

با اسمه تعالی

| | | | |
|---------------------------------|-----------------------|-------------------|---|
| ساعت شروع: ۱۰:۳۰ | مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۸۵ | | | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵ |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | آیا رابطه $y = \sqrt{x}$ تابع است؟ چرا؟ | +/۷۵ |
| ۲ | تابع f و g با خاصیت‌های $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ مفروضند. اولاً: دامنهٔ تابع f و g و gof را تعیین کنید. ثانیاً: در صورت امکان خاصیت gof را بنویسید. | ۱/۲۵ |
| ۳ | α و β ریشه‌های معادله $x^2 - \sqrt{2}x - 3 = 0$ می‌باشند. بدون حل معادله، مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + \beta^2}$ را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۴ | تابع f با خاصیت‌های $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. اولاً ثابت کنید این تابع در بازهٔ $(-\infty, 2)$ یک به یک است. ثانیاً خاصیت f را در بازهٔ $(2, \infty)$ بنویسید. | ۱/۲۵ |
| ۵ | درستی رابطه $y = \sqrt{x}$ را ثابت کنید. | +/۷۵ |
| ۶ | حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([نماد جزء صحیح است) (الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^5 + 1}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow \bar{6}} \frac{5 - [x]}{x - 6}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} 2x \sin \frac{1}{x}$ (د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^3 - x} - 2x)$ (ه) $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^+} \tan x$ | ۳/۲۵ |
| ۷ | معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{2x-1}{4-x^2}$ را در صورت وجود تعیین کنید. | +/۷۵ |
| | ادامهٔ سوالات در صفحهٔ دوم « | |

با اسمه تعالی

| | | | |
|---------------------------------|-----------------------|-------------------|---|
| ساعت شروع: ۱۰:۳۰ | مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵ | | | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵ |

| ردیف | سوالات | نمره |
|------|---|------|
| ۸ | نوع بیوستگی تابع f با ضابطه $x_0 = 3$ بروزی کنید. ([] نماد جزء صحیح است) | ۱ |
| ۹ | مشتق توابع زیر را بنویسید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) | ۱/۷۵ |
| ۱۰ | بادکنک کروی شکل با شعاع ۱۰ سانتی متر را حرارت می دهیم . در انر حرارت شعاع کره با سرعت 0.3 m/s سانتی متر افزایش می یابد . آهنگ تغییر حجم کره را تعیین کنید . | ۱ |
| ۱۱ | معادله ای خط قائم بر منحنی تابع $y = x^3 - 2x^2 + y^3 - 2y = 0$ در نقطه $(1,1)$ واقع بر منحنی بنویسید . | ۱/۵ |
| ۱۲ | در تابع $y = ax^3 + bx^2 + c$ ضرایب a و b و c را چنان تعیین کنید که نمودار تابع از مبدأ مختصات بگذرد و نقطه $(1,1)$ نقطه ای عطف آن باشد . | ۱/۵ |
| ۱۳ | ابتدا نمودار تابع f با ضابطه x در صورت وجود مختصات نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی آن را تعیین کنید . | ۱/۵ |
| ۱۴ | جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin x - \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید . | ۱/۵ |
| ۱۵ | اولاً نمودار تابع $y = \frac{ x-3 ^{-4}}{2} dx$ را حساب کنید . | ۱/۲۵ |
| | « موفق باشید » | ۲۰ |

با اسمه تعالی

| | |
|---------------------------------|---|
| رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--|------|
| ۱ | $\begin{cases} x \geq 0, (y-1)^2 \geq 0 \\ x + (y-1)^2 = 0 \end{cases} \rightarrow x = 0, (y-1)^2 = 0 \quad (./25) \rightarrow x = 0, y = 1 \quad (./25) \rightarrow f = \{(0,1)\}$ <p style="text-align: center;">تابع هست زیرا فقط یک زوج مرتب دارد. (./25)</p> | ۰/۷۵ |
| ۲ | $D_f = (-\infty, 1], D_g = R - \{1, -1\} \quad (./25)$ $Dgof = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} \quad (./25) = \left\{ x \in (-\infty, 1] \mid \underbrace{\sqrt{1-x}}_{x \neq 0} \neq 1, -1 \right\} \quad (./25) \Rightarrow$ $Dgof = (-\infty, 1] - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1] \quad (./25) \quad gof(x) = \frac{1}{1-x-1} = \frac{-1}{x} \quad (./25)$ | ۱/۲۵ |
| ۳ | $\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \sqrt{2} \quad (./25) \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3 \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow$ $\frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\alpha + \beta}{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta} \quad (./25) = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 2(-3)} = \frac{\sqrt{2}}{8} \quad (./25)$ | ۰ |
| ۴ | $y = -x^2 + 4x - 3 = -[(x-2)^2 - 1] \quad (./25)$ $\begin{cases} y_1 = -[(x_1-2)^2 - 1] \\ y_2 = -[(x_2-2)^2 - 1] \\ y_1 = y_2 \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow (./25) \quad \text{تابع یک به یک است پس معکوس پذیر است}$ $y = -[(x-2)^2 - 1] \rightarrow (x-2)^2 = 1-y \rightarrow x-2 = \sqrt{1-y} \quad x < 2 \quad (./25) \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{1-y} \quad (./25) \rightarrow$ $x = 2 - \sqrt{1-y} \rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{1-x}, x < 1 \quad (./25)$ | ۱/۲۵ |
| ۵ | $\cos 2^\circ + \cos 14^\circ + \cos 10^\circ = 2 \cos 8^\circ \cos 6^\circ + \cos 10^\circ =$ $(./25)$ $-2 \cos 10^\circ \times \frac{1}{2} + \cos 10^\circ = 0 \quad (./25)$ | ۰/۷۵ |
| | «ادامه در صفحه ی دوم» | |

با اسمه تعالی

| | |
|---------------------------------|---|
| رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۴۸۵ / ۱۰ / ۱۹ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۸۵ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---|------|
| ۶ | <p>۳/۲۵</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^5 + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{(x+1)(x^2 + x - 1)(\cdot / 25)}{(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(\cdot / 25)} =$</p> $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 + x - 1}{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1} = \frac{-1}{5} (\cdot / 25)$ <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \bar{x}} \frac{\Delta - [x]}{x - \bar{x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow \bar{x} \\ x < \bar{x}}} \frac{\Delta - \Delta}{x - \bar{x}} = \frac{\text{صفرمطلق}}{\text{صفرنسبی}} = 0 (\cdot / 25)$</p> $[x] = \Delta$ <p>ج) $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} 2x \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{2x \sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 2 (\cdot / 25)$</p> <p style="text-align: right;">روش اول:</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2 - x} - 2x)(\sqrt{4x^2 - x} + 2x)}{\sqrt{4x^2 - x} + 2x} (\cdot / 25) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - x - 4x^2}{\underbrace{ 2x + 2x}_{2x}} =$</p> $(\cdot / 25)$ <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{4x} = \frac{-1}{4} (\cdot / 25)$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty (\cdot / 25)$</p> <p>یا $x > \frac{3\pi}{2}$ پس انتهای کمان در منطقه چهارم قرار دارد و بنابراین $\tan x < 0$ پس جواب $-\infty$ می شود. (<cdot 25="">)</cdot></p> | |
| ۷ | <p>۰/۷۵</p> <p>$D = R - \{-1, -2\}$</p> <p>مجانبهای قائم $y = \pm\infty$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty \Rightarrow x = 2, x = -2$</p> <p>مجانب افقی $y = 0 \rightarrow y = 0$</p> | |
| | «ادامه در صفحه سوم» | |

با اسمه تعالی

| | |
|---------------------------------|---|
| رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--|------|
| ۸ | $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} ([x] - 1) = 2 - 1 = 1, f(3) = 2$ $(\cdot / ۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - x - 4) = 9 - 3 - 4 = 2 (\cdot / ۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ وجود ندارد \rightarrow $x = 3$ در f پیوسته نیست \rightarrow وجود ندارد \Rightarrow $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ دارد. $(\cdot / ۲۵)$ ولی چون f در $x_0 = 3$ پیوستگی از راست دارد. $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$ | ۱ |
| ۹ | $y' = 2\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)\left(\frac{-2}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + \frac{2}{1+(2x-5)^2}$ $(\cdot / ۲۵) \quad (\cdot / ۲۵) \quad (\cdot / ۲۵)$ ب) $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} (\sin x - 3 \cos x) + (2 \sin x \cos x + 3 \sin x) \sqrt[3]{x}$ $(\cdot / ۲۵) \quad (\cdot / ۲۵)$ ج) $y' = \frac{2x^2(\Delta x^2) - 1 \cdot x(x^2 + 2)}{(\Delta x^2)^2}$ $(\cdot / ۵)$ | ۱/۷۵ |
| ۱۰ | $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $(\cdot / ۲۵)$ $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR} \times \frac{dR}{dt} = 4\pi R^2 \times \cdot / \cdot^3 = 12\pi$ | ۱ |
| ۱۱ | $y^2 + x^2 y - 2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-2xy}{2y^2 + x^2} (\cdot / ۵) \rightarrow$ $m_{\text{محل}} = -\frac{1}{2}$ $\rightarrow m_{\text{قائم}} = 2 \Rightarrow$ $(\cdot / ۲۵)$ معادله قائم $y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1$ $(\cdot / ۲۵) \quad (\cdot / ۲۵)$ | ۱/۵ |
| ۱۲ | $y' = 2ax^2 + 2bx (\cdot / ۲۵) \Rightarrow y'' = 2ax + 2b (\cdot / ۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} 1 = a + b + c \\ 0 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 0 \\ 0 = 2a + 2b \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + b = 1 \\ 2a + 2b = 0 \end{array} \right. \rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} (\cdot / ۵)$ | ۱/۵ |
| | « ادامه در صفحه چهارم » | |

| | |
|---------------------------------|---|
| رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان |
| تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------|------------------|--------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|---|----------------|---|----------------|---|---|---|-----|
| ۱۳ | <p>نقاط بحرانی: (۰/۵) $B(5,2), A(1,-1)$</p> <p>نقاط Min نسبی و مطلق: (۰/۲۵) $A(1,-1)$</p> <p>نقاط Max نسبی و مطلق: ندارد (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵) رسم</p> | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | <p>$y' = \gamma \sin x \cos x - \cos x = \cos x(\gamma \sin x - 1) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow y = 0, y = 2 \\ \gamma \sin x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \end{cases}$</p> <p>$y = 0 \rightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = 0, x = \pi, x = 2\pi \\ \sin x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$</p> <p>جدول (۰/۷۵)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>$\frac{\pi}{6}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{6}$</td> <td>π</td> <td>$\frac{3\pi}{2}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>—</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>۰</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> </table> | x | ۰ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π | y' | — | ۰ | + | ۰ | — | ۰ | + | ۰ | — | y | ۰ | $-\frac{1}{4}$ | ۰ | $-\frac{1}{4}$ | ۰ | ۲ | ۰ | ۱/۵ |
| x | ۰ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | — | ۰ | + | ۰ | — | ۰ | + | ۰ | — | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | ۰ | $-\frac{1}{4}$ | ۰ | $-\frac{1}{4}$ | ۰ | ۲ | ۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | <p>$y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۱ \end{cases}$</p> <p>$x = ۳ \Rightarrow y = -۲$</p> <p>$\int_{-۱}^{\Delta} y dx = \int_{-۱}^{-۱} y dx + \int_{-۱}^{\Delta} y dx + \int_{\Delta}^{\Delta} y dx =$</p> <p>$\frac{1 \times \frac{1}{2}}{2} - \frac{4 \times ۲}{2} - \frac{2(1+2)}{2} = -\frac{۲۷}{4}$</p> <p>محاسبه (۰/۷۵)</p> <p>(۰/۵) رسم</p> | ۱/۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>محبین گرامی، با سلام لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.</p> | ۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |