازی کرد. اگر کهکشان گسیلنده فوتون در t_1 فاصله کوچکی از ما، مثلا r قرار داشته باشد با تقریب خوبی $t_2-t_1=r/c$ است بنا بر این:

(۳)

$$1+z=\frac{a(t_2)}{a(t_2-r/c)}\approx\frac{a(t_2)}{a(t_2)-\dot{a}r/c}\approx 1+\frac{\dot{a}(t_2)}{a(t_2)}\frac{r}{c} \implies zc=v=Hr$$

اما همچنان تاکید می‌کنم که این تصویر با تصویر اثر دوپلر متفاوت است: در این تصویر کش آمدن طول موج فوتون به خاطر کش آمدن فضای زیر آن است که از مدت رها شدن تا رسیدن به ناظر رخ داده است.

تصویر فضا کش‌یابنده توضیح ساده‌فهم‌تری هم برای این فراهم می‌کند که چرا ایرادی ندارد کهکشان‌های خیلی دور با سرعت بیشتری از سرعت نور از ما دور شوند: آنها در فضای که حضور دارند ساکن هستند اما فضای زیر پای آنها است که با سرعتی بیشتر از سرعت نور از ما دور می‌شود اما خود آنها نسبت به فضای زیرپایشان نمی‌توانند سریعتر از نور حرکت کنند. همچنین ایده این که مدهای کوانتمی در دوره تورم از درون افق تا بیرون افق هابلی کِش می‌آیند با فضای کش یابنده به راحتی قابل توضیح است.

اما تصویر فضای کش یابنده علی‌رغم زیبایی آن در توضیح برخی مسائل، از جنبه دیگری دردسر آفرین است، غیر از این سوال که کش آمدن فضا همان طور که مدهای کوانتمی را به فرا افق می‌برد، چه تاثیری روی ساختار موضعی ماده یا روی منظومه شمسی دارد؟ این سوال را هم ایجاد می‌کند که چه بلایی سر انرژی فوتون‌ها یا انرژی مواد نسبیتی می‌آید؟ من شخصا هیچ گاه توضیحات قانع‌کننده ای برای این سوالات نشنیده‌ام. در مورد تاثیر آنها روی منظومه شمسی اغلب به عبارت «تاثیر آن ناچیز است» متوسل می‌شویم (که از نظر شهودی حتی همین تاثیر ناچیز هم عجیب است) و در مورد انرژی فوتون هم بهترین جوابی که شنیده‌ام این است که انرژی در فضایی که تابعیت زمانی دارد پایسته نیست یا به طور موضعی پایسته است. اما گمان می‌کنم تصویر دور شدن موضعی مواد از هم به خاطر سرعت اولیه (و نه کش آمدن فضا زمان) علاوه بر این که به طور قانع کننده‌ای به این سوالات پاسخ می‌دهد، تمام نتایجی که از کِش آمدن فضا به دست می‌آید را هم می‌توان با این تصویر به دست آورد. در ادامه نشان خواهم داد که تصویر دور شدن مواد با سرعت اولیه به علاوه اصل هم ارزی، نتایج متریک FRW را به راحتی توضیح می‌دهد. راجع به نقش کلیدی اصل هم ارزی در این تصویر بیشتر صحبت خواهم کرد.

۲ ضریب مقیاس و دستگاه همراه: انتخاب هوشمندانه دستگاه مختصات

می‌توان با رابطه هابل شروع کرد:

$$v(t) = H(t)r(t) = \frac{dr}{dt} \tag{۴}$$

با انتگرال گیری از این رابطه خواهیم داشت:

$$\ln\left(\frac{r(t_2)}{r(t_1)}\right) = \int_{t_1}^{t_2} H(t)dt \tag{۵}$$

سمت چپ رابطه نسبت فاصله کهکشان از ما در دو زمان متفاوت است و سمت راست رابطه یک انتگرال زمانی که ربطی به فاصله کهکشان ندارد، بنابر این اگر تابع $a(t)$ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$a(t) = a_0 \exp\left(\int_{t_0}^{t} H(t')dt'\right) \implies \frac{r(t_2)}{r(t_1)} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)}, \quad H = \frac{\dot{a}}{a} \tag{۶}$$

معنی تابع a یک تجانس در جهان اطراف ماست. اگر از اصل همگنی و همسانگردی استفاده کنیم و فرض کنیم که هر نقطه‌ای از کیهان همین رابطه هابل و همین رابطه تجانسی را تجربه می‌کند می‌توان انبساط جهان را به تمامی تنها با ضریب مقیاس a توصیف کرد. آنچه باقی می‌ماند توصیف حرکات غیر انبساطی است، برای این کار باید مختصاتی انتخاب کنیم که همراه انبساط جهان و همراه شاره هابلی منبسط می‌شود و کش می‌آید: مختصات همراه (با انبساط)، بنا بر این فواصل فیزیکی به صورت زیر خواهد بود:

$$\vec{r} = a\vec{\chi} \implies \vec{v} = \frac{d}{dt}(a\vec{\chi}) = \frac{\dot{a}}{a}a\vec{\chi} = H\vec{r} \tag{۷}$$

که χ همان مختصات همراه است و در صورتی که جسمی فقط به خاطر انبساط جهان از ما دور شود، جای آن در این مختصات ثابت است. در واقع مختصات همراه یک انتخاب هوشمندانه دستگاه مختصات است که اثر دور شدن کلی مواد از همدیگر را از آن حذف کرده‌ایم و آن را درون a جا داده‌ایم. اینجا استفاده از این تعبیر که «بزرگ شدن a به معنی کش آمدن فضا است» دیگر موجه نیست، بزرگ شدن a به معنی دور شدن مواد از همدیگر است نه کش آمدن فضا، این فقط یک انتخاب دستگاه مختصات است که متریک FRW را موجه می‌کند.

۳ انتقال به سرخ دوپلری یا کیهانی؟

تصویر کش آمدن فضا انتقال به سرخ کهکشان‌ها را به راحتی توضیح می‌دهد اما به نظر می‌رسد تصویر دور شدن مواد نمی‌تواند به راحتی توضیح دهد که چطور به رابطه‌ی:

$$1 + z = \frac{a(t_O)}{a(t_E)} \qquad (۸)$$

برسیم که t_E زمان تابش و t_O زمان دریافت فوتون است. مخصوصا که در انتقال به سرخ‌های بالا از دوپلری نسبیتی هم نمی‌توان به راحتی استفاده کرد. راه چاره در اصل هم ارزی است، به دو صورت می‌توان با تصویر دور شدن مواد از هم به علاوه اصل هم ارزی به این رابطه رسید، در صورت اول فرض کنید یک کهکشان در فاصله دیفرانسیلی dr از ما قرار دارد، بنا بر این کهکشان دارای سرعت $dv = Hdr$ و انتقال به سرخ $dz = d\lambda/\lambda = dv/c$ است، بنا بر این:

$$\frac{d\lambda(t)}{\lambda(t)} = H\frac{dr}{c} = H(t)dt \implies \frac{\lambda(t_O)}{\lambda(t_E)} = \int_{t_E}^{t_O} H(t)dt = \frac{a(t_O)}{a(t_E)} \qquad (۹)$$

که از این واقعیت استفاده کردیم که $dr = cdt$ که dt مدت زمان در راه بودن فوتون بوده است.

راه دیگری برای رسیدن به این رابطه وجود دارد که تصویر فیزیکی بهتری را ارائه می‌دهد. فرض کنید فوتونی از زمان t_E به راه افتاده است و در زمان t_O به ما می‌رسد. این فوتون در بین راه از کهکشان‌های زیادی عبور می‌کند که فاصله هر کدام از هم Δr است. هر کدام از کهکشان‌ها نسبت به کهکشان کناری انتقال به سرخی تجربه خواهد کرد که به خاطر دور شدن کهکشان‌ها از هم است. بنا بر این:

$$1 + z = \frac{\lambda(t_O)}{\lambda(t_E)} = \frac{\lambda(t_E + \Delta t_1)}{\lambda(t_E)} . \frac{\lambda(t_E + \Delta t_1 + \Delta t_2)}{\lambda(t_E + \Delta t_1)} \cdots . \frac{\lambda(t_O)}{\lambda(t_O - \Delta t_N)} \qquad (۱۰)$$

که $\Delta t_i = \Delta r_i/c$ زمان رسیدن فوتون از یک کهکشان به کهکشان دیگر است. نقش اصل هم ارزی در اینجا کلیدی است: هر کهکشان نسبت به یک کهکشان همسایه، یک ناظر موضعی معتبر است و چون در حال سقوط آزاد هستند بنا بر این تا جایی که به هم نزدیک باشند قوانین فیزیک بین آنها قوانین فضای تخت خواهد بود. بنا بر این انتقال به سرخی که در کهکشان i ـ ام سر راه دیده می‌شود:

$$\frac{\lambda(t_i + \Delta t_i)}{\lambda(t_i)} = 1 + z_i = 1 + H(t_i)\Delta r_i/c = 1 + H(t_i)\Delta t_i \qquad (۱۱)$$

بنا بر این:

$$1 + z = \prod_i (1 + H(t_i)\Delta t_i) = \exp\left(\sum_i \ln(1 + H(t_i)\Delta t_i)\right) \qquad (۱۲)$$

اگر از این واقعیت که $\ln(1+x) \approx 1+x, x \ll 1$ آنگاه:

$$1+z = \exp\left(\sum_i H(t_i)\Delta t_i\right) = \exp\left(\int_{t_E}^{t_O} H(t)dt\right) = \frac{a(t_O)}{a(t_E)} \quad (۱۳)$$

بنا بر این ما همان رابطه قبلی رسیدیم اما این بار با تصویر دور شدن اشیای جهان از هم به علاوه اصل هم ارزی به جای تصویر کش آمدن فضا که تصویری دردسر آفرین است. در این تصویر انتقال به سرخ کیهانی در واقع اثر تجمعی انتقال به سرخ‌های دوپلری سر راه است.

۴ حرکت ذرات در جهان منبسط شونده

برای درک بهتر تصویر دور شدن اجسام از هم به جای تصویر کش آمدن فضا، فرض می‌کنیم یک موشک با سرعت اولیه v نسبت به شاره هابلی پرتاب شده است. به عبارتی یک کهکشان که نسبت به شاره هابلی ساکن است موشک یا پرتابه‌ای را با سرعت v نسبت به خودش پرتاب می‌کند. بعد از گذشت زمان Δt این موشک به کهکشان همسایه در $r = v\Delta t$ می‌رسد که خود این کهکشان هم نسبت به شاره هابلی ساکن است (به عبارتی برای این کهکشان هم $v_g = Hr$ برقرار است که v_g سرعت کهکشان است. اگر این کهکشان به اندازه کافی به ما نزدیک باشد، با اتکا به معتبر بودن قانون اول نیوتون و ثابت بودن سرعت کهکشان، به راحتی می‌توان گفت که سرعت این موشک نسبت به شاره هابلی بعد از زمان Δt برابر است با سرعت اولیه منهای سرعت کهکشان همسایه که همراه شاره هابلی حرکت می‌کند:

$$v(t+\Delta t) = v(t) - v_g = v(t) - Hr = v(t) - Hv(t)\Delta t \implies \frac{dv}{dt} = -Hv(t) \quad (۱۴)$$

نتیجه این رابطه از این قرار است که سرعت نسبت به شاره هابلی با انبساط جهان افت می‌کند:

$$v(t) = v(t_0)\frac{a(t_0)}{a(t)} \quad (۱۵)$$

اما این رابطه و این ساز و کاری که برای به دست آوردن آن استفاده کردیم توضیحی قانع کننده برای این سوال فراهم می‌کند که انرژی فوتون چه می‌شود. بیاید برای پاسخ به این سوال از سوالی ساده تر شروع کنیم: با توجه به این که سرعت موشک کم شده است، آیا می‌توانیم بپرسیم که انرژی جنبشی موشک چه شده است؟ تبدیل به انرژی پتانسیل شده است؟ خیر! ما صرفا سرعت موشک را نسبت به شاره هابلی در نظر گرفتیم که به وضوح چون کهکشان‌های همسایه نسبت به هم در حال حرکت‌اند سرعت موشک نسبت به شاره هابلی باید به مرور کم و کمتر شود اما سرعت خودش هیچ تغییری نمی‌کند. به همین ترتیب انرژی فوتونی که کهکشان رها کرده به این دلیل کم می‌شود که کهکشان نسبت به ما ساکن نیست، همان طور که عجیب است بپرسیم در انتقال به سرخ دوپلری انرژی فوتون چه می‌شود، همان طور که عجیب است بپرسیم چرا انرژی جنبشی از دید دو ناظر متحرک یکسان نیست، اینجا هم عجیب است بپرسیم که انرژی فوتون چه می شود.

در مورد انرژی محتوای نسبیتی هم این ساز و کار صادق است: انرژی محتوی نسبیتی صرفا به خاطر اصرار ما بر استفاده از دستگاه مختصات همراه– دستگاهی که هر نقطه‌اش نسبت به دیگری ساکن نیست و متناسب با $\dot{a}$ از هم دور می‌شوند– در حال کاهش است و نه چیز دیگر. در همین تصویر رفتن مدهای کوانتمی به فراافق در دوران تورم را هم می‌توان توضیح داد: این مدها به خاطر این که بدون جرم هستند با سرعت نور منتشر می‌شوند و حرکت آنها در مختصات همراه باعث کش آمدن و فرا افق شدن آنها می‌شود و فرایند جادویی کش آمدن فضا نقشی در این میان ندارد. مدهای پلانکی هم در این قالب قابل تصویر هستند: مدهایی که به خاطر حرکت‌شان در طی دوران تورم، طول موج آنها از زیر پلانک به فرا افق می‌رود.

برای این که قدرت این تصویر دور شدن مواد از هم به جای تصویر کش آمدن فضا را ببینیم، مسئله موشک را یک بار با همان ساز و کار اما با در نظر گرفتن نسبیت خاص حل می‌کنم و بار دیگر هم در نسبیت عام این کار ار انجام می‌دهیم. برای حل نسبیتی کافی است به جای رابطه اختلاف سرعت‌های گالیله‌ای، اختلاف سرعت نسبیتی را در نظر بگیریم:

$$v(t+\Delta t) = \frac{v(t)-v_g}{1-\frac{v(t)v_g}{c^2}} \approx v(t)\frac{1-H(t)\Delta t}{1-H(t)\Delta t v^2/c^2} \qquad (۱۶)$$

بنا بر این:

$$\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t) \approx -v.(1-v^2/c^2)H(t)\Delta t \qquad (۱۷)$$

و در نهایت:

$$\frac{dv}{dt} = -v(1-v^2/c^2)H(t) \implies \frac{\beta(t)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}}\frac{a_0}{a} \qquad (۱۸)$$

که $\beta = v/c$ است. این رابطه حتی نشان می‌دهد که سرعت نور همیشه نسبت به شاره هابلی برابر c است. اما این رابطه را می‌توان از طریق متریک FRW هم به دست آورد که به زمان اصلی کیهان‌شناسی نزدیک است. ابتدا توجه کنید که طبق رابطه:

$$\frac{dr}{dt} = \dot{a}\chi + \dot{\chi}a \qquad (۱۹)$$

جمله $\dot{\chi}a$ همان سرعت نسبت به شاره هابلی یا v است. حالا از روی متریک رابرتسون واکر:

$$ds^2 = c^2dt^2 - a(t)^2d\chi^2 \qquad (۲۰)$$

فعلا از قسمت زاویه‌ای متریک صرف نظر می‌کنیم. معادله ژئودزیک را می‌نویسم:

$$\frac{d^2\chi}{d\tau^2} + 2H\frac{dt}{d\tau}\frac{d\chi}{d\tau} = 0 \qquad (۲۱)$$

که τ ویژه زمان است و $ds = cd\tau$ بنا بر این رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویس کرد:

$$\frac{d}{d\tau}\left(a^2\frac{d\chi}{d\tau}\right) = 0 \implies a^2\frac{d\chi}{d\tau} = a_0^2\frac{d\chi}{d\tau}\Big|_{t_0} \qquad (۲۲)$$

با توجه به این که از روی متریک می‌دانیم:

$$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{a^2\dot{\chi}^2}{c^2}}, \quad \dot{\chi} = \frac{d\chi}{dt} \qquad (۲۳)$$

و این که $a\dot{\chi}$ سرعت نسبت به شاره هابلی، یعنی v است، می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$a(t)\frac{v(t)}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = a_0\frac{v_0}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}} \qquad (۲۴)$$

که همان رابطه ۱۸ است و در حد سرعت‌های کم و غیر نسبیتی به رابطه ۱۵ می‌رسد.

۵ تصویر نسبیت عام و مسئله سرعت نور

به نظر می‌رسد تنها چیزی که در تصویر دور شدن اجرام از هم دردسرساز است وجود کهکشان‌هایی است که با سرعت بیش از سرعت نور از ما دور می‌شوند، اما اصل هم ارزی این مورد را هم حل می‌کند: بنا به اصل هم ارزی فیزیک در فاصله بسیار کوچک فیزیک فضای تخت است اما به محض دور شدن فواصل، از روابط فضای تخت و به طور کلی روابط نسبیت خاص نمی‌توان استفاده کرد و با توجه به این که حد سرعت نور در نسبیت خاص مهم است و نسبیت خاص در جهان خمیده معتبر نیست، هیچ نگرانی هم در باب حرکت سریع‌تر از سرعت نور وجود ندارد. در واقع مسئله حتی پایه‌ای تر از این‌هاست و سرعت و فاصله در انتقال به سرخ‌های بالا اصلا خوش‌تعریف نیستند. ما برای اندازه‌گیری سرعت، به اندازه گیری فاصله و برای اندازه گیری فاصله به تعریف همزمانی نیاز داریم. نسبی بودن همزمانی در نسبیت خاص باعث می‌شود که طول نسبی باشد (انقباض لورنتس) اما در نسبیت عام حتی تعریف زمان هم سر راست نیست بنا بر این فاصله و سرعت اجسامی که بسیار دور از ما هستند معنی فیزیکی ندارد، مگر این که بتوان یک فضای تخت پیدا کرد که ما و آن اجرام در این فضای تخت به هم نزدیک باشیم که با توجه به خمیدگی کیهان چنین چیزی غیر ممکن است.

۶ جمع‌بندی

در حالی که به نظر می‌رسد متریک FRW از یک فضای کش یابنده سخن می‌گوید که قرار است هر چیزی را از هم جدا کند و نتایج آن در بادی امر عجیب است، در ابتدا نشان دادیم که مختصات همراه (و در نتیجه خود متریک FRW) در واقع صرفا یک انتخاب دستگاه

مختصات است که حرکت‌های انبساطی و دور شدن اجرام از هم را از حرکت‌های موضعی و غیر انبساطی جدا می‌کند و لزوما ناشی از شهود کش آمدن فضا نیست. سپس با تصویر فیزیک موضعی فضای تخت و شهود دور شدن کهکشان‌ها (و نه کش آمدن فضا) نشان دادیم که نتایج متریک FRW به راحتی به دست می‌آیند بدون این که ما را در وادی سوالاتی عجیب رها کند. بنا بر این به نظر شهود سرعت اولیه و دور شدن اجرام نسبت به شهود کش آمدن فضا، واقعیت فیزیکی را بهتر توضیح می‌دهد.