



سوالات چهارگزینه‌ای ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی
گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن
وقت پیشنهادی حل شوند.

فهرست مندرجات

۱	آشنایی با نظریه‌ی اعداد	۱
۱	۱.۱ استدلال ریاضی	۱
۵	۲.۱ بخش‌پذیری در اعداد صحیح	۵
۸	۳.۱ هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها	۸
۱۳	۲ گراف و مدل‌سازی	۱۳
۱۳	۱.۲ معرفی گراف	۱۳
۱۷	۲.۲ مدل‌سازی با گراف	۱۷
۲۱	۳ ترکیبیات (شمارش)	۲۱
۲۱	۱.۳ مباحثی در ترکیبیات	۲۱
۲۱	۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل	۲۱
۲۲	۲.۱.۳ جایگشت‌های با تکرار	۲۲
۲۳	۳.۱.۳ مربع‌های لاتین	۲۳
۲۵	۲.۳ روش‌هایی برای شمارش	۲۵
۲۵	۱.۲.۳ اصل شمول و عدم شمول	۲۵
۲۶	۲.۲.۳ اصل لانه کبوتری	۲۶
۲۹	۴ خودآزمایی‌ها	۲۹
۳۰	۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی)	۳۰
۳۳	۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (بخش‌پذیری در اعداد صحیح)	۳۳
۳۵	۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)	۳۵
۳۷	۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)	۳۷
۳۹	۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف)	۳۹

۴۱	خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)	۶.۴
۴۳	خودآزمایی شماره ۷ (مدل‌سازی با گراف)	۷.۴
۴۶	خودآزمایی شماره ۸ (مدل‌سازی با گراف)	۸.۴
۴۹	خودآزمایی شماره ۹ (مباحثی در ترکیبیات)	۹.۴
۵۲	خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبیات)	۱۰.۴
۵۴	خودآزمایی شماره ۱۱ (روش‌هایی برای شمارش)	۱۱.۴
۵۷		سؤالات کنکورهای اخیر	۵
۵۷	سؤالات کنکور ۹۸	۱.۵
۵۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۵
۵۸	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۵
۶۱		پاسخنامه	۶

فصل ۱

آشنایی با نظریه‌ی اعداد

۱.۱ استدلال ریاضی

سراسری ۸۰

(۱) کدام گزینه‌ی زیر مثال نقض دارد؟

- (۱) هر مربع لوزی است.
- (۲) هر عدد اول و بزرگتر از ۲ فرد است.
- (۳) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.
- (۴) توان دوم هر عدد طبیعی بزرگتر از توان سوم آن است.

(۲) حکم روبه‌رو مفروض است: «اگر A و B دو ماتریس هم‌مرتبه باشند و $AB = o$ آنگاه $A = o$ یا $B = o$ » برای درستی این حکم از روش استفاده می‌کنیم. (o ماتریس صفر هم‌مرتبه با A و B است.)

(۱) اثبات - برهان خلف (۲) رد - مثال نقض (۳) اثبات - اثبات مستقیم (۴) رد - اثبات بازگشتی

(۳) کدام عدد مثال نقضی برای حکم «باقی‌مانده‌ی تقسیم مربع هر عدد اول بر ۷ برابر ۲ است» است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

(۴) کدام گزینه برای هر عدد طبیعی n درست نیست؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (۲) \quad (۱) \quad 1 - 1 - 1 \text{ بر } 5 \text{ بخش پذیر است.}$$

$$n! < 3^n \quad (۳) \quad (۴) \quad 1 - 8^n \text{ مضرب } 7 \text{ است.}$$

(۵) برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

- (۱) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- (۲) دو زاویه که اضلاع متناظرشان موازی است، با هم برابرند.
- (۳) مربع هر عدد مثبت، بزرگتر از خود عدد است.
- (۴) در هر متوازی‌الاضلاع دو زاویه‌ی مجاور مکمل‌اند.

۶) برای کدام حکم زیر نمی توان مثال نقض آورد؟

- ۱) هر عدد طبیعی را می توان به صورت حاصل جمع دو عدد طبیعی متوالی نوشت.
- ۲) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۳) اگر $x^2 > 0$ باشد، $x > 0$ است.
- ۴) مربع هر عدد فرد به صورت $8q + 1$ است.

۷) کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ۱) هر مربع یک لوزی است.
 - ۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت $3k + 1$ است.
 - ۳) مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ است.
 - ۴) جذر هر عدد طبیعی از آن عدد کوچکتر است.
- ۸) در مثلثی اندازه‌ی یک زاویه، برابر با میانگین اندازه‌ی دو زاویه‌ی دیگر است. کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- ۱) این مثلث دقیقاً یک زاویه‌ی 60° درجه دارد.
 - ۲) این مثلث حداقل یک زاویه‌ی 60° درجه دارد.
 - ۳) این مثلث زاویه‌ی 60° درجه ندارد.
 - ۴) این مثلث دو زاویه‌ی بیشتر از 60° درجه دارد.
- ۹) برای کدام یک از احکام زیر می توان مثال نقض پیدا کرد؟

- ۱) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی مربع کامل نیست.
- ۲) حاصل ضرب دو عدد زوج طبیعی و متوالی مربع کامل نیست.
- ۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متمایز بر ۸ بخش پذیر است.
- ۴) مجموع جذرهای دو عدد طبیعی متوالی گنگ است.

۱۰) کدام دارای مثال نقض است؟

$$(1) \quad a^3 = b^3 \implies a = b \quad (2) \quad |a| = |b| \implies a^2 = b^2$$

$$(3) \quad (x+1)a = (x+1)b \implies a = b \quad (4) \quad (x^2+1)a = (x^2+1)b \implies a = b$$

۱۱) در اثبات یک قضیه به روش اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می شود؟

- ۱) فرض را درست می گیریم و به حکم درست دست می یابیم.
- ۲) فرض را نادرست می گیریم و به حکم نادرست می رسیم.
- ۳) حکم را نادرست می گیریم و با فرض نادرست مواجه می شویم.
- ۴) حکم را درست می گیریم و به فرض درست می رسیم.

۱۲) کدام حکم زیر درست است؟

- ۱) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲ است.
- ۲) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰ است.
- ۳) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰۰ است.
- ۴) هر سه مورد

۱۳) می‌خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 عددی فرد باشد، آنگاه n نیز عددی فرد است. در این صورت کدام گزینه برای اثبات این مطلب با برهان خلف صحیح است؟

- ۱) فرض می‌کنیم که n عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم n^2 نیز عددی فرد است.
- ۲) فرض می‌کنیم که n عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم n^2 نیز عددی فرد است.
- ۳) فرض می‌کنیم که n عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم n^2 نیز عددی زوج است.
- ۴) فرض می‌کنیم که n عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم n^2 نیز عددی زوج است.

۱۴) فرض کنید a عددی گنگ باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

- ۱) دست کم یکی از a^3 و $a^4 - 1$ گنگ است.
- ۲) دست کم یکی از $a^3 - 1$ و a^6 گنگ است.
- ۳) دست کم یکی از اعداد a^2 ، a^3 و a^5 گویا است.
- ۴) حداکثر یکی از اعداد $a^3 + 1$ و a^4 گنگ است.

۱۵) کدام یک از احکام زیر همواره درست است؟

- ۱) حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۲) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۳) حاصل ضرب یک عدد گنگ در یک عدد گویا، عددی گنگ است.
- ۴) مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است.

۱۶) کدام حکم زیر را نمی‌توان با مثال نقض رد کرد؟

- ۱) حاصل جمع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است.
- ۲) عدد $2^n + 1$ به ازای هر عدد طبیعی n ، عددی اول است.
- ۳) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۴) عدد $2^n - 1$ به ازای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، عددی اول است.

۱۷) اگر عبارت $\sqrt{5}(a^2 - am + 1)$ به ازای $a = 1$ گویا باشد و $m \in \mathbb{N}$ ، مقدار m کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۸) کدام گزینه‌ی زیر همواره صحیح است؟

- ۱) اگر عدد طبیعی n^2 بر m بخش پذیر باشد، آنگاه n نیز بر m بخش پذیر است.
- ۲) اگر x یک عدد گویا و y یک عدد اصم باشد، آنگاه $xy + y$ یک عدد اصم است.
- ۳) محیط دایره یک عدد اصم است.
- ۴) اگر x یک عدد گویا و y یک عدد اصم باشد، آنگاه $(x^2 + 1)y$ یک عدد اصم است.

۱۹) اگر عدد $\alpha - \beta$ گویا و عدد $\alpha + \beta$ گنگ باشد، در این صورت در مورد عددهای α و β کدام صحیح است؟

۱) α و β هر دو گنگ هستند. ۲) α و β هر دو گویا هستند.

۳) α گویا و β گنگ است. ۴) α گنگ و β گویا است.

۲۰) کدام گزینه درست است؟

۱) عدد $4 + 3^n$ همواره یک عدد اول است.

۲) برای اعداد طبیعی x, y, z ، همواره $z\sqrt{xy}$ عددی گنگ است.

۳) اگر x عددی فرد باشد، آنگاه $x^3 - 1$ عددی زوج است.

۴) اگر x عددی فرد باشد، آنگاه $x(x+2)$ عددی زوج است.

۲۱) به حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی دو رقمی متوالی دلخواه، یک واحد اضافه کرده ایم. عدد حاصل لزوماً چگونه است؟

۱) اول (۲) زوج (۳) مضرب ۳ (۴) مربع کامل

۲۲) کدام یک از نامساوی‌های زیر به ازای هر x و y مثبت و حقیقی برقرار است؟

۱) $\frac{1}{4}(x+y) \leq \sqrt{xy}$ (۲) $\frac{1}{4}(x+y) \geq \sqrt{xy}$ (۳) $\frac{1}{4}(x+y) \leq xy$ (۴) $\frac{1}{4}(x+y) \geq xy$

۲۳) دانش آموزی با اثبات بازگشتی زیر ثابت کرد که به ازای هر x و y حقیقی، حاصل ضرب xy نامنفی است. ایراد کار در کدام مرحله است؟

(بدیهی) $x^2 + y^2 \geq 0$ ← مرحله چهارم $x^2 + y^2 - 2xy + 2xy \geq 0$ ← مرحله سوم $(x-y)^2 + 2xy \geq 0$ ← مرحله دوم $2xy \geq 0$ ← مرحله اول $xy \geq 0$

۱) مرحله اول (۲) مرحله دوم (۳) مرحله سوم (۴) مرحله چهارم

۲۴) در اثبات نامساوی $|x+y| \leq |x| + |y|$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه همواره درست می‌رسیم؟

۱) $(x+y)^2 \geq 0$ (۲) $xy \leq |xy|$ (۳) $|x+y|^2 = |(x+y)|^2$ (۴) $|xy| \leq 2xy$

۲۵) در اثبات نامساوی $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$ به روش بازگشتی، شرط برقراری نامساوی و رابطه بدیهی که در آخر به آن می‌رسیم، به ترتیب کدام‌اند؟

۱) a و b منفی باشند، $(a+b)^2 \geq 0$ (۲) $ab < 0$ باشد، $(a+b)^2 \geq 0$

۳) a و b منفی باشند، $(a-b)^2 \geq 0$ (۴) $ab < 0$ باشد، $(a-b)^2 \geq 0$

۲۶) در اثبات نامساوی $\frac{(n+1)^{n+1}}{2^n} \leq \left(\frac{n+2}{2}\right)^{n+1}$ به روش بازگشتی، به کدام حکم درست زیر می‌رسیم؟

۱) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \geq 2$ (۲) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \leq 2$

۳) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \geq 2$ (۴) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \leq 2$

۲۷) کدام یک از نامساوی‌های زیر به ازای تمام اعداد حقیقی برقرار نیست؟

۱) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2\left(x+y+z - \frac{3}{4}\right)$ (۲) $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1)$

۳) $x^2 + 4y^2 > -(4xy+1)$ (۴) $x^5 + y^5 > x^4y + xy^4$

۲.۱ بخش پذیری در اعداد صحیح

آزاد ۷

(۲۸) اگر $a - b | a$ ، آنگاه:

$a - b | b$ (۴) $a | b$ (۳) $b | a - b$ (۲) $a | a - b$ (۱)

(۲۹) اگر $5 | 3x - 1$ کدام گزینه نادرست است؟

$5 | 6x + 3$ (۴) $5 | 9x^2 + 1$ (۳) $5 | 2x + 1$ (۲) $5 | 9x^2 - 1$ (۱)

(۳۰) برای کدام $a \in \mathbb{N}$ همواره $a + 18 | a + 53$ ؟

۱۷ (۴) ۳۵ (۳) ۳۵ (۲) هر مضرب ۱۷ (۱) هر مضرب

(۳۱) به ازای چند عدد صحیح n ، حاصل $\frac{2n^2 + 3n + 7}{n - 1}$ یک عدد صحیح است؟

۱۶ (۴) ۱۲ (۳) ۶ (۲) ۸ (۱)

(۳۲) اگر n زوج باشد، کدام عددی همواره $n^2 - 4n$ را عاد می‌کند؟

۹۶ (۴) ۷۲ (۳) ۱۸ (۲) ۲۴ (۱)

(۳۳) a و b دو عدد طبیعی و p یک عدد اول می‌باشد. اگر $a^2 = 9b^2 + p$ آنگاه عدد p برابر کدام عدد می‌تواند باشد؟

$a + 1$ (۴) $a - 1$ (۳) $2a + 1$ (۲) $2a - 1$ (۱)

(۳۴) چند عدد اول وجود دارد که مجموع اعداد طبیعی ۲ تا n باشد؟

بی‌شمار (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

(۳۵) عدد $2^k + k$ به ازای کدام مقدار k ، اول است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

(۳۶) مربع رقم دهگان به علاوه شانزده برابر رقم یکان یک عدد دو رقمی مساوی هشت برابر حاصل ضرب ارقامش است. این عدد همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

۸۲ (۴) ۴۱ (۳) ۱۷ (۲) ۱۳ (۱)

(۳۷) عدد a بر ۳ بخش پذیر نیست، باقی مانده‌ی تقسیم a بر ۹ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

(۳۸) اگر دو عدد $2n - 1$ و $9n + 4$ نسبت به هم اول نباشند، بزرگترین شمارنده‌ی مشترک آنها کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

(۳۹) اگر a, b و C سه عدد طبیعی باشند، آنگاه کدام گزاره‌ی شرطی زیر لزوماً صحیح نیست؟

- (۱) اگر p اول باشد و $p \nmid a$ ، آنگاه $[a, p] = ap$ (۲) اگر $a \nmid b$ ، آنگاه $(a, b) = 1$

- (۳) اگر $(a, b) = 1$ ، $(a, c) = 1$ ، آنگاه $(a, bc) = 1$ (۴) اگر a و b دو عدد فرد متوالی باشند، آنگاه $(a, b) = 1$

(۴۰) در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت و باقی مانده به ترتیب برابر q و r هستند. کدام گزاره‌ی زیر همواره درست است؟

- (۱) $(a, r) = (b, r)$ (۲) $(a, b) = (b, r)$ (۳) $(a, q) = (b, q)$ (۴) $(a, b) = (a, r)$

(۴۱) اگر p عدد اول و m عدد طبیعی باشد که $2 \leq m < p$ ، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک $\binom{p}{m}$ و $\binom{p}{1}$ همواره کدام است؟

سراسری ۷۴

- (۱) ۱ (۲) p (۳) $2p$ (۴) $\frac{1}{p}(p-1)$

(۴۲) اگر بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد a و b را با نمادهای (a, b) و $[a, b]$ نشان دهیم، حاصل $[(a^2, a), (a, b)]$ کدام است؟

سراسری ۶۷

- (۱) $|a|$ (۲) a (۳) b (۴) $|b|$

(۴۳) اگر $a|b$ آنگاه حاصل $([a, (a, b^2)], b^5)$ کدام است؟ $(a, b \in \mathbb{N})$

- (۱) b^5 (۲) b^2 (۳) b (۴) a

(۴۴) اگر $p^2 = 16 = a^2$ و p یک عدد اول باشد، حاصل $[a, p]$ کدام است؟ $(a \in \mathbb{N})$

- (۱) ۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

(۴۵) مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی a که در روابط
$$\begin{cases} a = 11k + 7 \\ a = 15k' + 11 \end{cases}$$
 صدق کند، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

(۴۶) در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم‌علیه اعداد طبیعی و مقسوم ۱۲ برابر باقی مانده است، اگر باقی مانده حداکثر مقدار ممکن را داشته باشد، مقدار مقسوم چیست؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۳۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

(۴۷) اگر $3x - 30$ بر ۱۲ بخش پذیر باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $4x$ بر ۱۶ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۴۸) عدد a مضرب ۴ است و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر ۲۵ برابر ۱۲ است، باقی مانده‌ی تقسیم عدد $\frac{a}{4}$ بر ۲۵ کدام است؟

۱ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲) ۱۲ (۱)

۴۹) در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b خارج قسمت و باقی مانده مساوی q اند، اگر ۳ واحد از مقسوم علیه کم شود ۵ واحد به خارج قسمت اضافه شده و باقی مانده صفر می شود. مقادیر q کدام اند؟

سراسری ۷

۸ و ۱۰ (۴) ۵ و ۱۰ (۳) ۲ و ۹ (۲) ۵ و ۸ (۱)

۵۰) در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد ۱۱ باقی مانده دو برابر خارج قسمت است، برای a چند جواب وجود دارد؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۵۱) در یک تقسیم خارج قسمت ۷ و باقی مانده ۲۹ است، اگر y واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم خارج قسمت و مقسوم تغییر نمی کنند، بیشترین مقدار y کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۵۲) در تقسیم عدد ۱۶۵ بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت مجذور باقی مانده است. چند عدد b می توان یافت؟

سراسری ریاضی ۸۷

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۵۳) در یک تقسیم، باقی مانده یک چهارم مربع مقسوم علیه است. برای مقسوم علیه چند جواب طبیعی موجود است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۵۴) اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد فرد a بر ۱۱ برابر ۸ باشد، باقی مانده‌ی عدد a بر ۲۲ کدام است؟

۱۳ (۴) ۱۵ (۳) ۱۹ (۲) ۱۷ (۱)

۵۵) اگر در تقسیم عدد a بر ۱۷ خارج قسمت برابر ۱۰ بوده و باقی مانده حداکثر مقدار ممکن را داشته باشد، باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۱۸ کدام است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

۵۶) باقی مانده‌ی تقسیم $5a$ بر ۴۳ برابر ۱۴ است، باقی مانده‌ی تقسیم a بر ۴۳ کدام است؟

۴۲ (۴) ۲۰ (۳) ۱۸ (۲) ۱۲ (۱)

۵۷) با کدام شرط برای m و n عدد $m^4 + n^4 - 2$ همواره بر ۱۶ تقسیم پذیر است؟

(۱) m, n هر دو زوج باشند. (۲) m, n هر دو مضرب ۴ باشند.

(۳) یکی از دو عدد m یا n فرد و دیگری زوج باشد. (۴) m, n هر دو فرد باشند.

۳.۱ هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها

(۵۸) اگر عدد اول بزرگتر از ۳ باشد، با کدام پیمانه گزاره‌ی $[a^2] \equiv [1]$ همیشه درست نیست؟ سراسری ۷۶

- ۸ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴)

(۵۹) رابطه‌ی هم‌نهشتی مجموعه‌ی \mathbb{Z} را به ۱۵ کلاس هم‌نهشتی افراز کرده است و عدد سه رقمی $6a4$ در کلاس هم‌نهشتی [۹] قرار دارد، تعداد جواب‌های a کدام است؟ سراسری ۷۹

- ۲ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۱)

(۶۰) در هم‌نهشتی به پیمانه‌ی m سه عدد a و ۲۹ و ۱۲۴ در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارند، کوچکترین عدد سه رقمی a به طوری که مجموعه‌ی \mathbb{Z} به تعداد کمتری کلاس هم‌نهشتی افراز شود، کدام است؟

- ۱۰۵ (۴) ۱۰۴ (۳) ۱۰۳ (۲) ۱۰۲ (۱)

(۶۱) عدد $\overline{13a79}$ به دسته‌ی هم‌نهشتی $11[-2]$ تعلق دارد، مقدار a کدام است؟

- ۹ (۴) ۵ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

(۶۲) اگر مجموعه‌ی همه‌ی دسته‌های هم‌نهشتی به پیمانه‌ی ۵ به صورت $\{[0], [a], [a^2], [a^3], [a^4]\}$ باشد، مقدار a کدام است؟ سراسری ۷۱

- ۴ (۴) ۵ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

(۶۳) عدد $(a+b)^n - a^n - b^n$ که در آن a و b نسبت به هم اول‌اند، همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟ آزاد ۶۷

- ab (۴) a (۳) b (۲) $a+b$ (۱)

(۶۴) اگر $a^2 - 1 \equiv a^3 - a^2 - a + 1 \pmod{m}$ و $(a^2 - 1, m) = 1$ آنگاه: سراسری ۸۲

- $m|a+2$ (۴) $m|a+1$ (۳) $m|a-1$ (۲) $m|a-2$ (۱)

(۶۵) از رابطه‌ی هم‌نهشتی $15a \equiv 20b$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- $a \equiv 0 \pmod{4}$ (۴) $b \equiv 0 \pmod{3}$ (۳) $3a \equiv 4b \pmod{2}$ (۲) $3a \equiv 4b \pmod{3}$ (۱)

(۶۶) در رابطه‌ی $36 - 3a \equiv 9a \pmod{24}$ عدد a به کدام صورت است؟ سراسری ۷۴

- $4k+1$ (۴) $4k+3$ (۳) $5k+1$ (۲) $5k+3$ (۱)

(۶۷) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۱۲ و ۱۵ و ۳۲ به ترتیب برابر ۵ و ۸ و ۲۵ است، مجموع ارقام کوچکترین عدد a کدام است؟

- ۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)

۶۸) اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد فرد a بر ۲، ۴ و ۸ یکسان باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $a^2 + 6$ بر ۲، ۴ و ۸ کدام است؟ آزاد ۸۲

- (۱) ۱، ۱، ۱ (۲) ۱، ۳، ۷ (۳) ۱، ۳، ۵ (۴) صفر، صفر، صفر

۶۹) هرگاه داشته باشیم $2b \equiv 4c + a$ باقی مانده‌ی \overline{abc} بر ۲۱ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۰

۷۰) باقی مانده‌ی تقسیم $a + 3^5 \times 5^2 + 2^{18}$ بر ۱۷ برابر ۴ است، کمترین مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۱۲

۷۱) دو عدد ۲۴ و ۱۸۵ در یک دسته‌ی هم‌نهشتی به پیمانه‌ی m قرار دارند. اگر $(m, 7) = 1$ ، باقی مانده‌ی عدد m^m بر ۷ کدام است؟ سراسری ۸۳

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۲) اگر n عددی طبیعی باشد، باقی مانده‌ی $2 \times 7^{3n+2} + 7^{3n+6}$ بر ۲۳ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۷

۷۳) باقی مانده‌ی تقسیم $(-6)^{22}$ بر عدد ۳۳ کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) -۱۸ (۲) -۱۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۷۴) اگر $a = 5k + 3$ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $a^4 + a^3 + a^2 + a$ بر ۵ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰

۷۵) باقی مانده‌ی تقسیم $(a + 1381)^2 + (a + 1382)^2 + \dots + (a + 1386)^2$ بر ۶ کدام است؟ آزاد ۸۱

- (۱) به a بستگی دارد. (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۷۶) اگر عدد $a + 7^{200}$ مضرب ۱۹ باشد، کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟ سراسری ۸۵

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۷) اگر عدد $(6^n - 3^n)$ مضرب ۲۵ باشد، کوچکترین عدد طبیعی n کدام است؟ سراسری ریاضی ۹۱

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۷۸) به ازای کدام مقادیر n از عدد طبیعی، عبارت $1 + 5^{3n+2} + 5^{6n+4}$ بر عدد ۳۱ بخش پذیر است؟ سراسری ریاضی ۹۶

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) فقط اعداد مضرب ۵ (۴) تمام اعداد

۷۹) اگر دو عدد ۱۲۵ و ۱۶۰ در یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه‌ی m قرار بگیرند، در این صورت بزرگترین رقم یکان m^m کدام است؟

- ۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۸ (۴)

۸۰) رقم‌های یکان دو عدد $2a + 3$ و $3a - 1$ یکسان هستند، رقم یکان $9a + 5$ کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۸۱) اگر $S = 1! + 2! + \dots + 19!$ ، رقم یکان S^2 کدام است؟ سراسری ۶۹

- ۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹ (۴)

۸۲) رقم سمت راست عدد $A = 987^{123} + 132^{765}$ چند می‌باشد؟

- ۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹ (۴)

۸۳) اگر $A = 2! + 3! + \dots + 1382!$ و $B = 3! + 4! + \dots + 1382!$ باشد، رقم یکان عدد $(B - A)^{A+B}$ چقدر است؟ آزاد ۸۲

- ۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶ (۴)

۸۴) دو رقم سمت راست $5 + 7^{77} \times 2$ کدام است؟

- ۱) ۰۹ (۲) ۲۹ (۳) ۹۹ (۴) ۱۹ (۴)

۸۵) به ازای کدام مقدار b عدد پنج رقمی $\overline{a1aba}$ بر ۷ بخش پذیر است؟

- ۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸ (۴)

۸۶) معادله‌ی هم‌نهشتی $5 + 2a \equiv 6x \pmod{9}$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب است، صورت نمایش a بر حسب $k \in \mathbb{Z}$ کدام است؟ سراسری ۷۱

- ۱) $1 + 2k$ (۲) $1 + 3k$ (۳) $2 + 3k$ (۴) $3 + 2k$ (۴)

۸۷) جواب معادله‌ی هم‌نهشتی $3 \equiv 5x^{13} \pmod{5}$ به کدام صورت است؟ سراسری ۷۴

- ۱) $13k - 2$ (۲) $13k - 3$ (۳) $13k - 5$ (۴) $13k - 6$ (۴)

۸۸) معادله‌ی هم‌نهشتی $2 \equiv 4x \pmod{7}$ با کدام معادله جواب‌های یکسان دارد؟ آزاد ۸۰

- ۱) $2x \equiv 1 \pmod{7}$ (۲) $2x \equiv 1 \pmod{14}$ (۳) $(4x)^2 \equiv 4 \pmod{7}$ (۴) $4x \times 6 \equiv (2 \times 6) \pmod{7}$ (۴)

۸۹) اگر معادله‌ی $5 \equiv (a^2 + 2)x \pmod{7}$ برای $a \in \mathbb{Z}$ در مجموعه‌ی \mathbb{Z} دارای جواب باشد، صورت کلی x کدام است؟

- ۱) $x = 8k + 3$ (۲) $x = 8k - 1$ (۳) $x = 8k + 5$ (۴) $x = 8k + 1$ (۴)

۹۰) تعدادی لیوان را در جعبه‌های ۱۶ تایی بسته‌بندی کرده‌ایم ۳ لیوان باقی مانده است. همان تعداد لیوان را در جعبه‌های ۲۸ تایی بسته‌بندی کرده‌ایم همان ۳ لیوان باقی مانده است. حداقل تعداد لیوان‌ها کدام است؟

- ۱۰۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۵ (۳) ۱۲۰ (۴)

۹۱) به ازای کدام مقدار برای a معادله‌ی $(a + 2)x + (2a + 1)y = 5$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح جواب دارد؟

- ۷ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴)

۹۲) اگر معادله‌ی $(4n - 1)x + 5y = 7$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب باشد، کدام درست است؟

- $n \neq 5k + 1$ (۱) $n \neq 5k - 1$ (۲) $n \neq 5k + 2$ (۳) $n \neq 5k - 2$ (۴)

۹۳) اگر معادله سیاله‌ی $ax + 6y = 1$ جواب نداشته باشد، کدام معادله قطعاً جواب دارد؟

- $(a + 1)x + 6y = 1$ (۱) $(2a + 1)x + 6y = 1$ (۲) $(3a + 1)x + 6y = 1$ (۳) $(6a + 1)x + 6y = 1$ (۴)

۹۴) می‌دانیم $(345, 92) = 23$. اگر $345r + 92s = 23$ باشد، $r + s$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۵) اگر $(357, 629) = 357x + 629y = 1$ ، آنگاه کوچکترین عدد مثبت $x + y$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۹۶) معادله‌ی $6x + 32y = 1000$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۹۷) مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله‌ی $57x - 87y = 342$ صدق کند، کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۹۸) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۳ برابر ۵ و باقی‌مانده‌ی تقسیم دو برابر عدد A بر عدد ۱۷ برابر ۹ می‌باشد. باقی‌مانده‌ی تقسیم بزرگترین عدد سه رقمی A بر عدد ۱۲، کدام است؟

- صفر (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۹۹) کمترین تعداد تمبر لازم برای بسته‌ای که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد با تمبرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۰۰) به چند طریق می‌توان با ۳۷۰۰ ریال تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی خرید؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

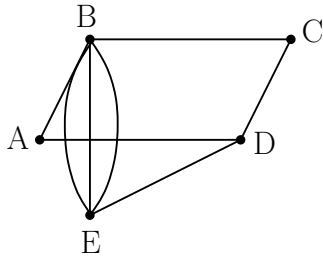
فصل ۲

گراف و مدل سازی

۱.۲ معرفی گراف

(۱۰۱) شکل مقابل ۵ منطقه‌ی E, D, C, B, A را با ۸ پل به هم راه داده است. اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یک بار عبور کنیم، با شروع از منطقه B پایان کدام است؟

سراسری ۸۲



- (۱) نشدنی
- (۲) B
- (۳) D
- (۴) E

(۱۰۲) در گراف ساده‌ی $G = (V, E)$ داریم $V = \{a, b, c, d, e, f\}$. اگر $E(G)$ پانزده عضو داشته باشد، از هر عضو V حداقل چند یال می‌گذرد؟

سراسری ۷۵

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

(۱۰۳) گرافی با اندازه‌ی q و مرتبه‌ی $\frac{q}{5}$ ، حداقل چند رأس دارد؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۱
- (۳) ۱۰
- (۴) ۹

(۱۰۴) در گراف ساده‌ای اندازه برابر ۴۹ می‌باشد، حداقل مرتبه‌ی گراف کدام است؟

- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۱

(۱۰۵) کدام دنباله می‌تواند دنباله‌ی درجه‌های رأس‌های یک گراف باشد؟

- (۱) $5, 4, 3, 2, 0$
- (۲) $3, 3, 2, 2, 0$
- (۳) $4, 3, 2, 2, 0$
- (۴) $5, 3, 3, 2, 0$

(۱۰۶) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند G به صورت $2, 3, 4, 5, a, b$ است، کمترین عدد $a + b$ کدام است؟

سراسری ۸۳

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲.۲ مدل‌سازی با گراف

(۱۳۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۵ می‌دانیم که درجه‌ی بزرگترین رأس برابر ۳ است. حداکثر تعداد رأس‌هایی که یک رأس در این گراف احاطه می‌کند برابر و با کمتر از رأس نمی‌توان همگی رئوس را احاطه کرد.

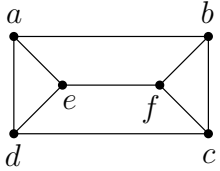
۵ - ۴ (۴

۴ - ۴ (۳

۵ - ۳ (۲

۴ - ۳ (۱

(۱۴۰) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G نیست؟



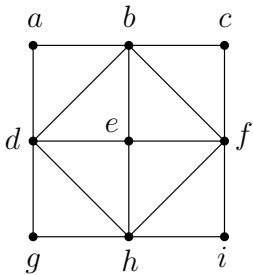
{a, b} (۲

{a, f} (۱

{e, f} (۴

{b, c} (۳

(۱۴۱) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G است؟



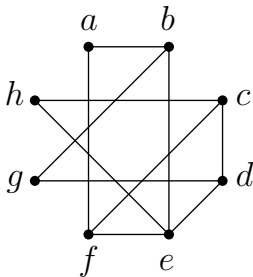
{b, d, f, h} (۲

{a, c, g, i} (۱

{c, e, g} (۴

{b, e, i} (۳

(۱۴۲) فرض کنید D یک مجموعه احاطه‌گر گراف روبه‌رو است، مجموعه‌ی D با کدام مجموعه حتماً عضو مشترک دارد؟



{b, e, g} (۲

{a, b, f} (۱

{a, b, c, d} (۴

{c, d, g, h} (۳

(۱۴۳) گراف C_7 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر ۴ عضوی دارد؟

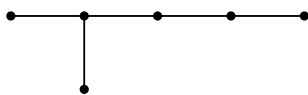
۳۵ (۴

۲۸ (۳

۲۱ (۲

۱۴ (۱

(۱۴۴) گراف شکل مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر سه عضوی دارد؟



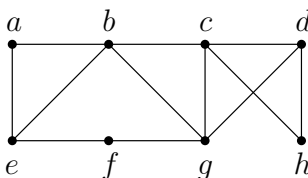
۴ (۲

۲ (۱

۸ (۴

۶ (۳

(۱۴۵) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم گراف G است؟



{a, g} (۲

{b, g, h} (۱

{e, d} (۴

{b, h} (۳

۱۴۶) کدام گراف فقط یک γ - مجموعه دارد؟



۱۴۷) گراف کامل K_7 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۲۱

۱۴۸) گراف P_4 چند γ - مجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۴۹) گراف C_5 چند γ - مجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

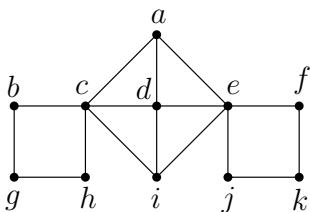
۱۵۰) کدام گراف یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

- (۱) C_{12} (۲) P_{12} (۳) C_{13} (۴) P_{13}

۱۵۱) در گراف ۲ - منتظم همبند از مرتبه‌ی ۲۳، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم چند عضو دارد؟

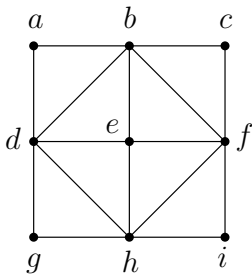
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵۲) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل است؟



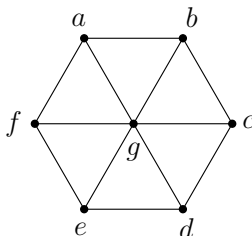
- (۱) $\{b, c, d, e, f\}$ (۲) $\{b, h, a, j, f\}$
 (۳) $\{g, a, i, k\}$ (۴) $\{g, h, d, j, k\}$

۱۵۳) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل نیست؟

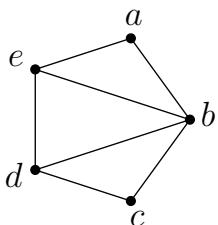


- (۱) $\{d, f\}$ (۲) $\{a, b, h, i\}$
 (۳) $\{b, d, f, h\}$ (۴) $\{a, b, c, g, i\}$

۱۵۴) به ازای چند مقدار $k \in \{1, 2, 3\}$ ، گراف شکل مقابل یک احاطه‌گر مینیمال k عضوی دارد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر



۱۵۵) گراف روبه‌رو، چند احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

(۳) ۴ (۴) ۶

۱۵۶) در گراف همبند فاقد دور از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم $\Delta = 5$ است. یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال در این گراف حداکثر چند عضو دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۵۷) گراف C_7 چند احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۵۸) چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

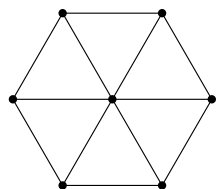
- گراف P_1 مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.
- در گراف P_1 مجموعه‌ای از رأس‌ها وجود دارد که مجموعه‌ی احاطه‌گر نیست.
- گراف P_1 حداکثر سه مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۹) به ازای چند مقدار k گراف P_k احاطه‌گر مینیمال k عضوی دارد؟

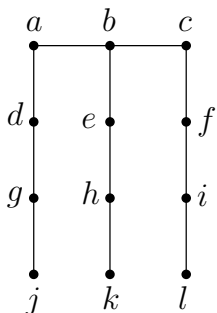
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۰) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



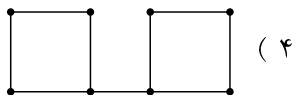
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۱) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

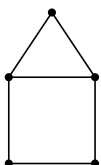


(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

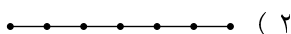
۱۶۲) در کدام گراف، عدد احاطه‌گری با $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ برابر نیست؟



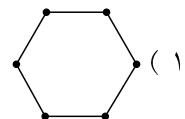
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

فصل ۳

ترکیبات (شمارش)

۱.۳ مباحثی در ترکیبات

۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل

(۱۷۱) در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ۵! (۱) ۴! (۲) ۵! × ۴! (۳) ۵! × ۶! (۴)

(۱۷۲) سه برادر و سه خواهر به چند طریق می‌توانند عکسی یادگاری بگیرند به طوری که خواهرها همواره کنار هم باشند؟

- ۷۲ (۲) ۳۶ (۱) ۱۴۴ (۳) ۷۲۰ (۴)

(۱۷۳) چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e, f وجود دارد به طوری که حروف a, b, c و همواره کنار هم و حروف d و f نیز همواره کنار هم باشند؟

- ۷۲ (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴)

(۱۷۴) ۳ کتاب ریاضی مختلف و ۲ کتاب فیزیک مختلف را به چند طریق می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی، بر خلاف کتاب‌های فیزیک، در کنار هم باشند؟

- ۲۴ (۱) ۷۲ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲۰ (۴)

(۱۷۵) تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی SYSTEM که در آنها بین دو حرف S دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۹۶ (۲) ۴۸ (۳) ۱۹۲ (۴)

(۱۷۶) حروف کلمه ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که S ها یک در میان باشند؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲.۱.۳ جایگشت‌های با تکرار

(۱۷۷) چند عدد هفت رقمی با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ می‌توان نوشت؟

- ۴۲۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۶۲۰ (۳) ۲۶۰ (۴)

(۱۷۸) ۷ مسافر به چند طریق می‌توانند در یک اتاق سه تخته و دو اتاق دو تخته قرار گیرند؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

(۱۷۹) چند دسته‌ی سه تایی گل از ۵ نوع گل مختلف می‌توان ساخت؟ (تکرار مجاز است).

- ۲۴ (۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۴۲ (۴)

(۱۸۰) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

- ۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۹۰ (۴)

(۱۸۱) به چند طریق می‌توان ۸ عدد سیب را بین سه نفر تقسیم کرد به شرطی که به هر نفر حداقل یک سیب برسد؟

- ۴۵ (۱) ۳۶ (۲) ۲۸ (۳) ۲۱ (۴)

(۱۸۲) تعداد جواب‌های طبیعی معادله‌ی $\sum_{i=1}^5 x_i = 45$ که متغیرها همگی بزرگتر یا مساوی ۱ هستند، کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

(۱۸۳) تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی نامعادله‌ی $x + y + z \leq 5$ کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۵۴ (۲) ۵۶ (۳) ۶۰ (۴)

(۱۸۴) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی چند جواب دارد؟

- ۱۶۸ (۱) ۱۶۹ (۲) ۱۷۰ (۳) ۱۷۱ (۴)

(۱۸۵) فرض کنید $A = (10, 0, 0)$ ، $B = (0, 10, 0)$ ، و $C = (0, 0, 10)$ سه نقطه در فضای \mathbb{R}^3 باشند. درون و روی محیط مثلث ABC چند نقطه با مختصات صحیح وجود دارد؟

- ۳۶ (۱) ۵۶ (۲) ۶۳ (۳) ۶۶ (۴)

(۱۸۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی systems با حذف هر ۳ حرف s کلمه‌ی temy به دست می‌آید؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۵ (۳) ۵۶ (۴)

۳.۱.۳ مربع‌های لاتین

(۱۸۷) کدام گزینه یک مربع لاتین 3×3 را نشان می‌دهد؟

۳	۲	۱
۱	۲	۳
۲	۱	۳

 (۴)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۱	۲	۳

 (۳)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۱	۳	۲

 (۲)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

 (۱)

(۱۸۸) با انجام کدام عملیات روی یک مربع لاتین، مربع جدید دیگر مربع لاتین نیست؟

(۱) تعویض دو سطر دلخواه

(۲) تعویض دو ستون دلخواه

(۳) تعویض دو درایه‌ی دلخواه

(۴) اعمال جایگشت روی ۱، ۲، ۳، ... و n

(۱۸۹) اگر جای دو ستون اول و دوم مربع لاتین A را عوض کنیم، سپس همه‌ی ۲ها و ۳ها را جابه‌جا کنیم به مربع لاتین

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

می‌رسیم. A کدام است؟

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

 (۴)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

 (۳)

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

 (۲)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

 (۱)

(۱۹۰) مجموع کل درایه‌های سطر اول و سطر سوم یک مربع لاتین کدام می‌تواند باشد؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(۱۹۱) در مربع لاتین چرخشی 6×6 اگر درایه‌ی سطر i ام و ستون j ام را با a_{ij} نمایش دهیم، مقدار $a_{۳۶} + a_{۵۴}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

۱۲-۱۳/۳۰	۱۰-۱۱/۳۰	۸-۹/۳۰	ساعت کلاس‌ها
	A	B	ریاضی
	C		فیزیک
			معارف

(۱۹۲) سه دانشجوی A ، B و C می‌خواهند در سه کلاس ریاضی، فیزیک و معارف در ساعات‌های ۸ تا ۹/۳۰، ۹/۳۰ تا ۱۰، ۱۰ تا ۱۱/۳۰ و ۱۱/۳۰ تا ۱۲ شرکت کنند. هر کلاس سه جلسه‌ی درسی دارد و هر دانشجو در هر یک از کلاس‌ها فقط یک بار شرکت می‌کند. با توجه به برنامه‌ریزی زیر به ترتیب از راست به چپ کدام فرد در کلاس فیزیک ۱۲ تا ۱۳/۳۰ و کدام فرد در کلاس معارف ساعت ۸ تا ۹/۳۰ شرکت می‌کند؟

(۱) $C - B$

(۲) $A - B$

(۳) $B - C$

(۴) $A - C$ یا B

۱۹۳) اگر مربع روبه‌رو یک مربع لاتین باشد، چند حالت مختلف برای سطر چهارم وجود خواهد داشت؟

x	۱	۳	۴
y	۴	۲	z
۴	t	m	۲
n	p	q	r

- ۱ (۱) ۲ (۲)
۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۴) به چند طریق می‌توان دو خانه از یک مربع لاتین 7×7 را انتخاب کرد به طوری که مجموع اعداد این دو خانه برابر ۱۰ باشد؟

- ۱۱۸ (۱) ۱۱۹ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۱ (۴)

۱۹۵) چند مربع لاتین 3×3 متمایز وجود دارد؟

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۱۹۶) اگر درایه‌های نظیر به نظیر دو مربع لاتین متعامد 3×3 را در مربع روبه‌رو قرار داده باشیم، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۱۳	a	۳۱
۲۱	b	۱۲
۳۲	c	۲۳

- ۶۵ (۱) ۶۶ (۲)
۶۷ (۳) ۶۸ (۴)

۱۹۷) مربع‌های لاتین A و B متعامدند، مقدار x کدام است؟

$A =$

		۲	
۴			
۱		x	

$B =$

۲			
		۲	

- ۱ (۱) ۲ (۲)
۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۸) اگر $\sigma(A)$ مربع لاتین حاصل از اعمال جایگشت σ روی مربع لاتین A باشد، آنگاه کدام گزینه نا درست است؟

- ۱) مربع‌های لاتین A و $\sigma(A)$ می‌توانند متعامد باشند.
۲) اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه A و $\sigma(A)$ متعامدند.
۳) اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه $\sigma(A)$ و $\sigma(B)$ متعامدند.
۴) ممکن است مربع‌های لاتین A و B و همچنین B و C متعامد باشند اما A و C متعامد نباشند.

۱۹۹) اگر دو مربع لاتین روبه‌رو متعامد باشند، حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

۲	۳	۴	۱
۳	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲

a	...	۴	۱
...	b	...	۳
۱	...	c	...
۳	۲	...	d

- ۷ (۱) ۸ (۲)
۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲.۳ روش‌هایی برای شمارش

۱.۲.۳ اصل شمول و عدم شمول

(۲۰۰) یک مؤسسه‌ی تحقیقاتی ۱۰۰ عضو دارد. ۶۰ نفر از آنها زبان انگلیسی و ۴۵ نفر زبان آلمانی را می‌دانند و ۲۰ نفر به هر دو زبان مسلط‌اند. چند عضو این مؤسسه هیچ یک از دو زبان را نمی‌دانند؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

(۲۰۱) چند عدد طبیعی نابیشتر از ۳۰۰ وجود دارد که در تجزیه‌ی آن به اعداد اول هیچیک از عامل‌های ۳ و ۵ وجود ندارد؟

۱۴۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۷۰ (۴)

(۲۰۲) چند عدد صحیح مثبت کوچکتر مساوی ۱۳۸۶ وجود دارد که نسبت به اعداد ۴۵ و ۷۲ اول باشند؟

۱۰۱۷ (۱) ۳۶۹ (۲) ۹۶۸ (۳) ۴۱۸ (۴)

(۲۰۳) ۵ کتاب مختلف را به چند طریق می‌توان بین ۳ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر یک حداقل یک کتاب برسد؟

۱۲۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

(۲۰۴) به ازای چند عدد a متعلق به مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 105\}$ معادله سیاله‌ی $ax + 105y = 6$ جواب دارد؟

۳۶ (۱) ۴۸ (۲) ۶۰ (۳) ۷۲ (۴)

(۲۰۵) با حروف کلمه‌ی « matrix » چند کلمه‌ی شش حرفی می‌توان ساخت که در آنها m و t و x در جای خودشان قرار نگیرند؟

۲۹۴ (۱) ۳۸۴ (۲) ۵۷۶ (۳) ۴۲۶ (۴)

(۲۰۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی triangle حداقل دو تا از عبارت‌های tri ، an و gle وجود دارند؟

۲۲۴ (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۵۸ (۴)

(۲۰۷) از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3\}$ به مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4\}$ به ترتیب چند تابع یک‌به‌یک و چند تابع پوشا می‌توان تعریف کرد؟

۳۶ و ۹ (۱) ۹ و ۳۶ (۲) ۲۴ و ۶ (۳) ۶ و ۲۴ (۴)

(۲۰۸) مجموعه‌های $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{a, b, c\}$ مفروض‌اند. چند تابع غیر پوشا از A به B وجود دارد؟

۵۴ (۱) ۴۵ (۲) ۳۶ (۳) ۶۳ (۴)

(۲۰۹) چند تابع پوشا از مجموعه‌ی $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ به مجموعه‌ی $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ می‌توان نوشت به طوری که تابع بر روی تمامی اعضای A تعریف شده باشد و شامل زوج مرتب (a_1, b_1) باشد؟

۲۷ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۸۱ (۴)

۲.۲.۳ اصل لانه کبوتری

(۲۱۰) ۶۵ کبوتر در حداکثر چند لانه قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از دو کبوتر قرار داشته باشد؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

(۲۱۱) کمترین تعداد افرادی که حداقل دو نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده‌اند چقدر است؟ سراسری ۸۲

- (۱) ۷۵ (۲) ۷۸ (۳) ۸۵ (۴) ۸۸

(۲۱۲) در یک جعبه ۴ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی موجود است. حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم که دست کم سه نوع رنگ متمایز در مهره‌های انتخابی وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

(۲۱۳) تعداد m مدادرنگی در سه رنگ مختلف و سه اندازه‌ی متمایز در یک جعبه موجودند. m حداقل چند باید باشد تا مطمئن شویم در بین آنها دست کم ۸ مداد هم‌رنگ و هم‌اندازه وجود دارد؟

- (۱) ۶۶ (۲) ۶۵ (۳) ۶۴ (۴) ۶۳

(۲۱۴) در یک دبیرستان دانش‌آموزانی در پایه‌های اول، دوم و سوم در رشته‌های تجربی و ریاضی مشغول تحصیل‌اند، دست‌کم چند دانش‌آموز از این دبیرستان انتخاب کنیم تا مطمئن شویم لاقلاً ۴ دانش‌آموز از یک پایه و یک رشته‌اند؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۵

(۲۱۵) در جعبه‌ای ۷ جفت متمایز وجود دارد، حداقل چند لنگه از این جعبه خارج کنیم تا حتماً یک جفت کفش داشته باشیم؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(۲۱۶) از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 19\}$ حداقل چند عضو باید انتخاب کنیم تا مجموع حداقل یک جفت از اعداد برابر ۲۰ باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(۲۱۷) ده نقطه داخل مربعی به ضلع یک واحد مفروضند، حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این ده نقطه کمتر از ... است.

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(۲۱۸) از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ یک زیرمجموعه‌ی k عضوی انتخاب می‌کنیم به طوری که مطمئن باشیم حاصل ضرب حداقل ۲ عضو آن برابر ۱۲ است، کمترین مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۴

(۲۱۹) حداقل چند نقطه داخل یک شش ضلعی منتظم باید قرار دهیم تا مطمئن باشیم زاویه‌ای که از متصل کردن مرکز تقارن شش ضلعی به دو نقطه از این نقاط به وجود می‌آید، کمتر از 30° است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۷

۲۲۰) اگر در جعبه‌ای a مهره سفید و b مهره سیاه و c مهره سبز باشد، حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۲ مهره سبز در بین آنها است؟

- (۱) $a+b$ (۲) $a+b+1$ (۳) $a+b+2$ (۴) $a+b+3$

۲۲۱) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۲ واحد، چند نقطه باید انتخاب کنیم که فاصله‌ی بین حداقل دو نقطه کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۶

۲۲۲) کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید، ۶ مهره قرمز و ۱۰ مهره زرد است. بدون نگاه کردن از این کیسه ۱۱ مهره خارج می‌کنیم، در این صورت الزاماً:

- (۱) از هر رنگ حداقل یک مهره خارج شده است.
 (۲) حداقل ۲ مهره زرد خارج شده است.
 (۳) حداقل یک مهره سفید خارج شده است.
 (۴) حداقل یک مهره زرد خارج شده است.

۲۲۳) از مجموعه‌ی $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 15\}$ حداقل چند زیرمجموعه‌ی ۲ عضوی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که دست‌کم حاصل ضرب اعضای یکی از آنها زوج است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۲

۲۲۴) در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر نامزد انتخاب مشاوره با امور مدرسه‌اند. انتخاب‌شونده باید رأی بیشتر از سایرین داشته باشد، حداقل رأی انتخاب‌شونده کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۸

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۲۵) حداقل چند عضو از مجموعه $\{2, 3, 4, \dots, 30\}$ ، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم لااقل دو عدد آنها مقسوم علیه مشترک غیر ۱ دارند؟

سراسری ریاضی ۸۹

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۲۶) مجموعه S دارای ۵۰ عضو از اعداد طبیعی است. در تقسیم عضوهای S بر ۱۲، حداقل چند عضو، باقیمانده یکسان دارند؟

سراسری ریاضی ۹۰

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲۷) حداقل چند زوج مرتب به صورت (a, b) ، با مختص‌های اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم، تا مطمئن باشیم در دو زوج انتخابی، جمع مختص‌های اول و جمع مختص‌های دوم، اعداد زوج هستند؟

سراسری ریاضی ۹۲

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲۸) اگر S یک زیرمجموعه ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای S بر ۲۷، به طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقی‌مانده هستند؟

سراسری ریاضی ۹۴

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل طبیعی نوشت.» باشد؟

۵۹ (۴)

۳۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۴ (۱)

(۲) کدام درست است؟

$$x < y \implies \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad (۲)$$

$$[x] = [y] \implies x = y \quad (۱)$$

(۴) هیچکدام

$$0 < x < 1 \implies x^2 > x \quad (۳)$$

(۳) کدام یک از اعداد زیر، مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر مجموع ارقام یک عدد بر ۷ بخش پذیر باشد، آنگاه این عدد بر ۷ بخش پذیر است.» می‌باشد؟

۲۵۷ (۴)

۱۳۳ (۳)

۹۱ (۲)

۷۷ (۱)

(۴) کدام گزینه، مثال نقضی برای حکم «به ازای هر عدد طبیعی n عبارت $n^2 + 3$ عددی اول است.» می‌باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(۵) کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت.» را نقض می‌کند؟

۷۴ (۴)

۷۲ (۳)

۶۴ (۲)

۵۶ (۱)

(۶) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد زوج را می‌توان به صورت مجموع تعدادی عدد زوج طبیعی متوالی نوشت.» باشد؟

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

(۷) برای درستی حکم «اگر x و y دو عدد طبیعی باشند و x^y فرد باشد، آنگاه xy فرد است.» از روش استفاده می‌شود.

(۱) اثبات - برهان خلف (۲) رد - مثال نقض (۳) اثبات - اثبات مستقیم (۴) رد - اثبات بازگشتی

(۸) برای اثبات قضیه‌ی «اگر n^3 فرد باشد، آنگاه n فرد است.» به روش برهان خلف، شروع استدلال با کدام فرض است؟

(۱) n فرد است.

(۲) n زوج است.

(۳) n^3 فرد است.

(۴) n^3 زوج است.

۹) در اثبات نامساوی $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ (با a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند) از طریق برهان خلف، تناقض پیش آمده مربوط به کدام یک از نامساوی‌های زیر است؟

(۱) $(a+b)^2 < 0$ (۲) $(a-b)^2 < 0$ (۳) $a^2 + b^2 < 0$ (۴) $\sqrt{ab} < 0$

۱۰) اگر xy گنگ باشد، آنگاه همواره:

(۱) y گویا و x گنگ است. (۲) y گنگ و x گنگ است.

(۳) x گنگ و y گویا و ناصفر است. (۴) هیچکدام

۱۱) اگر $a+b$ عددی گویا و $a-b$ عددی گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $a^2 - b^2$ گنگ است. (۲) a و b هر دو گنگ هستند. (۳) a گویا و b گنگ است. (۴) $\frac{a+b}{a-b}$ گنگ است.

۱۲) اگر a گویا و b گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) ab گنگ است. (۲) $(a^2 + 1)b$ گنگ است.

(۳) $a+b$ گنگ است. (۴) گزینه‌های ۲ و ۳ صحیح است.

۱۳) کدام دو عدد، مثال نقضی برای حکم «حاصل جمع هر دو عدد گنگ مثبت، گنگ است» می‌باشد؟

(۱) $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} + 1$ و $\sqrt{2} - 1$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 2$ و $\sqrt{2} + 2$

۱۴) برای اثبات درستی حکم «اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $x+y$ گنگ است» از استفاده می‌کنیم.

(۱) استقرای ریاضی (۲) مثال نقض (۳) برهان خلف (۴) اثبات بازگشتی

۱۵) اگر a و b دو عدد فرد و c عددی زوج باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $ac + bc$ فرد است. (۲) $(a+b)(c-1)$ فرد است.

(۳) $a+b+c-1$ فرد است. (۴) $a+b+c+4$ فرد است.

۱۶) اگر x یک عدد طبیعی سه رقمی و مضرب ۳ باشد، $x(x+3)$ همواره مضربی از کدام عدد است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

(۱۷) کدام یک از نامساوی‌های زیر را می‌توان با اثبات بازگشتی ثابت کرد؟

$$2^n < n! , (n \in \mathbb{N}, n \geq 4) \quad (2) \qquad 2^n > n^2 , (n \in \mathbb{N}, n \geq 5) \quad (1)$$

$$a + \frac{1}{a} \leq -2 , (a < 0) \quad (4) \qquad \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (3)$$

(۱۸) در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ به روش بازگشتی به کدام رابطه‌ی همیشه درست می‌رسیم؟ $(x, y, z \in \mathbb{R})$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad (2) \qquad (x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9 \quad (1)$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 0 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z) \quad (3)$$

(۱۹) اگر a یک عدد حقیقی و x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، آنگاه حداکثر مقدار a چقدر باشد تا نامساوی $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \geq \frac{a}{x^2 + y^2}$ همواره برقرار باشد؟

$$-1 \quad (4) \qquad 1 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

(۲۰) در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ از طریق اثبات بازگشتی، رابطه‌ی بدیهی به دست آمده کدام است؟ $(x$ و y دو عدد حقیقی مثبت هستند.)

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (4) \qquad (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (3) \qquad x^2 + y^2 \geq 0 \quad (2) \qquad (x+y)^2 \geq 0 \quad (1)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۴	۲	۴	۲	۲	۲	۴	۲	۳	۴	۴	۳

۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (بخش پذیری در اعداد صحیح)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

- (۱) عدد $ab(a-b)$ در صورتی که a و b اعداد صحیح باشند، بر کدام یک از عددهای زیر همواره بخش پذیر است؟
- (۲) به ازای چند عدد صحیح n ، حاصل $\frac{n^2 - 5n + 28}{n - 4}$ نیز یک عدد صحیح می باشد؟
- (۳) چند عدد طبیعی کمتر از ۱۰۰ موجود است که عضو مجموعه $A = \{n : 7 \mid 2^n - 1\}$ باشد؟
- (۴) فرض کنیم p یک عدد فرد اول و x و y دو عدد طبیعی باشند به طوری که $p + y^2 = x^2$ ، در این صورت $x + y$ کدام است؟
- (۵) اگر $a^2 = p + b^2$ و p عدد اول مخالف ۲ باشد، $a + b$ کدام گزینه است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)
- (۶) اگر x و y اعدادی طبیعی باشند و $4x^2 - 9y^2 = 31$ آنگاه حاصل xy کدام است؟
- (۷) اگر x و y و z هر سه مضرب ۶ باشند، باقی مانده $x^3 + y^3 + z^3$ بر ۱۰۸ کدام است؟
- (۸) اگر n ، عدد طبیعی و دو عدد « $9n - 5$ و « $n + 4$ » دارای مقسوم علیه مشترک غیر ۱ باشد، تعداد اعداد دو رقمی n کدام است؟
- (۹) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $2n^2 + n + 3$ و $n + 3$ چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟
- (۱۰) اگر عدد p بزرگترین مقسوم علیه مشترک a و p^2 بوده و p^2 بزرگترین مقسوم علیه مشترک b و p^4 باشد، بزرگترین مقسوم علیه مشترک ab و p^5 چیست؟

سراسری ۸۵

سراسری ۵۳

۱۱) اگر عدد طبیعی n مضرب ۷ نباشد، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $n^2 + 9n + 21$ و $n + 7$ کدام است؟ سراسری ۸۰

- ۱ (۱) ۱، ۳ (۲) ۱، ۵ (۳) ۷ (۴)

۱۲) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، دو عدد به صورت های $25n + 9$ و $11n + 4$ نسبت به هم اول اند؟ سراسری ریاضی ۸۹

- ۸۶ (۱) ۸۷ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴)

۱۳) به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به صورت های $5n - 2$ و $7n + 3$ ، نسبت به هم غیر اول اند؟ سراسری ریاضی ۹۳

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۴) اگر باقی مانده ی تقسیم a بر ۱۸ سه برابر خارج قسمت باشد، بیشترین مقدار a کدام است؟

- ۱۳۶ (۱) ۲۱ (۲) ۸۴ (۳) ۱۰۵ (۴)

۱۵) در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ باقی مانده ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کمتر است. بزرگترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟ سراسری ۸۴

- ۹ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

۱۶) در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b باقی مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۸

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۱۷) در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b خارج قسمت ۲۱ و باقیمانده ۳۷ می باشد، چند عضو از مجموعه جواب های a مضرب ۵ می باشد؟ سراسری ریاضی ۹۲

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸) چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۱۱ بوده و باقیمانده ی تقسیم های آن بر دو عدد ۴ و ۵، برابر ۱ باشد؟ سراسری ریاضی ۹۴

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۹) باقیمانده ی تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۳۱ برابر ۲۶ می باشد. اگر این عدد را بر ۴۳ تقسیم کنیم، باقیمانده برابر خارج قسمت می شود. رقم یکان عدد بزرگتر N ، کدام است؟ سراسری ریاضی ۹۵

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۲۰) حاصل ضرب کدام دو عدد به صورت $6q + 1$ نیست؟

- ۱) هر دو عددی که به صورت $6q + 5$ است. ۲) هر دو عددی که به صورت $6q + 1$ است.
 ۳) هر دو عددی که به صورت $6q - 1$ است. ۴) هر دو عددی که به صورت $6q + 3$ است.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۲	۴	۴	۴	۲	۴	۱	۴	۴	۲	۳	۴	۳	۲	۳	۲	۴

۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) عدد ۳۹ با کدام عدد داده شده در یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانگی ۷ قرار دارند؟

سراسری ۸۰

- ۹۵ (۱) ۹۶ (۲) ۹۷ (۳) ۹۸ (۴)

(۲) در هم‌نهشتی به پیمانگی m سه عدد a و ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارند، کوچکترین عدد سه رقمی a به طوری که مجموعه‌ی \mathbb{Z} به تعداد کمتری کلاس هم‌نهشتی افزای شود، کدام است؟

سراسری ۸۱

- ۱۰۲ (۱) ۱۰۳ (۲) ۱۰۴ (۳) ۱۰۶ (۴)

(۳) از رابطه‌ی هم‌نهشتی $۱۹۲ \equiv ۳۶a \pmod{۸۴}$ ، کدام نتیجه‌گیری در پیمانگی ۷ نا درست است؟

سراسری ریاضی ۸۸

- $a \equiv ۳ \pmod{۱}$ (۱) $a \equiv ۴ \pmod{۲}$ (۲) $۲a \equiv -۱ \pmod{۳}$ (۳) $۳a \equiv ۲ \pmod{۴}$ (۴)

(۴) از رابطه‌ی هم‌نهشتی $۹a \equiv ۶b \pmod{۱۸}$ ، کدام نتیجه‌گیری نا درست است؟

سراسری ریاضی ۸۷

- $a \equiv ۲ \pmod{۲}$ (۱) $b \equiv ۰ \pmod{۲}$ (۲) $a \equiv ۲ \pmod{۳}$ (۳) $۳a \equiv ۲b \pmod{۴}$ (۴)

(۵) چند عدد سه رقمی وجود دارد که باقی مانده‌ی تقسیم آنها بر اعداد ۶ و ۷ برابر ۲ باشد؟

- ۱۹ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴)

(۶) اگر $a = ۸n + ۳$ و $n \in \mathbb{N}$ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $a^۴ + a^۳ + a^۲ + a$ بر ۱۶ کدام است؟

آزاد ۸۳

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

(۷) باقی مانده‌ی تقسیم $(۱۳۸۶ + ۳a)^۲ + (۱۳۸۶ + ۲a)^۲ + (۱۳۸۶ + a)^۲$ بر ۱۸ کدام است؟

- ۵ (۱) ۳ (۲) ۱۷ (۳) صفر (۴)

(۸) اگر a عددی طبیعی باشد، رقم یکان کدام عدد همواره صفر است؟

آزاد ۷۶

- $a^{۱۳} - a$ (۱) $a^{۹۲} - a$ (۲) $a^{۹۱} - a$ (۳) $a^{۹۰} - a$ (۴)

(۹) رقم یکان $۱۳۸۶^{۱۳۸۵} + ۱۳۸۶^{۱۳۸۵} + ۳^{۱۳۸۵} + ۲^{۱۳۸۵} + ۱^{۱۳۸۵}$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

(۱۰) رقم سمت راست عدد $(۱۳۸۱! + ۴! + \dots + ۲!)(۱! + ۳! + \dots + ۱۳۸۱!)$ چقدر است؟

آزاد ۸۱

- صفر (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴)

(11) عدد شش رقمی \overline{ababab} ممکن است مضرب کدام عدد نباشد؟

سراسری ریاضی ۸۹

۳۷ (۴

۳۱ (۳

۱۳ (۲

۷ (۱

(12) رقم یکان کوچکترین عدد سه رقمی a که در رابطه‌ی هم‌نهنستی $11 \equiv 13a \pmod{9}$ صدق می‌کند کدام است؟

سراسری ۷۸

۴ (۴

۳ (۳

۲ (۲

۱ (۱

(13) چند عدد ۲ رقمی در معادله‌ی $3 + 5x \equiv 2(x - 1) \pmod{12}$ صدق می‌کند؟

هیچ (۴

۳ (۳

۴ (۲

۶ (۱

(14) به ازای کدام مقدار b معادله‌ی $(15 + b)x + by = 20$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح جواب دارد؟

سراسری ۶۸

۳۰ (۴

۱۵ (۳

۵ (۲

۳ (۱

(15) به ازای کدام مقدار n ، معادله سیاله‌ی $60x + 84y = 5n - 1$ در مجموعه‌ی \mathbb{Z} دارای جواب است؟

سراسری ۷۶

۳۵ (۴

۳۳ (۳

۲۹ (۲

۲۴ (۱

(16) اگر $221x + 357y = (221, 357)$ باشد، تعداد اعداد طبیعی دو رقمی x ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۵

۷ (۴

۶ (۳

۵ (۲

۴ (۱

(17) اگر $5x + 4y = 3$ باشد، آنگاه مقدار $x - y$ در \mathbb{Z} به کدام صورت است؟

سراسری ۷۲

$9k + 1$ (۴

$9k - 3$ (۳

$3k - 1$ (۲

$3k + 1$ (۱

(18) معادله سیاله‌ی خطی $15x + 14y = 1050$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

سراسری ۸۰

۵ (۴

۶ (۳

۳ (۲

۴ (۱

(19) معادله‌ی $9x + 11y = 1000$ چند زوج جواب در مجموعه‌ی اعداد طبیعی دارد؟

آزاد ۸۳

۱۲ (۴

۱۱ (۳

۱۰ (۲

۹ (۱

(20) به چند طریق می‌توان مبلغ 350 ریال را به وسیله‌ی سکه‌های 20 و 50 ریالی پرداخت بطوری که از هر دو سکه استفاده شود؟

۶ (۴

۵ (۳

۴ (۲

۳ (۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۱	۳	۲	۲	۲	۴	۴	۳	۴	۳	۱	۴	۴	۳	۳	۲	۳	۱

۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) اگر مجموعه‌ی \mathbb{Z} به ۹ کلاس هم‌نهشتی افراز شده و عدد ۳ رقمی $5a7$ در کلاس هم‌نهشتی [۵] قرار گرفته باشد، بزرگترین عدد ۲ رقمی هم‌نهشت با a کدام است؟

- ۹۸ (۱) ۹۷ (۲) ۹۲ (۳) ۹۳ (۴)

(۲) اگر $5x + 6y \equiv 3 \pmod{7}$ و $2x + 3y \equiv 4 \pmod{7}$ ، آنگاه x کدام است؟

- $7k + 3$ (۲) $7k - 5$ (۳) $7k - 1$ (۴) $7k$ (۱)

(۳) از رابطه‌ی هم‌نهشتی $12a \equiv 18b \pmod{9}$ ، کدام نتیجه‌گیری (به پیمانه‌ی ۳) نادرست است؟

سراسری ریاضی ۷۶

- $2a \equiv 3b \pmod{4}$ (۱) $4a \equiv 6b \pmod{2}$ (۲) $a \equiv 0 \pmod{3}$ (۳) $b \equiv 2 \pmod{4}$ (۴)

(۴) اگر N بزرگترین عدد ۳ رقمی باشد که باقی‌مانده‌ی آن بر ۱۲ و بر ۲۰ به ترتیب ۹ و ۱۷ باشد، رقم وسط آن کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴)

(۵) باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد طبیعی a و b بر ۱۵ به ترتیب برابر ۳ و ۱۲ است، باقی‌مانده‌ی تقسیم $a^2 + b^2$ بر ۵ کدام است؟

- ۵ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

(۶) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $1^{161} + 2^{161} + \dots + 241^{161}$ بر ۱۲ کدام است؟

آزاد ۷۳

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۱۱ (۴)

(۷) اگر عدد a مضرب ۱۶ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $(17a + 5)^4 + (17a + 4)^4 + (17a + 3)^4 + (17a + 2)^4 + (17a + 1)^4$ بر ۴ کدام است؟

آزاد ۸۳

- ۲ (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

(۸) عدد $3^{15} + a$ بر عدد ۱۷ تقسیم پذیر است، کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟

سراسری ۷۹

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

(۹) رقم یکان $1^{1383} + 2^{1383} + \dots + 1383^{1383}$ کدام است؟

آزاد ۸۴

- صفر (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴)

(۱۰) رقم یکان هر عدد با رقم یکان کدام یک از توان‌های خودش همیشه برابر است؟

سراسری ۷۶

- (۱) توان سوم (۲) توان چهارم (۳) توان پنجم (۴) توان ششم

۱۱) شرط اینکه معادله‌ی هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب باشد، کدام است؟

- (۱) $(a, m) | b$ (۲) $(a, b) = 1$ (۳) m عدد اول باشد. (۴) $(a, b) | m$

۱۲) جواب معادله‌ی هم‌نهشتی $36x \equiv 96 \pmod{42}$ کدام است؟

- (۱) $x \equiv 6 \pmod{14}$ (۲) $x \equiv 12 \pmod{14}$ (۳) $x \equiv 1 \pmod{7}$ (۴) $x \equiv 5 \pmod{7}$

۱۳) تعداد جوابهای معادله‌ی هم‌نهشتی $4x \equiv 1 \pmod{2x+1}$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) بی‌شمار

۱۴) به ازای کدام عدد طبیعی n معادله‌ی سیاله‌ی $24x + 39y = 2n + 1$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۵) معادله سیاله‌ی خطی $7x + 5y = 130$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۶) معادله سیاله‌ی خطی $7x + 21y = 28$ چند جواب صحیح در بازه‌ی $20 < x, y < 20$ دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۱۷) معادله‌ی $3x + 6y = a^2 + 2$ به ازای چند مقدار $a \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ جواب دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴) ۶

۱۸) اعداد صحیح a و b در معادله‌ی $15a + 23b = 12$ صدق می‌کنند، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد b بر ۱۵ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۹) فرض کنید به تعداد کافی وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی در اختیار داشته باشیم، به چند طریق می‌توان جسمی به وزن ۳۲ کیلو را با این وزنه‌ها توزین کرد بطوری که این نوع وزنه‌ها فقط در یک کفه ترازو قرار گیرند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰) اگر بخواهیم برای خرید کتابی به قیمت ۵۰۰۰ تومان از بن‌های ۳۵۰ تومانی و ۱۵۰ تومانی استفاده کنیم، حداقل تعداد بن‌های ۳۵۰ تومانی کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۲	۴	۳	۴	۳	۳	۱	۴	۱	۳	۲	۳	۴	۳	۴	۲	۴	۲	۳

۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از دنباله‌ی درجات رئوس زیر می‌تواند دنباله‌ی درجه‌ی رئوس یک گراف ساده باشد؟

- (۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۰ (۲) ۴, ۴, ۳, ۳, ۱ (۳) ۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۴) ۴, ۳, ۱, ۱, ۱

(۲) در یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۶، دنباله‌ی درجات رئوس آن، به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- (۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۰ (۲) ۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۳) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (۴) ۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱

(۳) تعداد گراف‌های ساده با رئوس v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 که اندازه‌ی آن ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۲۰

(۴) در یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۸ باشد، با افزودن چند یال گراف کامل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۵) در گراف G از مرتبه‌ی ۶ رابطه‌ی $3p = 2q$ برقرار است، چند یال به G اضافه شود تا تبدیل به یک گراف کامل شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

(۶) تعداد یال‌های یک گراف کامل ۷ برابر تعداد رئوس آن می‌باشد، مرتبه‌ی آن گراف کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

(۷) کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند اندازه‌ی گراف کامل باشد؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۲۸ (۴) ۴۵

(۸) یک گراف از مرتبه‌ی ۱۰ دارای ۴۳ یال می‌باشد، این گراف حداقل دارای چند رأس با درجه‌ی ماکزیمم است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

(۹) گرافی با ۶ رأس دارای ۱۴ یال است، درجه‌ی چند رأس از این گراف ۵ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

(۱۰) در گرافی دارای ۸ رأس و ۲۳ یال، بیشترین مقدار $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۶

(۱۱) در گرافی از مرتبه‌ی ۸ درجه‌ی ۵ رأس ماکزیمم است، بیشترین مقدار q کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۱۲) در گراف $G = (V, E)$ اگر $V = \{a, b, c, d, e\}$ و $E = \{ab, ac, bd, ae\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ۱) $\delta = 1$ و $\Delta = 3$ ۲) $\delta = 2$ و $\Delta = 4$ ۳) $\delta = 1$ و $\Delta = 4$ ۴) $\delta = 4$ و $\Delta = 1$

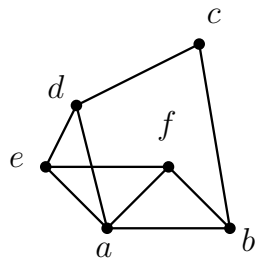
۱۳) دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های یک گراف به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ می‌باشد. چند مسیر متمایز بین دو رأس با درجه‌های ۱ و ۲، وجود دارد؟

سراسری ریاضی ۹۷

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴) U و V دو رأس متمایز از گراف K_7 می‌باشند. چند مسیر به طول ۳ از U به V در آن گراف وجود دارد؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۴۲ ۳) ۵ ۴) ۲۱



سراسری ریاضی ۹۴

۱۵) در گراف شکل مقابل چند مسیر متفاوت از a به b وجود دارد؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

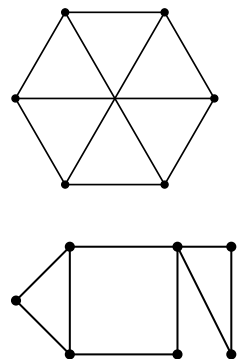
۱۶) در یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ چند دور با طول ۵، وجود دارد؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

سراسری ریاضی ۹۶

۱۷) در گراف ۳-منتظم روبه‌رو، چند دور با طول ۴، موجود است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹



۱۸) در شکل مقابل ماکزیمم طول دور چند است؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۹) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده و همبند اعداد $1, a, b, c, 3, 4$ هستند. اگر p تعداد رأس‌های گراف، q تعداد یال‌های گراف و $q = \frac{3}{4}p$ باشد، تعداد جواب‌های مجموعه‌ی $\{a, b, c\}$ ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۳

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند G عبارتند از: « ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴ » به طوری که دو رأس با درجه‌های بزرگتر مجاور نیستند، تعداد دورها با طول ۳ در این گراف کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۳	۴	۱	۱	۱	۴	۱	۳	۱	۱	۱	۱	۳	۳	۲	۴	۴	۳

۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد گراف ساده همواره درست است؟

- (۱) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.
- (۲) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- (۳) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- (۴) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.

(۲) در گرافی که ۱۶ رأس دارد تعداد رأس‌های زوج عددی و تعداد رأس‌های فرد عددی است. سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) فرد - فرد (۲) فرد - زوج (۳) زوج - فرد (۴) زوج - زوج

(۳) در کدام گراف کامل تعداد یال‌ها ۵ برابر تعداد رأس‌هاست؟

- (۱) K_9 (۲) K_{10} (۳) K_{11} (۴) K_5

(۴) گرافی با درجه‌ی رئوس ۴, ۴, ۴, ۴, ۴ دارای چند یال است؟ آزاد ۸۲

- (۱) ۸ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

(۵) تعداد یال‌های یک گراف ۶ - منتظم کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

(۶) اگر G یک گراف r - منتظم باشد و اندازه‌ی آن ۳۶، آنگاه r کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

(۷) گراف ساده‌ی G چنان است که $q = ۷۱$ و $\delta = ۸$ ، این گراف حداکثر چند رأس دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷

(۸) در یک گراف که p رأس دارد، تعداد یال‌ها سه برابر تعداد رأس‌هاست. p کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(۹) در یک گراف $q = ۲۰$ و $\delta = ۴$ است، حداکثر تعداد رأس‌ها کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(۱۰) گراف ساده‌ی G دارای ۸ رأس و ۲۶ یال است، حداکثر درجه‌ی چند رأس آن Max است؟

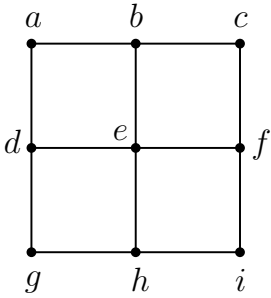
- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۷.۴ خودآزمایی شماره ۷ (مدل سازی با گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) گراف G در شکل روبه‌رو رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G است؟



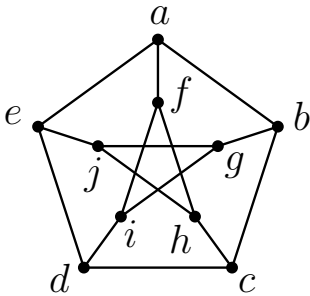
{a, d, f, i} (۲)

{a, e, i} (۱)

{a, c, g, i} (۴)

{a, b, f, i} (۳)

(۲) چند تا از مجموعه‌های زیر یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف مقابل است؟



{a, c, f, h},

{a, c, d, h},

{a, c, i, j},

{a, c, g}

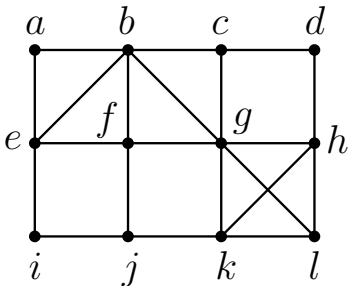
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

(۳) فرض کنید D یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف شکل مقابل باشد. مجموعه‌ی D با کدام مجموعه ممکن است عضو مشترک نداشته باشد؟



{a, b, e} (۲)

{e, f, g, h} (۱)

{f, i, j, k} (۴)

{g, h, l, k} (۳)

(۴) گراف P_6 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر چهار عضوی دارد؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

(۵) گراف C_6 چند γ - مجموعه دارد؟

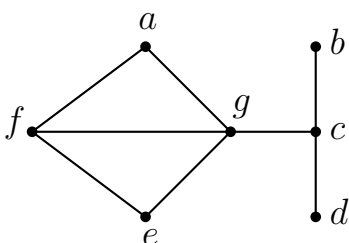
۱۵ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

(۶) برای گراف روبه‌رو، کدام گزینه یک γ - مجموعه است؟

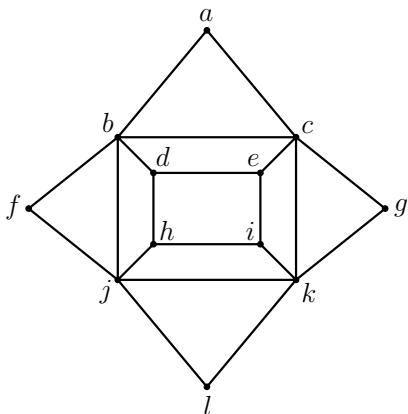


{a, e, c} (۲)

{a, b, d, e} (۱)

{f, g, d} (۴)

{e, g} (۳)



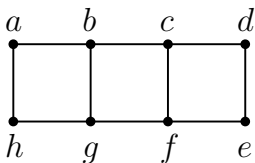
۷) مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف روبه‌رو چند عضو دارد؟

۲ (۱)

۴ (۳)

۳ (۲)

۵ (۴)



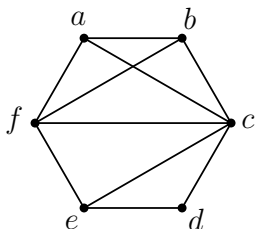
۸) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل نیست؟

{a, b, c, d} (۱)

{a, c, e, g} (۳)

{b, c, f, g} (۲)

{a, b, e, f} (۴)



۹) گراف شکل مقابل چند احاطه‌گر مینیمال دو عضوی دارد؟

۳ (۱)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۴)

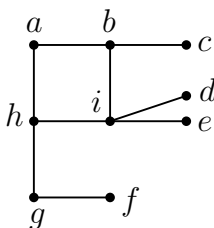
۱۰) گراف C_5 دارای مجموعه‌ی احاطه‌گر ۳ عضوی و دارای مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی است.

۵ - ۵ (۴)

۵ - ۱۰ (۳)

صفر - ۵ (۲)

۱۰ - صفر (۱)



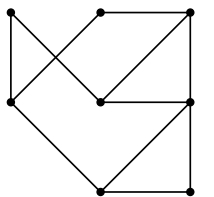
۱۱) در گراف روبه‌رو، مجموعه‌ی $\{i, b, h, g, f, c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است. حداکثر چند عضو این مجموعه را می‌توان حذف کرد به طوری که مجموعه به یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال تبدیل شود؟

۱ (۱)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۴)

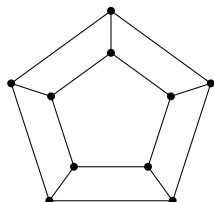


۱۲) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۴ (۴)



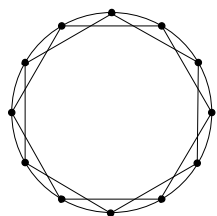
۱۳) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

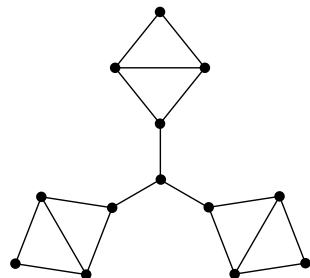
۱۴) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



۳ (۱) ۴ (۲)

۵ (۳) ۲ (۴)

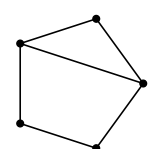
۱۵) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



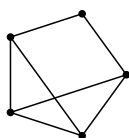
۳ (۱) ۴ (۲)

۵ (۳) ۶ (۴)

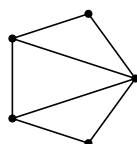
۱۶) عدد احاطه‌گری کدام گراف برابر ۱ است؟



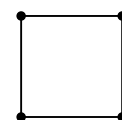
(۴



(۳

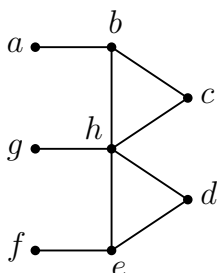


(۲



(۱

۱۷) در گراف روبه‌رو، $\gamma(G)$ برابر و اگر A یک مجموعه‌ی مینیمال باشد، حداکثر عضو دارد.



۴ - ۲ (۱) ۵ - ۲ (۲)

۴ - ۳ (۳) ۵ - ۳ (۴)

۱۸) $\gamma(G)$ در کدام یک از گراف‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

C_{10} (۴

P_9 (۳

C_8 (۲

P_7 (۱

۱۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم که $\gamma(G) = 1$ است، این گراف دست کم چند یال دارد؟

۸ (۴

۷ (۳

۶ (۲

۵ (۱

۲۰) برای احاطه کردن همه‌ی رأس‌های یک گراف ۳ - منتظم از مرتبه‌ی ۲۲، کدام عدد یک کران پایین برای $\gamma(G)$ است؟

۸ (۴

۷ (۳

۶ (۲

۵ (۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۴	۴	۲	۲	۱	۱	۲	۳	۱	۴	۴	۳	۳	۲	۳	۱	۲	۲

۸.۴ خودآزمایی شماره ۸ (مدل سازی با گراف)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) کدام یک از گراف‌های زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

P_{10} (۴)

P_8 (۳)

P_6 (۲)

P_4 (۱)

(۲) حداکثر عدد احاطه‌گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه‌ی ۱۶ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۳) در گراف ساده‌ی G ، اگر $p = ۸$ و $\Delta = ۳$ باشد، آنگاه حداقل مقدار ممکن برای $\gamma(G)$ کدام است؟

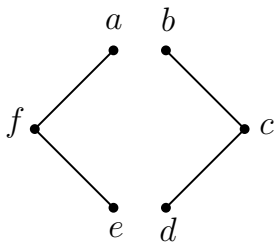
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۴) گراف G مطابق شکل مقابل مفروض است. در صورت افزودن کدام یال به این گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم آن یکتا نخواهد بود؟



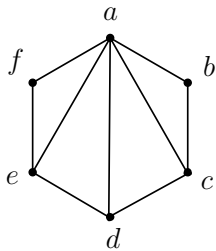
ab (۲)

cf (۱)

be (۴)

ae (۳)

(۵) گراف مقابل، چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟



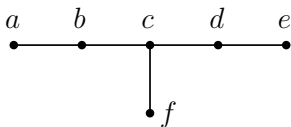
۳ (۲)

۱ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

(۶) گراف G در شکل مقابل، چند γ - مجموعه دارد؟



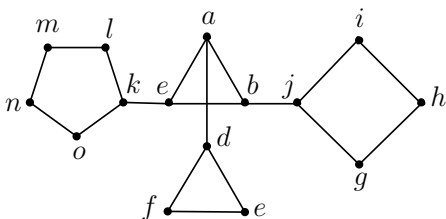
۲ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۴ (۳)

(۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



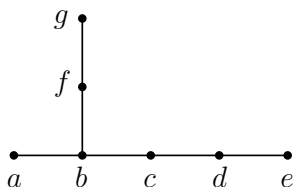
۵ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۸) کدام یک از رأس‌های گراف شکل مقابل در هیچ‌کدام از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن وجود ندارد؟



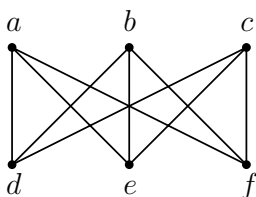
- (۱) a
(۲) f
(۳) c
(۴) d

۹) عدد احاطه‌گری گراف $\overline{C_n}$ همواره برابر کدام است؟ ($n \geq 4$)

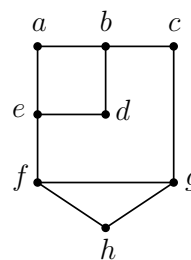
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$
(۴) $n-2$

۱۰) در کدام گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا است؟

- (۱) K_4
(۲) P_4

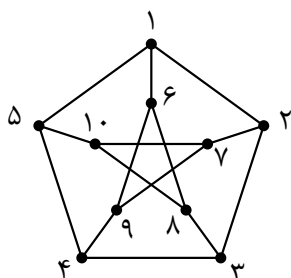


(۲)



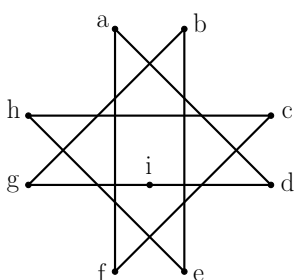
(۱)

۱۱) کدام مجموعه‌ی رئوس برای گراف مقابل، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



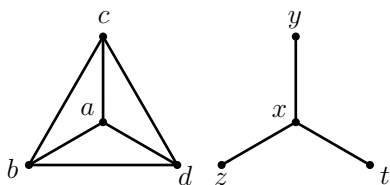
- (۱) {۲, ۵, ۶, ۸}
(۲) {۵, ۱۰, ۷, ۲}
(۳) {۲, ۵, ۸, ۹}
(۴) {۲, ۶, ۹, ۱۰}

۱۲) گراف مقابل چند γ -مجموعه دارد؟



- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۴

۱۳) گراف مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر دارد؟



- (۱) ۲۵۶
(۲) ۱۲۸
(۳) ۱۵۴
(۴) ۱۳۵

۱۴) اگر G گرافی از مرتبه‌ی p باشد به طوری که $p \geq 6$ و $\delta = 2$ ، آنگاه عدد احاطه‌گری گراف \overline{G} کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۲ یا ۳
(۴) ۱ یا ۲

۱۵) عدد احاطه‌گری گراف C_1 کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

۱۶) گراف P_4 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟

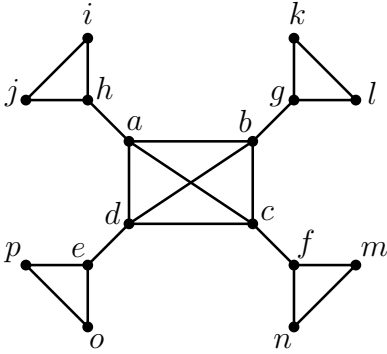
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر و این گراف دارای γ - مجموعه است.



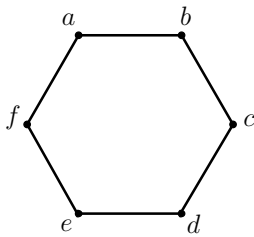
۱، ۳ (۲)

۲، ۳ (۱)

۲، ۴ (۴)

۱، ۴ (۳)

۱۸) کدام گزینه در مورد گراف روبه‌رو درست است؟



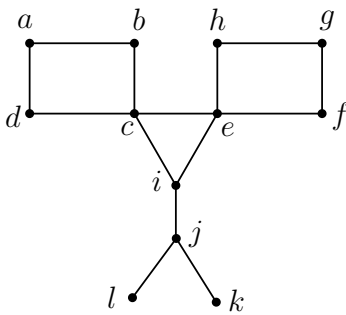
۱) مجموعه‌ی $\{a, c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۲) گراف دارای شش γ - مجموعه است.

۳) مجموعه‌ی $\{f, d, e\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۴) در این گراف $\gamma(G) = ۲$

۱۹) عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟



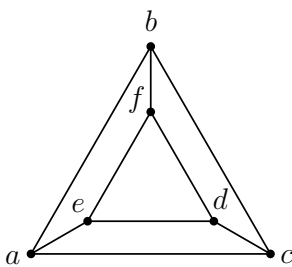
۲ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰) تعداد γ - مجموعه‌های گراف شکل روبه‌رو کدام است؟



۹ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۳ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۳	۴	۴	۳	۴	۱	۳	۱	۱	۳	۲	۴	۴	۳	۲	۴	۲

۱۹) خانه‌های مربع مقابل را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به طوری که یک مربع لاتین تشکیل شود؟

۱			
	۲		
		۲	
			۱

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰) اگر A مربع لاتین چرخشی 4×4 باشد، آنگاه چند مربع لاتین مانند B وجود دارد که با مربع A متعامد بوده و درایه‌ی سطر اول ستون اول آن برابر یک باشد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۴	۴	۴	۱	۴	۴	۱	۲	۴	۳	۳	۴	۴	۱	۴	۱	۴	۱

۱۰.۴ خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبیات)

تعداد سؤال: ۱۵

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

(۱) به چند طریق می‌توانند ۳ دختر و ۴ پسر در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که تمام دختران کنار هم باشند؟

- (۱) ۶! (۲) ۷! (۳) ۸! (۴) $۳! \times ۵!$

(۲) به چند طریق می‌توان ۸ مداد رنگی متمایز را در یک ردیف چید اگر قرار باشد دو مداد مخصوص کنار هم نباشند؟

- (۱) $۸! - ۷! \times ۲!$ (۲) $۸! \times ۲!$ (۳) $۸! - ۲!$ (۴) $۲! \times ۷!$

(۳) تعداد کلمات پنج حرفی که با حروف کلمه‌ی SASAT می‌توان ساخت چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۲۰

(۴) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «KONKORI» که در آنها حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند، کدام است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

(۵) با حروف کلمه‌ی improve چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف i شروع شده و حروف کلمه‌ی pro در کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶

(۶) با حروف کلمه‌ی ASSIST چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که همواره S ها پشت سر هم باشند؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

(۷) گل فروشی در مغازه‌اش ۱۰ مدل گل مختلف دارد. او با توجه به تقاضای مشتریان دسته گل‌هایی درست می‌کند که در آنها حداقل ۸ شاخه گل متمایز به کار رفته است. وی چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۶۰

(۸) ۸ کبوتر یکسان به چند طریق می‌توانند در ۵ لانه‌ی متمایز قرار گیرند به طوری که هیچ لانه‌ای خالی نماند؟

- (۱) $\binom{۱۲}{۴}$ (۲) $\binom{۷}{۴}$ (۳) $\binom{۸}{۴}$ (۴) $\binom{۸}{۵}$

(۹) تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله‌ی $x + y + z = ۱۰$ کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۶۶ (۴) ۱۳۲

(۱۰) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = ۱۵$ با شرط $x_1 \geq ۲$ و $x_2 > ۲$ و $x_3 > ۳$ چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۶ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷

(۱۱) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ چند جواب صحیح با شرط $x_i \geq i + 1$ ($i = 1, 2, 3$) دارد؟

۱۰ (۴)

۲۱ (۳)

۴۵ (۲)

۶۶ (۱)

(۱۲) به چند طریق می‌توان ۹ سیب مشابه را بین ۴ نفر توزیع کرد به طوری که مجموع سیب‌های داده شده به نفر اول و دوم روی هم ۵ باشد؟

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۱ (۱)

آزاد ۸۱

(۱۳) معادله‌ی $x_1 + x_2 + 10x_3 = 20$ چند جواب صحیح غیرمنفی دارد؟

۴۱ (۴)

۳۳ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

(۱۴) نامعادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 < 9$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$\begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$ (۴)

$\begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix}$ (۳)

$\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$ (۲)

$\begin{pmatrix} 11 \\ 9 \end{pmatrix}$ (۱)

x	y	z
۱	۲	۳
۳	t	w

a	b	c
۱	۲	۳
۲	d	e

(۱۵) اگر دو مربع 3×3 روبه‌رو مربع لاتین باشند، حاصل $ax + by$ کدام است؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
					۴	۳	۳	۴	۴	۳	۲	۲	۳	۲	۱	۱	۲	۱	۴

۱۱.۴ خودآزمایی شماره ۱۱ (روش‌هایی برای شمارش)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) در بین ۸۰ داوطلب کنکور، ۵۰ نفر در کنکور سراسری، ۳۰ نفر در کنکور آزاد و ۲۵ نفر در هیچ‌یک از ۲ کنکور شرکت نکرده‌اند. چند نفر در هر دو کنکور شرکت کرده‌اند؟

(۱) ۰ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

(۲) از ۵۱ دانش‌آموز یک دبیرستان، ۳۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۲۳ نفر در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند. چند نفر در هیچ‌یک از دو کلاس شرکت نکرده‌اند؟

سراسری ۸۲

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

(۳) چند عدد از مجموعه‌ی $S = \{1, 2, \dots, 100\}$ حداقل بر یکی از اعداد ۲ و ۳ بخش پذیرند؟

(۱) ۵۰ (۲) ۶۳ (۳) ۶۷ (۴) ۸۳

(۴) ۴ نفر را به چند طریق می‌توان به ۳ اتاق مختلف فرستاد به طوری که در هر اتاق حداقل یک نفر قرار گیرد؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

(۵) چند عضو از مجموعه‌ی $A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیرند؟

(۱) ۳۳۶۰ (۲) ۲۵۲۰ (۳) ۲۹۴۰ (۴) ۴۲۰

(۶) چند عدد چهار رقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ وجود دارد که در آنها هر یک از ارقام ۱ و ۲ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

(۱) ۱۱۳ (۲) ۱۶۴ (۳) ۱۹۴ (۴) ۲۲۳

(۷) چند عدد طبیعی دو رقمی می‌توان نوشت که نه بر ۳ بخش پذیر باشند و نه در نوشتن آنها از رقم ۳ استفاده شود؟

(۱) ۴۲ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

(۸) چند عدد از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 150\}$ نسبت به ۱۵۰ اول‌اند؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۸ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

(۹) چند عدد از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 100\}$ نه مربع کامل‌اند و نه مکعب کامل؟

(۱) ۸۴ (۲) ۸۶ (۳) ۸۸ (۴) ۹۰

آزاد ۸۴

(۱۰) چند تابع پوشا از $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به $B = \{1, 2\}$ وجود دارد؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۳ (۳) ۳۱ (۴) ۳۰

آزاد ۸۶

(۱۱) چند تابع یک به یک از $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وجود دارد که شامل عضو (۱، ۱) باشد؟

(۱) صفر (۲) ۲۴ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

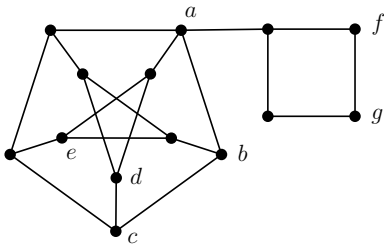
۸) از مجموعه‌ی اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است، یک زیرمجموعه‌ی حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، لااقل دو عدد در این زیرمجموعه موجود است که جمع آنها، ۸۲ باشد؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)



۹) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟

$\{a, d, e, g\}$ (۲)

$\{a, c, e, g\}$ (۱)

$\{a, d, c, f\}$ (۴)

$\{a, b, d, e\}$ (۳)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱۰) تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۱) با توجه به نمادهای «بزرگترین مقسوم‌علیه و کوچکترین مضرب مشترک» عدد $[154, (429, 627)]$ ، کدام است؟

۹۲۴ (۴)

۵۰۶ (۳)

۴۷۸ (۲)

۴۶۲ (۱)

۱۲) به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ ، اگر $\alpha | 11n + 3$ و $\alpha | 5n + 4$ و $\alpha \neq 1$ ، آنگاه تعداد اعداد دو رقمی n در این حالت، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳) معادله‌ی سیاله‌ی $9x + 13y = 725$ ، در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۴) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد 5^{20} بر ۴۱، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۱۵) در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶) به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

۱۵۰ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۵ (۱)

۱۷) تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

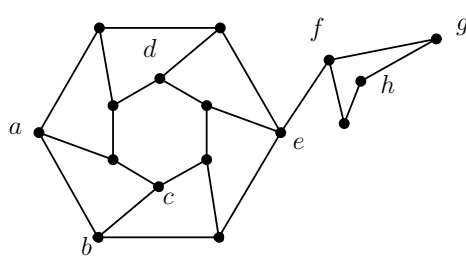
۱۸) درون یک مستطیل 9×18 ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم حداقل فاصله ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کمتر از $3\sqrt{3}$ باشد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)



۱۹) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟

{b, c, e, d, g} (۲)

{a, b, c, d, h} (۱)

{a, c, e, d, g} (۴)

{a, c, e, d, h} (۳)

۲۰) در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۱	۲	۳	۱	۴	۲	۱	۴	۲	۴	۴	۳	۴	۲	۳	۲	۱

-१०१	-३७१	-३२१	-२८१	-२९१	३-२०१	२-१७१	१-१२१	१-८१	२-९१	१-१
-१०२	-३७२	-३२२	-२८२	-२९२	२-२०२	१-१७२	१-१२२	२-८२	१-९२	२-२
-१०३	-३७३	-३२३	-२८३	-२९३	२-२०३	२-१७३	२-१२३	१-८३	१-९३	१-३
-१०४	-३७४	-३२४	-२८४	-२९४	१-२०४	१-१७४	३-१२४	१-८४	१-९४	१-४
-१०५	-३७५	-३२५	-२८५	-२९५	१-२०५	३-१७५	२-१२५	२-८५	१-९५	१-५
-१०६	-३७६	-३२६	-२८६	-२९६	१-२०६	३-१७६	२-१२६	३-८६	१-९६	१-६
-१०७	-३७७	-३२७	-२८७	-२९७	२-२०७	२-१७७	२-१२७	१-८७	२-९७	१-७
-१०८	-३७८	-३२८	-२८८	-२९८	२-२०८	३-१७८	३-१२८	१-८८	३-९८	२-८
-१०९	-३७९	-३२९	-२८९	-२९९	२-२०९	१-१७९	१-१२९	२-८९	३-९९	३-९
-११०	-३८०	-३३०	-२९०	-३००	२-२१०	१-१८०	१-१३०	३-९०	३-००	३-१०
-१११	-३८१	-३३१	-२९१	-३०१	३-२११	३-१८१	२-१३१	३-९१	१-०१	३-११
-११२	-३८२	-३३२	-२९२	-३०२	१-२१२	३-१८२	१-१३२	२-९२	२-०२	१-१२
-११३	-३८३	-३३३	-२९३	-३०३	३-२१३	१-१८३	३-१३३	१-९३	१-०३	३-१३
-११४	-३८४	-३३४	-२९४	-३०४	२-२१४	३-१८४	२-१३४	३-९४	२-०४	१-१४
-११५	-३८५	-३३५	-२९५	-३०५	३-२१५	२-१८५	२-१३५	१-९५	२-०५	१-१५
-११६	-३८६	-३३६	-२९६	-३०६	३-२१६	१-१८६	१-१३६	१-९६	३-०६	१-१६
-११७	-३८७	-३३७	-२९७	-३०७	१-२१७	१-१८७	३-१३७	१-९७	१-०७	२-१७
-११८	-३८८	-३३८	-२९८	-३०८	१-२१८	३-१८८	१-१३८	१-९८	३-०८	१-१८
-११९	-३८९	-३३९	-२९९	-३०९	१-२१९	३-१८९	३-१३९	३-९९	३-०९	१-१९
-१२०	-३९०	-३४०	-३००	-३१०	३-२२०	१-१९०	३-१४०	३-१००	३-१०	३-२०
-१२१	-३९१	-३४१	-३०१	-३११	३-२२१	१-१९१	२-१४१	३-१०१	१-११	१-२१
-१२२	-३९२	-३४२	-३०२	-३१२	१-२२२	२-१९२	१-१४२	१-१०२	२-१२	२-२२
-१२३	-३९३	-३४३	-३०३	-३१३	३-२२३	३-१९३	३-१४३	२-१०३	१-१३	२-२३
-१२४	-३९४	-३४४	-३०४	-३१४	२-२२४	२-१९४	१-१४४	१-१०४	१-१४	२-२४
-१२५	-३९५	-३४५	-३०५	-३१५	३-२२५	१-१९५	१-१४५	२-१०५	१-१५	२-२५
-१२६	-३९६	-३४६	-३०६	-३१६	३-२२६	३-१९६	१-१४६	१-१०६	१-१६	३-२६
-१२७	-३९७	-३४७	-३०७	-३१७	२-२२७	१-१९७	३-१४७	१-१०७	३-१७	१-२७
-१२८	-३९८	-३४८	-३०८	-३१८	३-२२८	३-१९८	३-१४८	१-१०८	२-१८	१-२८
-१२९	-३९९	-३४९	-३०९	-३१९	२-२२९	२-१९९	३-१४९	३-१०९	१-१९	३-२९
-१३०	-४००	-३५०	-३१०	-३२०	३-२३०	३-१९०	२-१५०	१-११०	३-२०	१-३०
-१३१	-४०१	-३५१	-३११	-३२१	१-२३१	१-१९१	१-१५१	२-१११	१-२१	३-३१
-१३२	-४०२	-३५२	-३१२	-३२२	३-२३२	३-१९२	३-१५२	१-११२	१-२२	१-३२
-१३३	-४०३	-३५३	-३१३	-३२३	२-२३३	२-१९३	२-१५३	२-११३	३-२३	१-३३
-१३४	-४०४	-३५४	-३१४	-३२४	३-२३४	२-१९४	३-१५४	१-११४	१-२४	३-३४
-१३५	-४०५	-३५५	-३१५	-३२५	३-२३५	१-१९५	३-१५५	१-११५	१-२५	१-३५
-१३६	-४०६	-३५६	-३१६	-३२६	३-२३६	३-१९६	१-१५६	२-११६	१-२६	३-३६
-१३७	-४०७	-३५७	-३१७	-३२७	२-२३७	१-१९७	१-१५७	१-११७	१-२७	३-३७
-१३८	-४०८	-३५८	-३१८	-३२८	३-२३८	३-१९८	३-१५८	२-११८	१-२८	३-३८
-१३९	-४०९	-३५९	-३१९	-३२९	३-२३९	१-१९९	२-१५९	३-११९	३-२९	२-३९
-१४०	-४१०	-३६०	-३२०	-३३०	३-२४०	२-२००	१-१६०	२-१२०	१-३०	२-४०