

هووالعلم

مرحله اول آزمون انتخابی مسابقات IMC کره جنوبی

ویژه دانش آموزان پایه ی هفتم و سوم راهنمایی

بهمن ماه ۱۳۹۲

مدت زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه

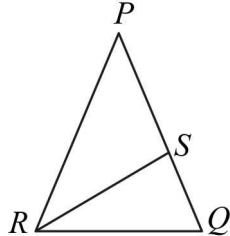
سوالات نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

۱. اگر p ، q و r اعداد صحیح و مثبتی باشند، داشته باشیم $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$ ، p برابر با چه عددی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۲. در شکل زیر مثلث های PQR و QRS متساوی الساقین هستند. اگر $QR = RS = 1$ و $PR = PQ = 2$ باشند، اندازه ی QS کدام است؟



(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱ (۵) $\frac{5}{4}$

۳. یک ظرف را با تعدادی مهره و سکه پر می کنیم که جنس آن ها از طلا یا نقره است. ۲۰٪ از کل چیزهایی که درون ظرف انداخته ایم، مهره هستند. همچنین ۴۰٪ از سکه ها از جنس نقره هستند. چند درصد از اشیای درون ظرف را سکه های طلا تشکیل می دهند؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۸ (۳) ۵۲ (۴) ۶۰ (۵) ۸۰

۴. فرض کنید داشته باشیم $A = 2^{100} + 2^{99} + \dots + 2^1 + 2^0$. باقی مانده ی تقسیم A بر ۷ چیست؟

(۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴ (۵) ۲

۵. پویا ۵ سبد داشت که در مجموع ۱۳۸ سیب در آن ها قرار داشت. او به سبد اول دو سیب، به سبد دوم چهار سیب، به سبد سوم هشت سیب و... اضافه می کند. سپس متوجه می شود که تعداد سیب های موجود در هر سبد با بقیه مساوی است. تعداد سیب های اولیه ی سبد چهارم چقدر بوده است؟

(۱) ۳۸ (۲) ۴۲ (۳) ۲۸ (۴) ۲۴ (۵) ۵۰

۶. نقطه ای را به طور تصادفی داخل یک دایره انتخاب می کنیم. احتمال این که نقطه به مرکز دایره نزدیک تر باشد تا به محیط دایره، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۵) $\frac{1}{2}$

۷. به آرایش عددی زیر توجه کنید:

۱
۲ ۳
۴ ۵ ۶
۷ ۸ ۹ ۱۰
۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵
⋮

عددی که دقیقاً زیر ۱۳۹۲ قرار می‌گیرد، کدام است؟

- ۱۴۴۶ (۳) ۱۴۳۸ (۲) ۱۴۳۹ (۱)
۱۴۴۵ (۵) ۱۴۴۴ (۴)

۸. چند مستطیل در جدول زیر می‌توان پیدا کرد، به طوری که حاصل جمع اعداد داخل مستطیل‌ها مضربی از ۷ باشد؟

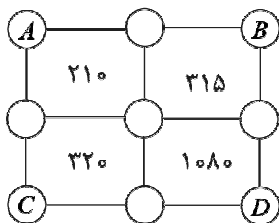
۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹
۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

- ۱۶۳ (۱)
۱۷۵ (۲)
۱۵۶ (۳)
۱۴۸ (۴)
۱۶۰ (۵)

۹. چند عدد سه رقمی می‌توان پیدا کرد که هم دارای رقم زوج و هم دارای رقم فرد باشند؟ (صفر را یک رقم زوج در نظر بگیرید.)

- ۸۹۱ (۱) ۶۷۵ (۲) ۷۲۵ (۳) ۸۳۰ (۴) ۶۲۸ (۵)

۱۰. اعداد ۱ تا ۹ را در ۹ دایره‌ی شکل زیر طوری قرار می‌دهیم که اولاً عدد داخل هیچ دو دایره‌ی یکسان نباشد و ثانیاً این که حاصل ضرب چهار عدد موجود در دایره‌های رئوس هر مربع کوچک برابر با عددی شود که داخل آن مربع نوشته شده است. حاصل ضرب اعدادی که با A ، B ، C و D مشخص شده‌اند، کدام است؟



- ۱۹۲ (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳)
۱۲۰ (۴) ۱۴۴ (۵)

۱۱. دنباله‌ی فیبوناتچی دنباله‌ای از اعداد است که دو عدد اول آن عبارتند از ۱ و ۱ و بقیه‌ی اعداد این دنباله از جمع کردن دو عدد قبلی خود به دست می‌آیند، پس با این حساب چند عدد ابتدایی دنباله‌ی فیبوناتچی عبارتند از: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ کدام رقم دیرتر از بقیه‌ی ارقام در مرتبه‌ی یکان در اعداد فیبوناتچی ظاهر می‌شود؟

- ۰ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹ (۵)

۱۲. فرض کنید x ، y و z اعدادی نامنفی باشند. اگر $x+y=10$ و $y+z=8$ و $S=x+z$ باشد، حاصل جمع حداکثر و حداقل مقدار S کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶ (۵)

۱۳. چند عدد طبیعی مانند n می‌توان پیدا کرد که هم $\frac{n}{۲}$ و هم $۲n$ اعداد حسابی چهاررقمی باشند؟

- ۳۰۰۰ (۱) ۲۹۹۹ (۲) ۱۴۹۸ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۴۹۹ (۵)

۱۴. دو دنباله‌ی عددی A و B به ترتیب زیر داده شده‌اند:

$$A: 10, 16, 22, 28, \dots, 1000$$

$$B: 15, 26, 37, \dots, 1005$$

چند عدد وجود دارند که در هر دو دنباله ظاهر می‌شوند؟

(۱) ۲۷ (۲) ۸ (۳) ۶۶ (۴) ۱۵ (۵) ۳۲

۱۵. یک عدد اول «یاکوبسون» دارای این خاصیت است که اگر جای رقم‌های آن را عوض کنیم، عدد به دست آمده باز هم اول است. به عنوان مثال ۱۷ یک عدد اول یاکوبسون است. زیرا اگر جای رقم‌های آن را عوض کنیم، عدد ۷۱ به دست می‌آید که باز هم عددی اول است. حاصل جمع کلیه‌ی اعداد سه‌رقمی یاکوبسون کدام است؟

(۱) ۲۶۶۴ (۲) ۱۸۸۷ (۳) ۵۵۵ (۴) ۳۰۲۸ (۵) ۱۳۹۲

۱۶. اگر n عددی طبیعی و $2n$ و $3n$ به ترتیب ۲۸ و ۳۰ مقسوم‌علیه طبیعی داشته باشند. $6n$ دارای چند مقسوم‌علیه طبیعی است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۳۴ (۴) ۳۰ (۵) ۳۳

۱۷. چند عدد طبیعی را می‌توان به صورت حاصل جمع چهار عدد متمایز از مجموعه‌ی اعداد $\{15, 19, 23, 27, 31, 35, 39\}$ نوشت؟

(۱) ۳۵ (۲) ۲۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲ (۵) ۷

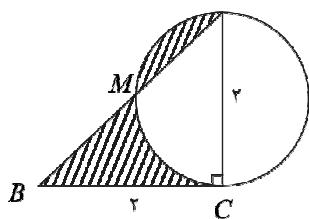
۱۸. یک n ضلعی کامل نامیده می‌شود، اگر برای هر عدد صحیح k که $1 \leq k \leq n$ است، دقیقاً ضلعی به اندازه‌ی k وجود داشته باشد و هر دو ضلع مجاور آن بر هم عمود باشند. کم‌ترین مقدار n که برای آن n ضلعی کامل می‌توانیم داشته باشیم، چند است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲ (۵) ۱۶

۱۹. آزمونی شامل ۴۰ پرسش ۵ گزینه‌ای است. هر پاسخ درست دارای ۴ نمره‌ی مثبت، هر پاسخ غلط دارای یک نمره‌ی منفی است. به سوال‌های بدون پاسخ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد. حداقل تعداد شرکت‌کنندگان چند نفر باشد تا مطمئن باشیم که حداقل دو نفر نمره‌های کل برابری را به دست می‌آورند؟

(۱) ۱۵۶ (۲) ۱۹۱ (۳) ۱۹۴ (۴) ۱۹۶ (۵) ۲۰۱

۲۰. در شکل زیر قطر دایره برابر با ۲ می‌باشد. مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده چه قدر است؟ (OA قطر دایره و BO در نقطه‌ی O بر دایره مماس است و پاره خط AB دایره را در M قطع می‌کند.)



(۱) $\pi - \frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$

(۴) $\frac{3}{2}$ (۵) $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$

۲۱. یک قطعه موکت به ابعاد 3×10 در اختیار داریم و می‌خواهیم با آن یک اتاق 2×15 را موکت کنیم. برای این کار حداقل چند برش باید انجام شود؟ در هر برش می‌توانیم یک قطعه موکت را با یک منحنی دلخواه به دو قطعه تقسیم کنیم. ضمناً ابعاد داده شده بر حسب متر هستند؟

(۱) پنج (۲) سه (۳) چهار (۴) دو (۵) یک

۲۲. از یک کتاب ۱۰۰۰ برگی که صفحه‌های آن از ۱ تا ۲۰۰ شماره‌گذاری شده بود، ۳۵ برگ از جاهای مختلف جدا کردیم. سپس ۷۰ عددی را که در صفحه‌های این ۳۵ برگ وجود داشت، با هم جمع کردیم. حاصل جمع کدام یک از اعداد زیر ممکن است باشد؟

(۱) ۲۴۸۳ (۲) ۴۱۲۶ (۳) ۴۱۶۵ (۴) ۲۴۷۵ (۵) ۲۴۸۰

۲۳. اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ... و ۱۰۰ را به ترتیبی دلخواه دور یک دایره چیده‌ایم. حداکثر چندتا از آن‌ها وجود دارند که از هر دو عدد مجاور خود در دایره بزرگ‌ترند؟

(۱) ۴۸ (۲) ۵۱ (۳) ۹۸ (۴) ۵۰ (۵) ۴۹

۲۴. می‌خواهیم نقطه‌های شکل زیر را با حروف A یا B برچسب‌گذاری کنیم؛ به طوری که هیچ دو نقطه‌ای که با یک پاره‌خط به هم وصل هستند، دارای یک برچسب نباشند. هر نقطه را فقط یا با حرف A و یا با حرف B می‌توان برچسب‌گذاری کرد. اختلاف تعداد نقطه‌های با برچسب A با تعداد نقطه‌های با برچسب B حداکثر چه عددی می‌تواند باشد؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۲۵. خانه‌های یک جدول کاغذی 2×3 با شش رنگ به شماره‌های ۱ تا ۶ رنگ شده‌اند. کاغذ را سه بار تا می‌زنیم تا در نهایت به یک مربع 1×1 برسیم. تا زدن فقط باید روی خطوط عمودی یا افقی صورت پذیرد. در پایان شش مربع 1×1 روی هم قرار می‌گیرند. کدام یک از رنگ‌آمیزی‌های زیر را نمی‌توان سه بار تا زد، به گونه‌ای که رنگ‌ها به ترتیب ۱ تا ۶ روی هم قرار گیرند؟

۵	۴	۱
۶	۳	۲

 (۵)

۲	۱	۳
۵	۶	۴

 (۴)

۵	۶	۱
۴	۳	۲

 (۳)

۶	۵	۱
۳	۴	۲

 (۲)

۵	۳	۲
۶	۴	۱

 (۱)

قابل توجه دانش‌آموزان گرامی

جهت مشاهده نتایج، دریافت اطلاعات و نحوه‌ی ثبت‌نام دانش‌آموزان پذیرفته شده‌ی آزمون انتخابی مرحله اول در دوره‌های آموزشی و گزینشی، روز پنج‌شنبه ۱ اسفندماه به سایت خانه ریاضی (WWW.Mathhome.ir) مراجعه نمایید.