

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ایستگاه ریاضی ۸

(کتاب کار)

روح اله تختی پور

سرشناسه : تختی‌پور، روح‌اله، ۱۳۵۱-
عنوان و نام پدیدآور : ایستگاه ریاضی ۸: (کتاب کار)
مشخصات نشر: دزفول، اهوراقلم، ۱۳۹۴
مشخصات ظاهری : ۱۴۹ ص: مصور (رنگی)، جدول (رنگی)، نمودار (رنگی)؛
۲۲×۲۹ س م.
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۱۲۵-۷۲-۴
وضعیت فهرست‌نویسی : فیپای مختصر
یادداشت: فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir>
قابل دسترسی است.
شماره کتابشناسی ملی : ۳۹۱۱۲۰۱



ایستگاه ریاضی ۸

نویسنده : روح‌اله تختی‌پور
گروه ویراستاران: روح‌اله طالب‌زاده
فرشته شجاعی - فریبا شکیبا
شهره شجاعی - پروین حیدری
فروزان بافنده - غلامرضا تفضلی
آزیتا باقریان‌زاده
انتشارات : اهورا قلم
واحد کودکان و نوجوانان : پرنده آبی
قطع : رحلی
نوبت چاپ : اول - تابستان ۱۳۹۴
چاپ : مهر
تیراژ : ۱۰۰۰ نسخه
قیمت : ۱۳۵۰۰۰ ریال
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۱۲۵-۷۲-۴

ISBN: 978-600-7125-72-4

ahoura.ghalam@yahoo.com

پست الکترونیک:

www.ahoura-ghalam.ir

آدرس اینترنتی :

آدرس : دزفول، خیابان اکباتان، بین خ میرداماد و خ قاضی، کوچه بنفشه، پلاک ۱۹۴

شماره تماس : ۰۹۱۶۶۴۱۵۸۹۴ - ۰۶۱۴۲۲۴۹۱۲۴

شماره تماس جهت تهیه کتاب: ۰۹۱۶۶۴۵۱۶۲۳

باسمه تعالی

کزین برتر اندیشه برنگذرد

به نام خداوند جان و خرد

«مقدمه»

کتابی که در دستان شماست، برای آشنایی بیشتر شما با مباحث کتاب ریاضی هشتم با رویکرد حل مسئله و کشف راهبردهای مناسب مسائل، با تمرینات متنوع مانند **سئوالات تشریحی**، چهار گزینه ای، **صحیح**، غلط، **نقطه چین**، دست ورزی و جدول های **سودو کو** نوشته شده است. دانش آموزان عزیز توجه داشته باشید که این کتاب را به عنوان یک مکمل یعنی کامل کننده مباحث کتاب درسی نگاه کنید. کتاب درسی را حل کنید و سپس برای تثبیت اطلاعات و سنجش میزان یادگیری و افزایش تسلط خود از قسمت های متنوع این کتاب استفاده کنید. همکاران گرامی: بی شک این مجموعه دارای اشکالات و نارسایی هایی است که برای رفع آن نیازمند تذکرات، پیشنهادات و انتقادات شما همکاران محترم می باشیم. از شما اساتید و صاحب نظران تقاضا دارم تا با نظرات دلسوزانه خود ما را در امر هر چه بهتر کردن چنین مجموعه هایی یاری دهید. نظرات خود را به آدرس الکترونیکی www.Takhtipoor@gmail.com ارسال نماید. در پایان از آقای احمد سجادممنش و خانم ندا محسنی نژاد و کلیه همکارانی که در تهیه و چاپ این کتاب ما را یاری دادند، تقدیر و تشکر می کنم.

یادمان باشد که انسان را پاداشی بیش تر یا کم تر از مقدار تلاشش نیست.

با تشکر

روح اله تختی پور – دزفول – تابستان ۱۳۹۴

فهرست

فصل اول: عدد‌های صحیح و گویا.....	۵
آزمون فصل اول.....	۱۹
فصل دوم: حساب اعداد طبیعی.....	۲۲
آزمون فصل دوم.....	۲۸
فصل سوم: چند ضلعی ها.....	۳۳
آزمون فصل سوم.....	۴۶
فصل چهارم: جبر و معادله.....	۵۱
آزمون فصل چهارم.....	۶۱
فصل پنجم: بردار و مختصات.....	۶۸
آزمون فصل پنجم.....	۷۷
آزمون نوبت اول.....	۸۰
فصل ششم: مثلث.....	۸۴
آزمون فصل ششم.....	۹۴
فصل هفتم: توان و جذر.....	۹۷
آزمون فصل هفتم.....	۱۰۷
فصل هشتم: آمار و احتمال.....	۱۱۰
آزمون فصل هشتم.....	۱۱۸
فصل نهم: دایره ها.....	۱۲۵
آزمون فصل نهم.....	۱۳۴
آزمون های نوبت دوم.....	۱۳۷

فصل ۱

اعداد صحیح و گویا

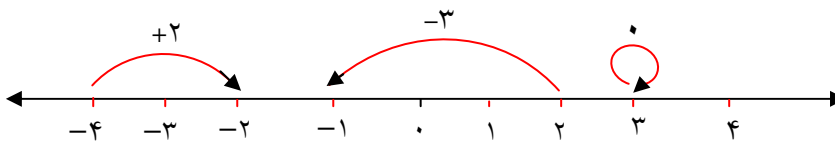


اعداد صحیح:

* حرکت بر روی محور: جابجایی از یک نقطه به نقطه دیگر را حرکت گویند، و اگر این حرکت

در جهت مثبت (سمت راست) باشد، با علامت مثبت و اگر در جهت منفی (سمت چپ) باشد، علامت

منفی خواهد داشت.



◀ مثال:

* قرینه: به اعدادی که فاصله ی آن ها تا مبدأ (صفر) با هم برابر، اما در جهت مخالف یکدیگر قرار

دارند، دو عدد قرینه گویند:

$$-(+7) = -7, \quad -(-12) = +12$$

◀ مثال:

* جمع و تفریق اعداد صحیح:

(۱) اگر هر دو عدد هم علامت باشند، باهم جمع شده با علامت مشترک.

(۲) اگر علامت های مختلف داشته باشند، از هم کم شده با علامت عدد بیش تری (بدون توجه به

علامت، عدد بیش تر باشد) ▶ مثال:

$$(-12) + (-5) = -17$$

$$(+80) - (+60) = 80 - 60 = 20$$

* ضرب و تقسیم اعداد صحیح:

$\div$ یا $\times$	+	-
+	+	-
-	-	+

◀ مثال:

$$(-7) \times (-5) = +35, \quad (-60) \div (+12) = -5$$

* حق تقدم در محاسبات ریاضی :

(۱) پرانتز (۲) توان یا جذر (۳) ضرب و تقسیم از چپ به راست

(۴) جمع و تفریق از چپ به راست

◀ مثال :

$$4 + 6 \div \underbrace{(-5 + 2)}_{-3} \times 4 - 7 = 4 + 6 \div \underbrace{(-3)}_{-8} \times 4 - 7 = 4 - 8 - 7 = -11$$

* جمع اعداد متوالی (پشت سرهم) : اعداد را دوبار جمع می زنیم. یک بار از کوچک به بزرگ

(صعودی) و بار دیگر از بزرگ به کوچک (نزولی) تا الگویی کشف شود. این روش را آقای گاوس در کودکی کشف نموده است.

◀ مثال : مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰ را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+\dots+48+49+50 \\ 50+49+48+47+\dots+3+2+1 \\ \hline 51+51+51+51+\dots+51+51+51 \end{array}$$

پاسخ : به صورت ستونی جمع می کنیم :

در نتیجه : ۵۰ تا ۵۱ خواهیم داشت یعنی : $50 \times 51 = 2550$

اما چون دوبار جمع زدیم پس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم : $2550 \div 2 = 1275$

مطالعه بیش تر

کارد فریدریس گاوس در ۱۱ اردیبهشت ۱۱۵۵ شمسی در آلمان متولد شد. پدرش کشاورز بود و وضع مالی ضعیفی داشتند. در زمان کودکی (حدود ۱۰ ساله) توانست برای اولین بار مجموع اعداد ۱ تا ۱۰۰ را با الگویابی محاسبه کند. او از ریاضی دانان مشهور عصر خود بود و به نام شاهزاده ی ریاضی معروف بود. در رشته ی فیزیک توانست دستگاه انحراف مغناطیسی و مغناطیس سنج را اختراع کند. در ریاضیات نیز قضیه های مهمی مانند قضیه بنیادین جبر و قضیه اعداد مختلط را اثبات کرد. سرانجام پس از ۷۹ سال دارفانی را وداع گفت.

معرفی عددهای گویا

* به هر عددی که بتوانیم آن را به صورت تقسیم یک عدد صحیح بر عدد صحیح بنویسیم به طوری که مخرج صفر نباشد، عدد **گویا** می گوییم.

◀ مثال :

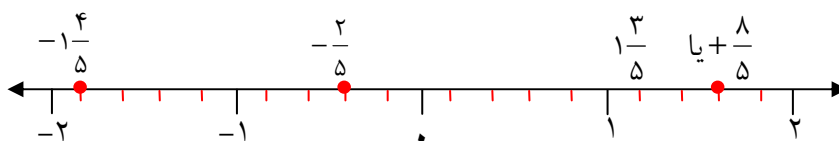
$$-\frac{5}{6}, \frac{8}{-3}, 0/7, -2\frac{1}{3}, 18$$

نکته (۱) : هر کدام از عددهای طبیعی و صحیح نیز یک عدد گویا هستند.

$$50 = \frac{+50}{1} = +\frac{100}{2}$$

نکته (۲) : هر عدد گویا را می توانیم روی محور اعداد نمایش دهیم.

◀ مثال :



نکته (۳) : قرینه ی اعداد گویا همانند عددهای صحیح است.

◀ **مثال :**

$$-(-\frac{7}{5}) = +\frac{7}{5} \qquad -(+2\frac{3}{4}) = -2\frac{3}{4}$$

نکته (۴) : برای نوشتن معکوس هر عدد گویا، جای صورت و مخرج آن را عوض می کنیم.

◀ **مثال :**

$$-\frac{11}{6} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{6}{11}, \quad -4\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{3}{14} \quad (\text{مخلوط به کسر})$$

$-\frac{14}{3}$

نکته (۵) : اگر بخواهیم کسرهایی مساوی با یک کسر بنویسیم، کافی است که صورت و مخرج آن

را در یک عدد غیر صفر ضرب کنیم.

$$\begin{array}{c} \times 2 \\ \curvearrowright \\ -\frac{3}{4} = -\frac{6}{8} = -\frac{9}{12} = -\frac{12}{16} = \dots \\ \curvearrowleft \\ \times 2 \end{array}$$

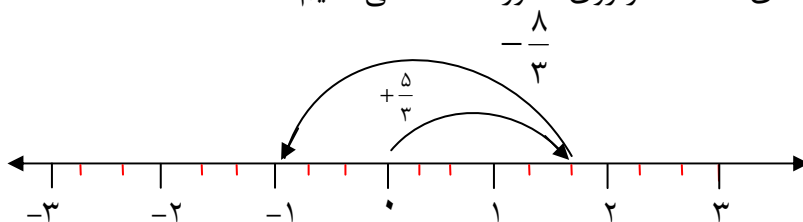
نکته (۶) : علامت کسر می تواند در کنار، صورت یا مخرج کسر گذاشته شود.

$$-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$$

*** جمع و تفریق اعداد گویا**

الف) به کمک محور : از حرکت های علامت دار روی محور استفاده می کنیم.

◀ **مثال :**



$$(+\frac{5}{3}) + (-\frac{8}{3}) = -\frac{3}{3} = -1$$

ب) بدون محور : اگر مخرج کسرها مساوی باشند، یکی از مخرج ها را نوشته و حاصل صورت ها را طبق علامت ها کم یا زیاد می کنیم و اگر مخرج ها مساوی نباشند ابتدا باید مخرج مشترک (ک.م.م) گرفته و سپس حاصل را به دست می آوریم.

◀ مثال :

$$\left(-\frac{4}{9}\right) + \left(+\frac{5}{9}\right) = \frac{-4+5}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\left(+\frac{5}{7}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{+15-14}{21} = \frac{1}{21}$$

$$\left(-\frac{3}{10}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right) = \frac{-9+8}{30} = \frac{-1}{30} \quad 30 = [10 \text{ و } 15] \text{ ک.م.م}$$

* ضرب اعداد گویا

ابتدا علامت ها را درهم ضرب کرده، سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می شود.

نکته : اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و قبل از ضرب چنانچه ساده شوند، ساده می کنیم.

$$\left(-\frac{4}{15}\right) \times \left(+\frac{5}{12}\right) = -\frac{1}{12}$$

◀ مثال :

* تقسیم اعداد گویا

در تقسیم اعداد گویا : عدد اول خودش، علامت تقسیم به علامت ضرب و عدد دوم معکوس

می شود. ادامه ی عملیات مانند ضرب است. ▶ مثال:

$$\left(+\frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{7}\right) = \left(+\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{14}{5}$$

نکته

$x < 2$ یعنی همه ی عددهای کوچک تر از ۲

$x > 2$ یعنی همه ی عددهای بزرگ تر از ۲

$x \geq 2$ یعنی همه ی عددهای بزرگ تر از ۲ یا مساوی آن.

ایستگاه ریاضی ۸

$3 < x < 4$ یعنی همه ی عددهای بین ۳ و ۴ (خود ۳ و ۴ جزء این اعداد نیستند).

$0 < x \leq 5$ یعنی همه ی عددهای بین ۰ و ۵ به همراه خود عدد ۵

$-2 \leq x \leq 4$ یعنی همه ی عددهای بین -۲ و ۴ و خود عددهای -۲ و ۴

اشتباهات رایج

* بگوییم $2\frac{3}{5}$ یعنی -۲ واحد باضافه $-\frac{3}{5}$.

* نگوییم: $2\frac{3}{5}$ یعنی $-2 + \frac{3}{5}$.

* موقع ساده کردن، نمی توانیم عددهای صورت را باهم یا مخرج ها را باهم ساده کنیم. در ضمن حتماً باید عمل ضرب باشد.

◀ مثال :

$$\frac{5+12}{7+5} = \frac{17}{12} \quad (5 \text{ ها باهم ساده نمی شوند})$$

* وقتی یک کسر را معکوس می کنیم، علامتش تغییر نمی کند.

$$-\frac{7}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{5}{7}$$

* عدد صفر معکوس ندارد. چون تقسیم بر صفر معنی ندارد. (تعریف نشده).

$$\frac{0}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{0} \quad (\text{تعریف نشده})$$

*** روش دور در دور و نزدیک در نزدیک:**

در تقسیم دو کسر، اعداد دور را درهم ضرب و در صورت می نویسیم و اعداد نزدیک به هم را نیز

$$\left(\begin{array}{r} -\frac{4}{5} \\ +\frac{2}{3} \end{array} \right) = -\frac{4 \times 3}{5 \times 3} = -\frac{12}{15} = -\frac{4}{5}$$

درهم ضرب و در مخرج می نویسیم. **◀ مثال :**

*** تبدیل کسر به اعشار:**

الف) صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم اگر باقی مانده صفر شود، آن را عدد اعشاری مختوم می نامند.

$$\frac{4}{5} = 0.8$$

◀ مثال :

ب) اگر در تقسیم باقی مانده صفر نشده و عدد اعشاری مرتب تکرار شود به آن **متناوب ساده** گویند.

◀ مثال :

$$\frac{1}{3} \cong 0.333333\ldots = 0.\overline{3} \quad (\text{خط تیره یعنی عدد ۳ چندین بار تکرار شده است})$$

ج) اگر اعداد اعشاری پس از چند رقم دوباره تکرار شوند، آن عدد را **متناوب مرکب** گوئیم.

$$\frac{7}{15} \cong 0.46666\ldots = 0.4\overline{6}$$

*** پیدا کردن عددی گویا بین هر دو عدد گویا:**

الف) هم مخرج کردن : بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ یک کسر بنویسید.

$$\frac{3}{4} = \frac{30}{40} \quad \text{و} \quad \frac{4}{5} = \frac{32}{40}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{31}{40} < \frac{4}{5}$$

در نتیجه :

ب) جمع کردن صورت ها باهم و مخرج ها باهم.

◀ مثال بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ یک کسر پیدا کنید.

$$\frac{1}{4} < \frac{1+1}{4+3} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{2}{7} < \frac{1}{3}$$

سوالات امتحانی فصل ۱

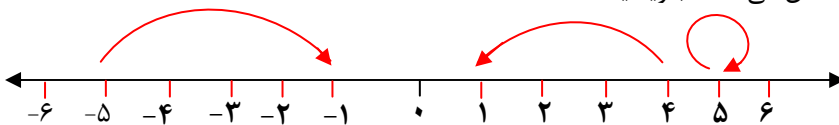


اعداد صحیح

۱- دور اعداد صحیح خط بکشید.

$$-۸, \frac{۳}{۴}, ۲۵, ۰, \frac{۲}{۵}, -۸۰۰, +\frac{۲۰}{۴}$$

۲- عددی را که هر حرکت روی محور نشان می دهد، بنویسید.



۳- علامت $<=>$ بگذارید.

$$-(-۷) \bigcirc ۷ \quad \text{و} \quad +(-۱۴) \bigcirc -(+۱۴) \quad \text{و} \quad +۱۵ \bigcirc -۱۵ \quad \text{و} \quad -۳۰۰ \bigcirc -۲۰$$

۴- حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$(+۸) + (-۳) =$$

$$(-۲۰) - (-۱۸) =$$

$$(-۶) + (-۵) =$$

$$(+۷) - (+۴) =$$

۵- حاصل ضرب و تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$(-۹) \times (-۵) =$$

$$(+۶۰) \div (-۱۲) =$$

$$(+۷) \times (-۴) =$$

$$(-۳۲) \div (-۸) =$$

۶- حاصل عبارت های زیر را با رعایت ترتیب انجام عملیات به دست آورید.

$$-۱۵ + ۸ \times ۳ =$$

$$-۴۸ \div ۴ \times ۳ - ۷ =$$

$$۱۱ - ۷ \times ۵ \div ۳ + ۲ =$$

$$-(-۴ + ۵) \times (-۷ - ۲) =$$

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \dots + ۳۸ + ۳۹ + ۴۰ =$

ب) $-۱ + ۲ - ۳ + ۴ - ۵ + \dots + ۲۰۰ =$

معرفی اعداد گویا

۸- جملات زیر را با عدد یا کلمه ی مناسب کامل کنید.

(الف) بین هر دو عدد گویا..... عدد گویا وجود دارد.

(ب) قرینه ی قرینه ی هر عدد گویا برابر است با

(ج) قرینه معکوس عدد $2\frac{3}{5}$ - برابر است با..... .

(د) معکوس اعداد گویای بزرگ تر از یک، از خود آن اعداد است.

(ه) بین $1\frac{1}{2}$ - و $3\frac{1}{2}$ - عدد صحیح وجود دارد.

۹- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) هر عدد صحیح یک عدد گویا است.

(ب) $\sqrt{7}$ یک عدد گویا است.

(پ) هر عدد گویا را می توان به صورت یک کسر متعارفی مثبت نوشت.

(ت) بین عددهای صحیح ۴- و ۶- فقط یک عدد گویا وجود دارد.

(ث) معکوس قرینه ی عدد $3\frac{2}{5}$ - عدد گویای $\frac{5}{17}$ است.

۱۰- کدام گزینه گویا نیست ؟

(۱) $\sqrt{49}$ (۲) -8 (۳) $\sqrt{20}$ (۴) $\frac{0}{-8}$

۱۱- عدد گویای $3\frac{2}{7}$ - با کدام یک از اعداد زیر مساوی است؟

(۱) $-\frac{11}{7}$ (۲) $-\frac{23}{7}$ (۳) $-\frac{13}{7}$ (۴) $-\frac{19}{7}$

۱۲) معکوس کدام عدد با خودش برابر است ؟

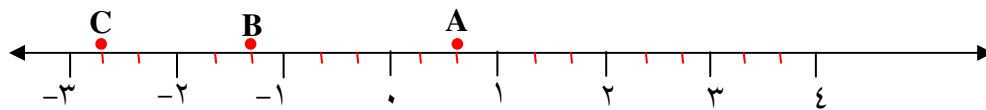
(۱) ۶ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $3\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۱۳- الف) نقاط A, B, C چه اعدادی را نشان می دهند؟

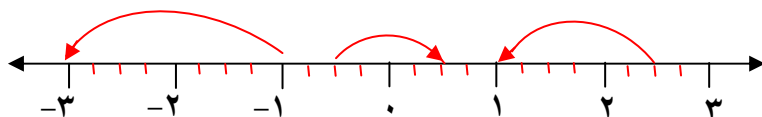
A=

B=

C=



ب) عددهای گویای مربوط به هر حرکت را بنویسید.

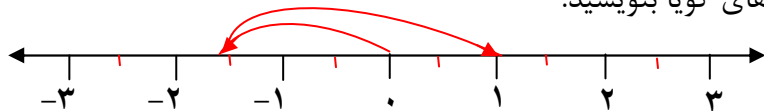


۱۴- اعداد $-\frac{3}{5}$, $\frac{1}{18}$, $-\frac{1}{5}$, $\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{3}$ را در مکان مناسب جدول بنویسید.

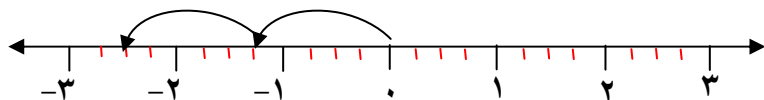
$x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x$

جمع و تفریق اعداد گویا

۱۵- برای محورهای زیر یک جمع با عددهای گویا بنویسید.



$$(\quad) + (\quad) =$$



$$(\quad) + (\quad) =$$

۱۶- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\left(+\frac{13}{15}\right) + \left(-\frac{8}{15}\right) =$$

$$\left(-\frac{4}{11}\right) - \left(-\frac{5}{11}\right) =$$

$$\left(+\frac{17}{25}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(-\frac{7}{20}\right) + \left(+\frac{4}{15}\right) =$$

$$-3 + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{20} =$$

$$-\frac{5}{8} + \frac{3}{4} =$$

$$-\frac{3}{7} - \frac{2}{5} =$$

$$-4 + \frac{3}{8} =$$

$$-\frac{5}{18} + \frac{7}{12} =$$

$$+0/3 - 0/25 =$$

$$-2\frac{3}{5} + \frac{3}{10} =$$

۱۷- الف) بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ سه کسر بنویسید.

ب) حاصل عبارت زیر را به صورت تقریبی بنویسید.

$$3\frac{1}{15} - 2\frac{11}{12} - 4\frac{2}{17} \approx$$

ضرب و تقسیم اعداد گویا

۱۸- جاهای خالی را با کسر مناسب کامل کنید.

$$-\frac{5}{6} \times \dots\dots\dots = 1, \quad -3\frac{2}{5} \times \dots\dots\dots = 1$$

۱۹- جدول زیر را کامل کنید.

$-\frac{3}{5}$			$\frac{2}{5}$	-۳	عدد
		$-\frac{7}{5}$			قرینه
	$-\frac{8}{9}$				معکوس

۲۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\left(+\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{9}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(+\frac{4}{7}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(+\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{11}{5}\right) =$$

$$(-13) \div (+7) =$$

۲۱- در تساوی زیر مقدار m را به دست آورید.

$$\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \dots\dots\dots \times \frac{m+1}{m} = 100$$

۲۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $(-\frac{4}{15} + \frac{3}{5}) \times \frac{5}{12} =$

ب) $(\frac{3}{5} - 2) \div (-\frac{9}{10}) =$

ج) $\left[(-\frac{1}{8}) - (-\frac{5}{12}) \right] \div (+9 - 2) =$

د) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$



دست ورزی

ابتدا پاسخ هر عبارت را بنویسید و سپس به ترتیب، شماره‌ی پاسخ‌ها را به هم وصل کنید تا یک ستاره‌ی زیبا بسازید.

۱) $-\frac{3}{10} + \frac{7}{10} =$

۶) $\frac{1}{5} - \frac{4}{5} =$

۲) $-\frac{5}{6} + (-\frac{1}{6}) =$

۷) $\frac{2}{1} + \frac{-7}{3} =$

۳) $\frac{1}{2} + \frac{-4}{2} =$

۸) $\frac{1}{4} - \frac{-3}{8} =$

۴) $\frac{1}{3} + \frac{-1}{2} =$

۹) $\frac{5}{6} - \frac{-4}{8} =$

۵) $\frac{1}{4} - \frac{1}{-4} =$

۱۰) $\frac{3}{4} + \frac{-5}{6} =$

• ۲

• $-\frac{1}{9}$ • $-\frac{1}{6}$

• ۱

• $-\frac{1}{4}$ • $-\frac{1}{4}$

• -۱

• $-\frac{3}{2}$ • $\frac{1}{2}$ • $-\frac{3}{5}$

• -۴

• $\frac{3}{5}$ • $-\frac{1}{3}$ • $\frac{2}{5}$ • $-\frac{1}{3}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{5}{4}$ • $-\frac{1}{3}$ • $\frac{4}{3}$ • $\frac{6}{7}$ • $\frac{3}{9}$ • $\frac{1}{3}$ • $-\frac{1}{2}$ • $\frac{1}{12}$ • $\frac{4}{5}$ • $\frac{5}{8}$ • $\frac{3}{4}$ • $-\frac{1}{3}$

جدول سودوکو

هدف



شما با حل این سودوکو با مفهوم عدد صحیح (مثبت و منفی و صفر) آشنا شده و روش جمع و تفریق و نیز ضرب کردن آن‌ها را یاد می‌گیرید.

دست ورزی

-۴			۴	۳	-۳	۰		
-۳	-۲	-۱	۲		۰		۳	۴
	۴		-۲	-۱	۱	۲	-۳	-۴
-۲			۰		-۱		۴	
	۰			۴	۳	-۲	-۴	
۲	۳	۴	-۴	۱	-۲			-۱
۰			۱		-۴	۴	۲	
۱	۲		-۱			-۴	-۲	۳
	-۴	-۲	۳	-۳	۲	-۱		۰

با استفاده از اعداد ۴، ۳، ۲، ۱، ۰، -۱، -۲، -۳، -۴ جدول سودوکو را کامل کنید به نحوی که در هر سطر و هر ستون و هر یک از خانه‌های 3×3 جدول، اعداد فوق بدون تکرار قرار گیرند.
سپس:

خودارزیابی



۱. کامل کردن جدول دقیقه
۲. حل مسئله ریاضی دقیقه
۳. تا چه حد از نتیجه‌ی کارتان راضی هستید؟
☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

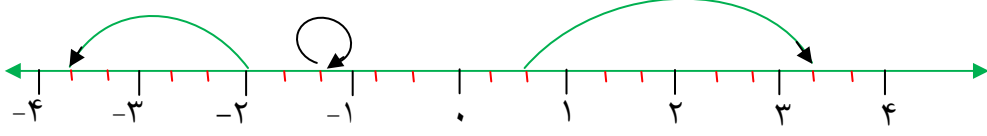
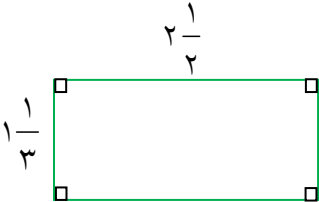
تایی‌های فوق، حاصل ضرب دو عدد نخست (از سمت بالا) برابر با عدد سوم خواهد بود

جدول سودوکو را کامل کنید.

جدول سودوکو را کامل کنید. مدت زمانی را که برای یافتن اعداد خانه‌های خالی جدول صرف کردید در محل خود ارزیابی درج کنید.

ایستگاه ریاضی ۸

ردیف	فرزند خوبم با دقت به پرسش ها پاسخ بده	آزمون فصل ۱	با استفاده از ماشین حساب	بارم
۱	گزینه ی مناسب را علامت بزنید. (الف) معکوس کسر $(-\frac{3}{4})$ کدام است؟ $\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{11}{4}$ (۳) $-\frac{4}{11}$ (۴) (ب) نقطه نمایش $-\frac{25}{3}$ بین کدام دو نقطه قرار دارد؟ -۸ و -۹ (۱) -۷ و -۸ (۲) -۷ و -۶ (۳) $-\frac{1}{5}$، -۵، -۶ (۴) (ج) حاصل عبارت $2\frac{23}{33} \times 2\frac{2}{5}$ برابر است با : صفر (۱) 24 (۲) 25 (۳) 50 (۴) (د) کدام یک از اعداد زیر گویا نیست ؟ $\sqrt{36}$ (۱) 0 (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 1 (۴)			۱
۲	درستی یا نادرستی هر جمله را مشخص کنید. (الف) هر عدد طبیعی یک عدد گویا است. () (ب) بین -۵ و -۶ عدد گویایی وجود ندارد. () (ج) معکوس صفر برابر است با صفر. () (د) عدد -۱۰۰ در فاصله ی $-۷۰ < x < -۱۱۰$ قرار دارد. ()			۱
۳	کامل کنید. ۱- حاصل تقسیم هر عدد (به جز صفر) بر قرینه اش، می باشد. ۲- معکوس $9/4$ برابر است با..... ۳- بین -۷ و -۸ عدد گویا وجود دارد. ۴- قرینه ی بزرگ ترین عدد منفی چهاررقمی، عدد..... است.			۱
۴	حاصل را به دست آورید. $-۱۵+۴۵ \div 3 \times (-۵) =$ $۱+۲+۳+۴+.....+۵۰ =$			۲

۱/۵	۵	یک خرگوش روی نقطه $4\frac{1}{4}$ قرار دارد. او پرش هایی به طول $1\frac{1}{2}$ در جهت منفی ها انجام می دهد. پس از ۵ پرش به چه نقطه ای می رسد؟ (عملیات)
۱	۶	الف) نقاط $2\frac{1}{5}, -\frac{3}{5}$ را روی محور زیر نشان دهید. ب) عدد متناظر با هر حرکت را بنویسید.
۱/۵		
۲	۷	محیط و مساحت مستطیل مقابل را به دست آورید.  P= S=
۱	۸	جمع های زیر را روی محور نشان داده و حاصل را به دست آورید. الف) $(-\frac{5}{3}) + (+\frac{7}{3}) =$ ب) $(-\frac{7}{4}) + (-\frac{9}{4}) =$
۰/۵	۹	الف) جای خالی را با کسر مناسب پر کنید. $-2\frac{1}{2} \times \dots\dots\dots = 1$ ب) مقایسه کنید. $\frac{3}{5} \bigcirc 0/25$ و $-\frac{1}{7} \bigcirc -\frac{11}{5}$ ج) کامل کنید. عدد $-3\frac{1}{17}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

۱۰	حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. الف) $(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6}) \div (-\frac{7}{24}) =$ ب) $\frac{2}{5} \times (-1 + \frac{4}{7}) =$ ج) $-0.8 \times (5/5 - 6) =$
۱۱	میانگین عددهای $-\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{8}$ ، $\frac{7}{5}$ را به دست آورید.
۱۲	سؤال جایزه : کسری مساوی $\frac{3}{7}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرجش ۴۰۰ شود.





اعداد طبیعی به سه دسته تقسیم می شوند : اعداد اول، اعداد مرکب و عدد یک.

🏠 شمارنده:

به عددهای طبیعی که عددی مانند b بر آن ها بخش پذیر است، شمارنده ها یا مقسوم علیه های عدد b می گویند.

◀ مثال :

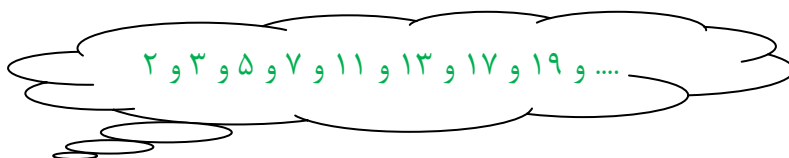
۱۸ و ۹ و ۶ و ۳ و ۲ و ۱ : شمارنده های طبیعی ۱۸

۷ و ۱ : شمارنده های طبیعی ۷

🏠 عدد اول:

به عددهای طبیعی که فقط ۲ شمارنده (یک و خود عدد) داشته باشند عدد اول گویند.

مانند :



🏠 عدد مرکب:

به هر عدد طبیعی که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد، عدد مرکب گویند. مانند ۱۸.

* هر عدد مرکب را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ تر از یک نوشت.

مانند :

$$۲۱=۳ \times ۷ \quad \text{و} \quad ۱۲=۴ \times ۳ \quad \text{و} \quad ۱۰=۲ \times ۵$$

نکته: عدد یک نه اول است و نه مرکب.

🏠 ب.م.م و ک.م.م:

ب.م.م دو عدد : حاصل ضرب شمارنده های اول مشترک با کم ترین تکرار (توان کمتر)

ک.م.م دو عدد: حاصل ضرب شمارنده های اول مشترک و غیرمشترک با بیش ترین تکرار (توان بیشتر)

* اگر ب.م.م دو عدد برابر یک باشد، گوییم آن دو عدد نسبت به هم اول (متباین) هستند.

◀ مثال:

$$(۸ و ۹) = ۱ \quad و \quad (۷ و ۱۱) = ۱ \quad و \quad (۱۵ و ۴۹) = ۱$$



۱- هر دو عدد متوالی (پشت سر هم) نسبت به هم اول (متباین) هستند. $(۱۵ و ۱۴) = ۱$

۲- هر دو عدد اول متفاوت نسبت به هم اول اند. $(۱۷ و ۵) = ۱$

۳- ک.م.م دو عدد متباین می شود حاصل ضرب آن ها.

◀ مثال:

$$(۵, ۷) = ۱ \Rightarrow [۵, ۷] = ۵ \times ۷ = ۳۵$$

۴- بعضی از اعداد مرکب نسبت به هم اول اند. $(۲۷ و ۲۵) = ۱$

۵- اگر عددی اول باشد، همه ی مضرب هایش به جز خود عدد مرکب هستند.

۶- اگر عددی مرکب باشد، همه ی مضرب هایش نیز مرکب هستند.

🏠 تعیین عددهای اول

روش غربال (الک کردن): این روش توسط اراتستن دانشمند یونانی کشف شده و چون در هر

مرحله تعدادی از عددهای غیر اول حذف می شوند، به روش غربال مشهور است.

مراحل:

(۱) عدد ۱ را خط می زنیم (عدد یک نه اول است و نه مرکب)

(۲) همه ی مضرب های ۲ به جز خود ۲ را خط می زنیم.

(۳) همه ی مضرب های ۳ به جز خود ۳ را خط می زنیم.

(۴) همه ی مضرب های ۵ به جز خود ۵ را خط می زنیم.

به این ترتیب خط زدن مضرب های اعداد اول را تا جایی ادامه می دهیم که به عدد اولی برسیم که مجذور (مربع) آن از بزرگ ترین عدد داده شده، بزرگ تر باشد.

◀ **مثال :** اگر روش غربال را برای اعداد از ۱ تا ۸۰ به کار ببریم، آخرین عدد اولی که باید مضرب

هایش را خط بزنینم چند است؟ عدد ۷ است زیرا : $7^2 = 49 < 80$

عدد اول بعد از ۷ عدد ۱۱ می باشد که $11^2 = 121 > 80$

🏠 روش تقسیم کردن (بخش پذیری)

برای تشخیص اینکه عددی اول است یا مرکب، آن عدد را بر عددهای اول کوچک تر از جذرش تقسیم می کنیم، اگر بر هیچ کدام بخش پذیر نبود، اول و در غیر این صورت مرکب است.

◀ **مثال :**

آیا عدد ۹۷ اول است ؟ $\sqrt{97} \cong 9$

۹۷ را بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ تقسیم می کنیم.

$\begin{array}{r} 97 \quad \quad 2 \\ -8 \quad \quad 48 \\ \hline 17 \\ 16 \\ \hline \textcircled{1} \end{array}$	$\begin{array}{r} 97 \quad \quad 3 \\ 9 \quad \quad 32 \\ \hline 07 \\ 6 \\ \hline \textcircled{1} \end{array}$	$\begin{array}{r} 97 \quad \quad 5 \\ 5 \quad \quad 19 \\ \hline 47 \\ 45 \\ \hline \textcircled{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} 97 \quad \quad 7 \\ 7 \quad \quad 13 \\ \hline 27 \\ 21 \\ \hline \textcircled{6} \end{array}$
---	---	--	--

عدد ۹۷ بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۳ و ۵ و ۷ بخش پذیر نیست پس ۹۷ عددی اول است.

* در بخش پذیری می توان از قواعد بخش پذیری استفاده کرد.

* هر عدد زوج بر ۲ بخش پذیر است.

* عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد.

* عددی بر ۵ بخش پذیر است که یکان آن ۰ یا ۵ باشد.

◀ **مثال :** برای تشخیص اول یا مرکب بودن عدد ۱۷۱ حداکثر به چند تقسیم نیاز داریم ؟

$$\sqrt{171} \cong 13.1$$

پس باید بخش پذیری بر اعداد ۱۳ و ۱۱ و ۷ و ۵ و ۳ و ۲ را بررسی کنیم یعنی ۶ تقسیم.

سؤالات امتحانی فصل «۲»



۱- درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(الف) همه ی عددهای طبیعی حداقل دو شمارنده دارند.

(ب) حاصل جمع دو عدد اول عددی اول است.

(ج) اگر عددی مرکب باشد، تمام مضرب هایش مرکب هستند.

(د) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آن ها می شود حاصل ضرب آن ها.

(ه) هر دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول اند.

(و) عدد ۳۲۷ عددی اول است.

(ز) حاصل ۱۳×۷ عددی مرکب است.

۲- جملات زیر را کامل کنید.

(الف) کوچک ترین عدد اول دو رقمی می باشد.

(ب) بزرگ ترین عدد اول دو رقمی می باشد.

(ج) مجموع اعداد اول یک رقمی برابر با است.

(د) عدد نه اول است و نه مرکب.

(ه) کوچک ترین عدد طبیعی، عدد است.

(و) اعداد اول فقط آرایش مستطیلی دارند. (یک ، دو)

(ز) تمامی مضرب های ۱۷ غیر از ۱۷ هستند. (اول، مرکب)

۳- گزینه ی مناسب را علامت بزنید.

(الف) کدام یک از اعداد زیر اول است؟

۹۱ (۴)

۶۷ (۳)

$\sqrt{۶۴}$ (۲)

۳۹ (۱)

ب) تمامی اعداد مرکب کوچک تر از ۲۰ چند تا هستند؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

پ) کدام یک از اعداد زیر مرکب است؟

۱ (۱) ۳۱ (۲) ۵۱ (۳) ۶۱ (۴)

ت) بین ۷۰ و ۸۰ چند عدد اول وجود دارد؟

۱ (۱) عدد ۲ (۲) عدد ۳ (۳) عدد ۴ (۴) عدد

ث) کدام گزینه نادرست است؟

۱ (۱) $1 = (7 \text{ و } 12)$ ۲ (۲) $1 = (8 \text{ و } 15)$

۳ (۳) $1 = (5 \text{ و } 13)$ ۴ (۴) $1 = (35 \text{ و } 7)$

۴- دور اعداد اول خط بکشید.

۱۲۷ و ۱۱۱ و ۱۰۵ و ۹۷ و ۶۷ و ۱

۵- عددهای ۴ و ۹ دو شمارنده ی یک عدد هستند. پنج شمارنده ی دیگر آن عدد را بنویسید.

۶- وحید تعداد عددهای مرکب کم تر از ۳۰ را ۱۸ عدد اعلام کرد. شما تعداد عددهای اول کم تر از ۳۰ را بنویسید.

۷- سارا دو عدد اول را باهم جمع نمود. حاصل جمع آن ها ۷۵ شد. فکر می کنید اعداد انتخابی سارا چند بوده اند؟

۸- مجموع دو عدد اول ۹۹ می باشد. آن دو عدد کدام اند؟

۹- تفاضل دو عدد اول ۲۹ شده است آن دو عدد را پیدا کنید.

۱۰- به کمک الگوریتم غربال اعداد اول بین ۶۰ و ۸۰ را پیدا کنید.

۱۱- با روش غربال کردن عددهای اول بین ۹۰ و ۱۱۰ را مشخص کنید.

۱۲- در غربال عددهای ۱ تا ۷۰ به سئوالات زیر پاسخ دهید :

الف) اولین عددی که خط می خورد کدام است؟

ب) آخرین عددی که خط می خورد کدام است؟

پ) آخرین مضرب ۵ که خط می خورد کدام است؟

۱۳- عدد ۱۴۳ اول است یا مرکب؟ چرا؟

۱۴- سن مادر بزرگ سعید بزرگ ترین عدد اول دو رقمی و سن سعید کوچک ترین عدد اول دو

رقمی است. سعید چند سال از مادر بزرگش کوچک تر است؟

۱۵- حاصل تساوی های زیر را به دست آورید.

$$(۱۷ \text{ و } ۳۱) =$$

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) =$$

$$[۴۸ \text{ و } ۳۲] =$$

$$[۷ \text{ و } ۱۳] =$$

۱۶- ۶ برابر حاصل ضرب دو عدد اول ۸۴ می باشد آن دو عدد کدامند؟

۱۷- به روش الگوریتم غربال اعداد اول بین ۱۰۰ و ۱۲۰ را پیدا کنید.

۱۸- با ذکر دلیل اول یا مرکب بودن اعداد زیر را مشخص کنید.

الف) $\sqrt{۸۱}$

ب) ۱۲۷

پ) ۱۱×۱۳

ت) $۳^۷$

ردیف	آزمون فصل «۲» (استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد)	بارم								
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) اگر ب.م.م دو عدد برابر یک باشد، آن دو عدد نسبت به هم اول هستند. ب) حاصل ضرب هر دو عدد اول عددی اول است. ج) کوچک ترین عدد اول سه رقمی ۱۰۱ است. د) عدد ۵۱ عددی مرکب است.	۲								
۲	هر یک از جمله های سمت راست را به جواب های صحیح در سمت چپ وصل کنید. <table><tr><td>سمت راست</td><td>سمت چپ</td></tr><tr><td>بزرگ ترین عدد اول دو رقمی</td><td>۹</td></tr><tr><td>عددی که بر ۱۱ بخش پذیر است</td><td>۹۷</td></tr><tr><td>عددی مرکب و مضرب ۷</td><td>۹۱</td></tr></table>	سمت راست	سمت چپ	بزرگ ترین عدد اول دو رقمی	۹	عددی که بر ۱۱ بخش پذیر است	۹۷	عددی مرکب و مضرب ۷	۹۱	۱/۵
سمت راست	سمت چپ									
بزرگ ترین عدد اول دو رقمی	۹									
عددی که بر ۱۱ بخش پذیر است	۹۷									
عددی مرکب و مضرب ۷	۹۱									
۳	گزینه ی صحیح را انتخاب کنید. الف) کدام گزینه عددی اول است؟ ۸۱ (۱) ۹۱ (۲) ۴۱ (۳) ۲۱ (۴) ب) کدام گزینه همواره نسبت به هم اول هستند؟ ۱) دو عدد مرکب ۲) یک عدد اول و یک عدد مرکب ۳) دو عدد فرد ۴) دو عدد اول ج) همه ی اعداد مرکب کوچک تر از ۲۰ چند تا هستند؟ ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)	۱/۵								
۴	جملات زیر را کامل کنید. الف) کوچک ترین عدد مرکب یک رقمی عدد است. ب) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آن ها برابر است با پ) تنها عدد زوج اول عدد می باشد. ت) عدد نه اول است و نه مرکب.	۲								

۵	هر یک از اعداد ستون A را به یکی از اعداد ستون B وصل کنید به طوری که هر دو عدد نسبت به هم اول باشند؟	<table><tr><th>B</th><th>A</th></tr><tr><td>۱۵</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۱۶</td><td>۶</td></tr><tr><td>۷</td><td>۱۴</td></tr></table>	B	A	۱۵	۲۱	۱۶	۶	۷	۱۴	۰/۷۵
B	A										
۱۵	۲۱										
۱۶	۶										
۷	۱۴										
۶	الف) دو عدد اول بنویسید که متوالی (پشت سرهم) باشند. و ب) در بین اعداد ۵۱ و ۴۱ و ۳۱ و ۲۱ اعداد اول عبارتند از :	۱ ۱									
۷	با روش غربال اعداد اول بین ۶۰ و ۸۰ را پیدا کنید.	۲									
۸	مهدی برای تعیین اول یا مرکب بودن عدد ۱۴۳ آن را بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ تقسیم نمود و چون بر هیچ یک بخش پذیر نبود، آن را عددی اول معرفی کرد. درستی پاسخ مهدی را بررسی کنید.	۱/۵									
۹	با ذکر دلیل بررسی کنید اعداد زیر اول اند یا مرکب؟ الف) ۱۰۳ ب) ۵۳ ج) ۱۰۰۱۰۰۱۰۰	۱/۵									
۱۰	عددی بین ۱۸۰ و ۲۰۰ است. برای تشخیص اول یا مرکب بودن این عدد، حداکثر به چند تقسیم نیاز داریم؟ با ذکر مثال	۱/۲۵									
۱۱	الف) تفاضل دو عدد اول ۲۱ است آن دو عدد کدامند؟ ب) دور اعداد مرکب خط بکشید. ج) یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده های اول غیر از ۳ و ۷ نداشته باشد.	۱ ۱ ۰/۵	۱ ۱ ۰/۵								

۱/۵	۱۲ عددهای ۱ تا ۱۰۰ را نوشته و غربال کرده ایم. به سئوالات زیر پاسخ دهید. (الف) اولین عددی که خط می خورد چیست؟ (ب) اولین عددی که توسط ۳ خط می خورد چند است؟ (ج) عدد ۷۷ توسط چه عددی خط می خورد؟	
۱	۱۳ سؤال جایزه : برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ به روش غربال، ۶۷ مین عددی که خط می خورد چه عددی است؟	
رسول اکرم «ص»: فضای هر ظرفی در اثر محتوای آن تنگ تر می شود مگر ظرف دانش که با تحصیل علم بازتر می شود. موفق باشید		



این بازی، یک بازی دو نفره است. نفر اول یک عدد از جدول زیر انتخاب می کند و همه ی شمارنده های آن عدد را خط می زند و به تعداد اعدادی که خط زده است، امتیاز کسب می کند. نفر دوم عددی را انتخاب کرده و همه ی شمارنده های خط نخورده ی آن را خط می زند و به تعداد اعدادی که خط زده است امتیاز می گیرد. این کار به نوبت ادامه پیدا می کند تا همه ی عددهای جدول خط بخورند. در پایان کسی که امتیاز بیشتری دارد، برنده است.

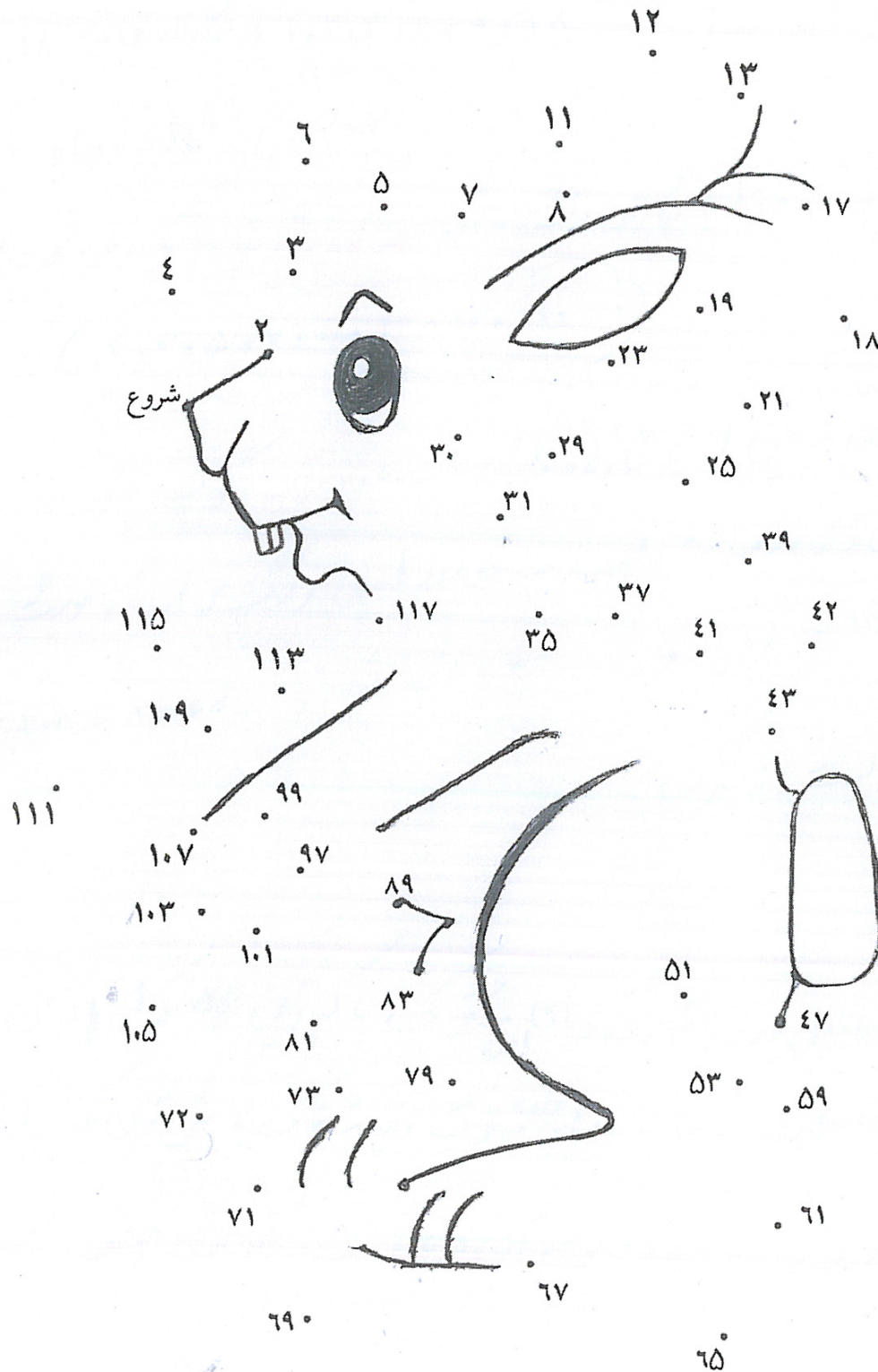
توجه: اگر بازیکنی عددی انتخاب کند و شمارنده های آن عدد را به اشتباه خط بزند، رقیب او

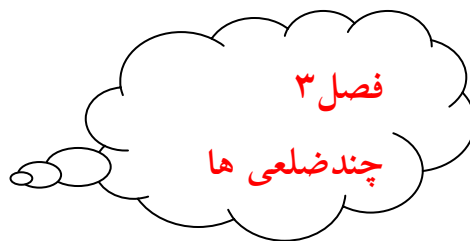
می تواند در نوبت خود دو عدد انتخاب کند!

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

دست ورزی

اعداد اول کوچکتر از ۱۲۰ را به ترتیب از کوچکترین به بزرگترین عدد به هم وصل کنید.

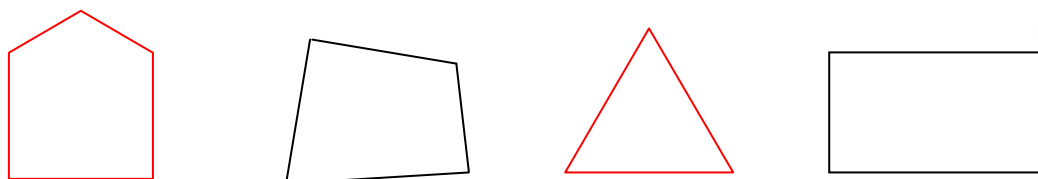




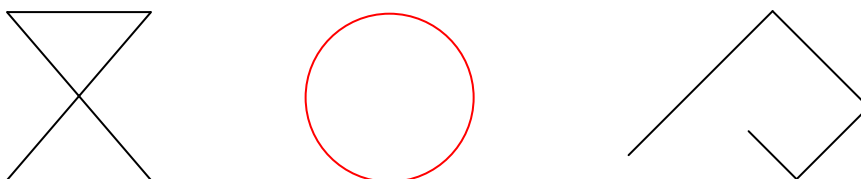
❖ **چندضلعی** : به هر خط شکسته ی بسته به شرطی که اضلاعش هم دیگر را قطع نکنند،

چندضلعی می گوییم.

◀ مثال :

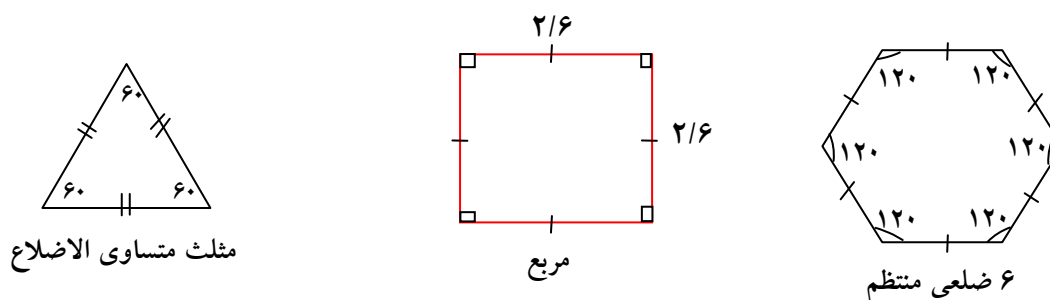


* شکل های زیر چندضلعی نیستند چرا؟



❖ **چند ضلعی منتظم** : اگر در یک چندضلعی، همه ی ضلع ها باهم و همه ی زاویه ها باهم

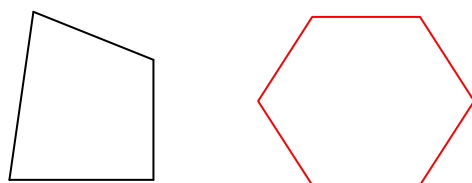
مساوی باشند، چندضلعی را **منتظم** گویند.



❖ **چندضلعی محدب (کوژ)** : به چندضلعی که همه ی زاویه های آن کوچک تر از ۱۸۰ درجه

باشد، چندضلعی **محدب (کوژ)** گویند.

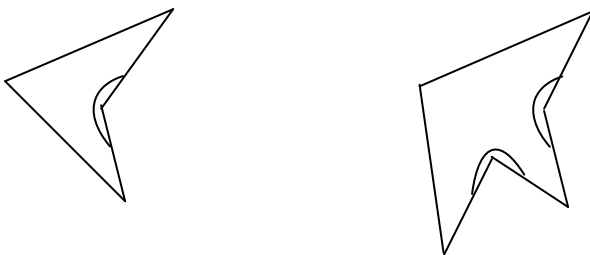
◀ مثال :



❖ **چندضلعی مقعر (کاو):** چندضلعی که حداقل یک زاویه ی بزرگ تر از 180° درجه داشته

باشد مقعر یا کاو گویند.

◀ **مثال:**



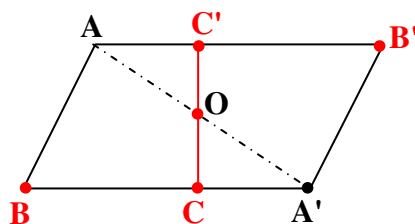
مرکز تقارن: اگر نتیجه ی دوران 180° درجه ای یک شکل حول یک نقطه روی شکل قرار گیرد

می گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد.

تشخیص مرکز تقارن: برای اینکه مشخص کنیم یک نقطه مرکز تقارن شکل است یا نه، از هر

نقطه روی شکل به نقطه ی داده شده وصل کرده و به همان اندازه ادامه می دهیم. اگر نقطه ی

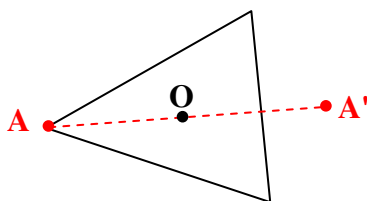
حاصل روی شکل قرار گرفت، نقطه ی داده شده مرکز تقارن می باشد در غیر این صورت مرکز



تقارن نیست.

(O مرکز تقارن است)

(O مرکز تقارن نیست)



در چندضلعی های منتظم اگر تعداد ضلع ها زوج باشد، مرکز تقارن دارند و اگر تعداد ضلع ها فرد

باشند، مرکز تقارن ندارند.

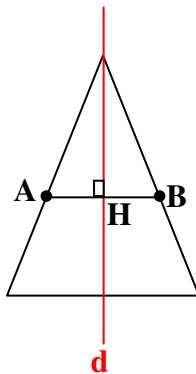
◀ **مثال:** ۸ ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد ولی ۵ ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

❖ **محور تقارن (خط تقارن):** خطی است که اگر کاغذ را روی آن تا کنیم همه ی نقاط شکل روی هم قرار گیرند.

❖ **تشخیص محور تقارن:** از هر نقطه روی شکل بر خط عمود کرده و به همان اندازه ادامه می دهیم، اگر نقطه حاصل روی شکل قرار گرفت، خط رسم شده محور تقارن می باشد.

◀ **مثال:**

در مثلث متساوی الساقین خط d محور تقارن است زیرا $\overline{AH} = \overline{BH}$.



چند ضلعی های منتظم به تعداد ضلع هایشان خط تقارن دارند.

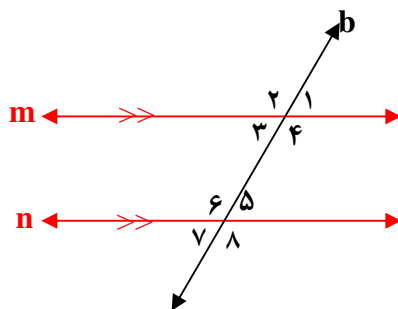
◀ **مثال:** ۵ ضلعی منتظم ۵ محور تقارن و ۶ ضلعی منتظم ۶ محور تقارن دارد.



اگر خطی مانند b دو خط n, m را چنان قطع کند که روی آن ها زاویه های مساوی ایجاد کند،

می گوییم m با n موازی است. ($m \parallel n$)

(به خط b مورب گویند).



$$\hat{1} = \hat{3} = \hat{5} = \hat{7}, \quad \hat{2} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8}$$

نکات

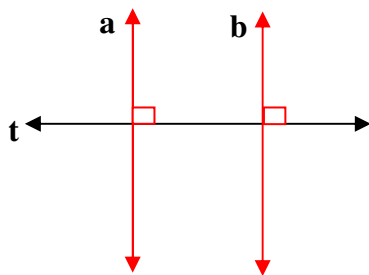
(۱) اگر دو خط باهم موازی نباشند، آن ها را **مقاطع** گویند و با علامت $\parallel$ نشان می دهند.

(۲) اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند روی آن ۸ زاویه ایجاد می شود که چهار زاویه تند آن و چهار زاویه باز آن باهم مساوی اند.

(۳) دو خط موازی با یک خط باهم موازی اند.

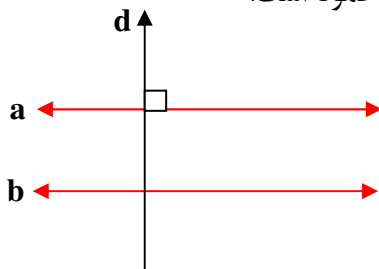
$$\left. \begin{matrix} d_1 \parallel a \\ d_2 \parallel a \end{matrix} \right\} \Rightarrow d_1 \parallel d_2$$

(۴) دو خط عمود بر یک خط باهم موازی اند.



$$\left. \begin{matrix} a \perp t \\ b \perp t \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

(۵) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.



$$\left. \begin{matrix} d \perp a \\ a \parallel b \end{matrix} \right\} \Rightarrow d \perp b$$

چهارضلعی ها

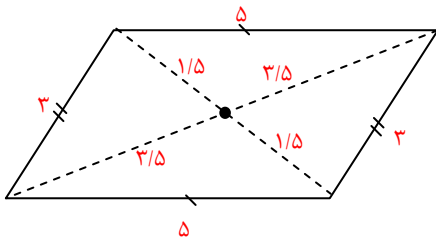
متوازی الاضلاع: چهارضلعی که ضلع های روبروی آن دو به دو باهم موازی اند.

مستطیل: متوازی الاضلاعی است که زاویه های قائمه دارد.

مربع: متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه های قائمه دارد.

لوزی: متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند.

❖ خاصیت های متوازی الاضلاع :



(۱) ضلع های روبرو باهم مساوی و موازی وند.

(۲) زاویه های روبرو باهم مساوی وند.

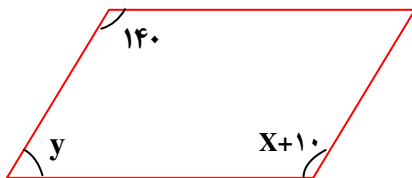
(۳) قطر ها همدیگر را نصف می کنند.

(۴) زاویه های مجاور مکمل وند.

❖ مستطیل، مربع و لوزی همه ی خاصیت های متوازی الاضلاع را دارند.

دوزنقه : چهار ضلعی است که فقط دو ضلع آن باهم موازی وند.

◀ **مثال :** شکل زیر متوازی الاضلاع است مقدار y, x را به دست آورید.



پاسخ :

$$x + 10 = 140 \Rightarrow x = 140 - 10 = 130$$

$$y + 140 = 180 \Rightarrow y = 180 - 140 = 40$$



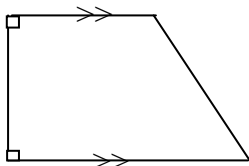
(الف) در مربع قطر ها باهم مساوی و عمود منصف یکدیگر وند.

(ب) مربع نوعی لوزی است اما هر لوزی مربع نیست.

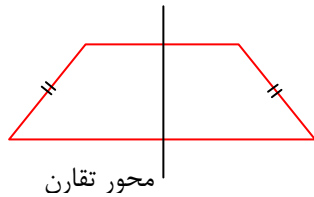
(ج) در مستطیل قطر ها باهم مساوی وند.

(د) در لوزی قطر ها عمود منصف یکدیگر وند.

دوزنقه ای که یکی از ساق ها بر قاعده ها عمود باشد، **دوزنقه قائم الزاویه** نامیده می شود.



تعریف: دوزنقه ای که ساق های آن باهم مساوی اند، **دوزنقه متساوی الساقین** نامیده می شود.



(۱) اگر وسط ضلع های هر متوازی الاضلاع را به طور متوالی به هم وصل کنیم، متوازی الاضلاع تشکیل می شود.

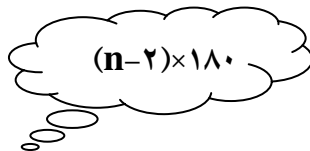
(۲) اگر وسط ضلع های هر مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم، لوزی تشکیل می شود.

(۳) اگر وسط ضلع های هر لوزی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، مستطیل تشکیل می شود.

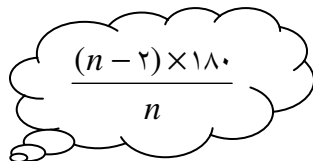
(۴) اگر وسط ضلع های هر مربع را به طور متوالی به هم وصل کنیم، مربع تشکیل می شود.

* مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است.

(n تعداد اضلاع)



* مجموع زاویه های داخلی چند ضلعی :



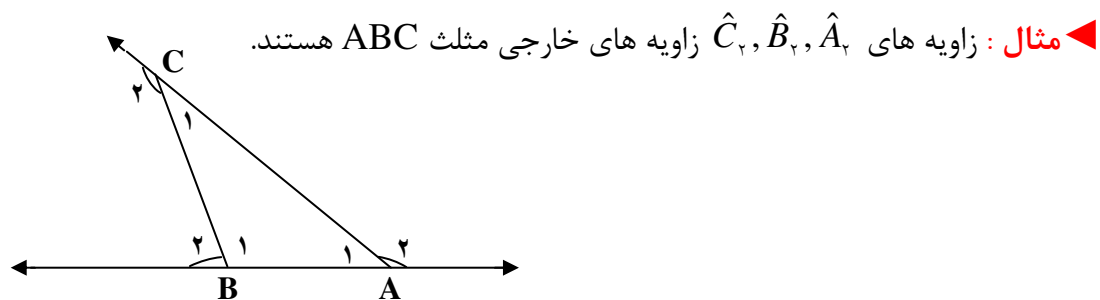
* اندازه ی یک زاویه داخلی چندضلعی منتظم :

◀ مثال: اندازه ی یک زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم چند درجه است؟

$$n = 8 \Rightarrow \frac{(8-2) \times 180}{8} = \frac{6 \times 180}{8} = \frac{1080}{8} = 135^\circ$$

◈ **زاویه خارجی:** زاویه ای که در هر رأس یک چندضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع

دیگر تشکیل می شود، **زاویه ی خارجی** آن رأس نامیده می شود.



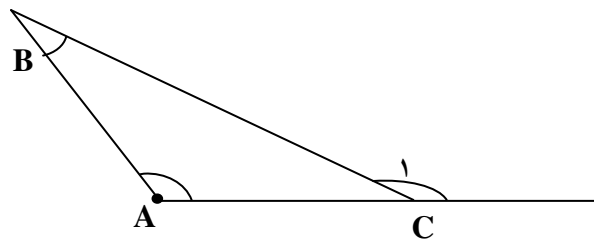
مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی 360° درجه است و اندازه ی یک زاویه خارجی در n

ضلعی منتظم برابر است با $\frac{360^\circ}{n}$.



در هر مثلث هر زاویه ی خارجی با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاورش برابر است.

$$\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$$



تعداد قطرهای یک n ضلعی برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$.

◀ مثال: ۶ ضلعی چند قطر دارد؟

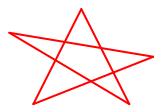
$$\frac{6 \times (6-3)}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

سوالات امتحانی



چندضلعی

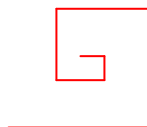
۱- کدام یک از شکل های زیر چندضلعی است؟



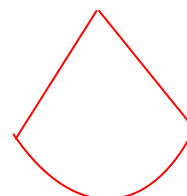
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲- درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(الف) همه ی چند ضلعی های منتظم مرکز تقارن دارند.

(ب) به هر خط شکسته بسته چند ضلعی گفته می شود.

(ج) مثلث متساوی الساقین یک سه ضلعی منتظم است.

(د) مستطیل دارای ۲ محور تقارن است.

(هـ) پنج ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد.

(و) اگر هر نقطه از شکل را به مرکز تقارن وصل کنیم و به همان اندازه ادامه دهیم، دوباره روی شکل قرار می گیرد.

۳- جملات زیر را کامل کنید.

(۱) تنها چهارضلعی منتظم..... نام دارد.

(۲) تنها سه ضلعی منتظم..... نام دارد.

(۳) دوزنقه متساوی الساقین محور تقارن دارد.

(۴) به نقطه ای که قرینه ی هر نقطه از شکل نسبت به آن روی خود شکل قرار می گیرد، گویند.

۵) به چند ضلعی که همه ی زاویه های داخلی آن کوچک تر از 180° درجه باشد، چندضلعی گفته می شود.

۶) به چند ضلعی که دست کم یک زاویه داخلی آن بزرگ تر از 180° درجه باشد، چندضلعی می گویند.

۴- جدول زیر را کامل کنید.

نام شکل	مربع	مستطیل	لوزی	دایره	متوازی الاضلاع	مثلث	ذوزنقه
تعداد محور تقارن	۴					متساوی الاضلاع	متساوی الساقین
مرکز تقارن	دارد						

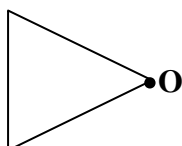
۵- کدام چهارضلعی زیر مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد؟

(۱) مربع (۲) مستطیل (۳) لوزی (۴) متوازی الاضلاع

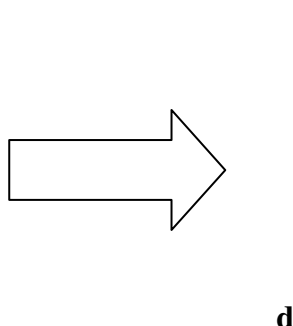
۶- الف) آیا ۱۲ ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟

ب) ۹ ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟

۷- قرینه ی شکل زیر را نسبت به نقطه O رسم کنید.



۸- قرینه ی شکل زیر را نسبت به خط تقارن d رسم کنید.



توازی و تعامد

۹- کامل کنید.

الف) دو خط عمود بر یک خط هستند.

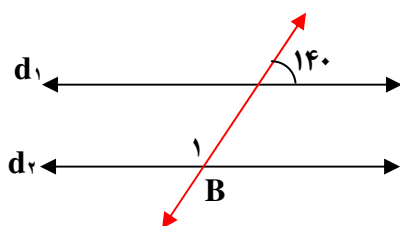
ب) دو خط موازی با یک خط هستند.

$$\left. \begin{array}{l} d \perp f \\ d \perp k \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots \text{ج)}$$

۱۰- گزینه ی مناسب را علامت بزنید.

الف) در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ می باشد. اندازه ی زاویه $\hat{B}_1$ چند درجه است؟

- ۱) 100° ۲) 120° ۳) 150° ۴) 140°



ب) از روابط مقابل کدام گزینه نتیجه می شود؟

$$\left. \begin{array}{l} g \parallel h \\ k \perp h \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

- ۱) $k \perp g$ ۲) $g \parallel k$ ۳) $h \perp g$ ۴) $g \parallel h$

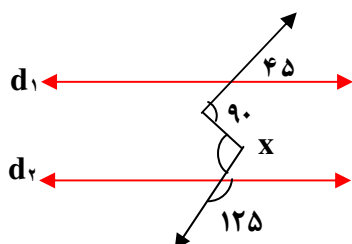
ج) اگر فاصله ی دو نقطه ی A, B از خط m برابر ۴cm و A, B در یک طرف خط m قرار گیرند

آن گاه

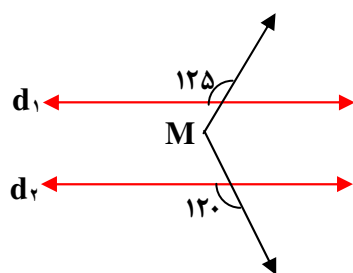
- ۱) $\overline{AB} \parallel m$ ۲) $\overline{AB} \perp m$ ۳) $\overline{AB} \parallel m$ ۴) $\overline{AB} = 4cm$

۱۱- در شکل های زیر خط های d_1, d_2 باهم موازی اند. اندازه ی زاویه های خواسته شده را

بنویسید.



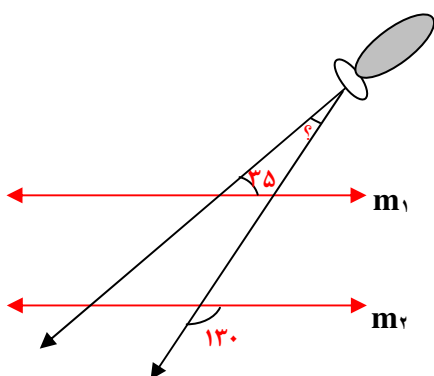
درجه $\hat{x} = \dots\dots\dots$



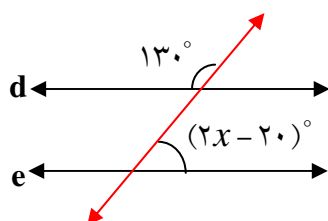
درجه $\hat{M}$ =

۱۲- در شکل زیر زاویه تابش نور چراغ قوه را حساب کنید.

(دو خط m_1, m_2 موازی اند)



۱۳- در شکل زیر $d \parallel e$ است. مقدار x را به دست آورید.



چهار ضلعی ها

۱۴- چهار خاصیت مشترک شکل های متوازی الاضلاع، مربع، مستطیل و لوزی را بنویسید.

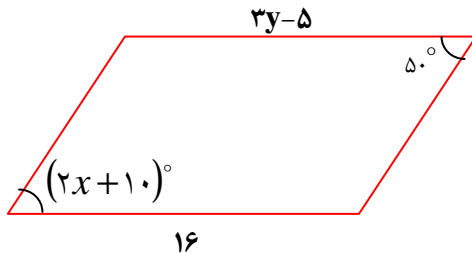
۱۵- هر یک از جمله های ستون الف را به یک کلمه از ستون ب وصل کنید.

الف	ب
چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد.	مستطیل
لوزی که یک زاویه اش ۹۰ درجه است.	متوازی الاضلاع
متوازی الاضلاعی که یک زاویه اش ۹۰ درجه است.	دوزنقه
چهارضلعی که ضلع های روبروی آن دوبدو موازی اند.	مربع
متوازی الاضلاعی که چهار ضلع آن برابرند.	لوزی

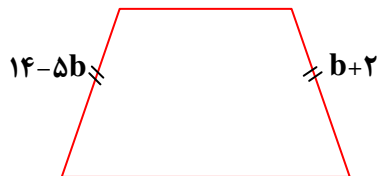
۱۶- در کدام چهارضلعی های زیر قطرهای عمود منصف یکدیگرند؟

(۱) مستطیل (۲) لوزی (۳) متوازی الاضلاع (۴) دوزنقه

۱۷- در شکل زیر مقدار x, y را به دست آورید. (چهارضلعی متوازی الاضلاع است).



۱۸- در دوزنقه متساوی الساقین زیر مقدار b را به دست آورید.



۱۹- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) هر مربع یک لوزی است.

ب) قطرهای مربع و لوزی برهم عمودند.

ج) متوازی الاضلاع نوعی مستطیل است.

د) دوزنقه نوعی متوازی الاضلاع است.

هـ) اگر وسط های اضلاع یک مربع به طور متوالی به هم وصل کنیم، چهارضلعی حاصل مربع است.

و) اگر وسط های یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم، لوزی به دست می آید.

❖ زاویه های داخلی و خارجی

۲۰- جملات زیر را کامل کنید.

(۱) مجموع زاویه های داخلی یک ۵ ضلعی برابر است با..... درجه.

(۲) اندازه ی یک زاویه داخلی ۶ ضلعی منتظم برابر است با..... درجه.

(۳) (اندازه ی یک زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم برابر است با..... درجه.

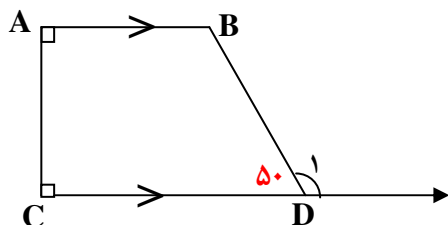
(۴) (اندازه ی یک زاویه داخلی ۱۰ ضلعی منتظم برابر است با..... درجه.

(۵) مجموع زاویه های خارجی یک ۱۵ ضلعی برابر است با..... درجه.

۶) در کاشی کاری سه لوزی تشکیل یک شش ضلعی منتظم می دهند. در نتیجه هر زاویه تند لوزی درجه است.

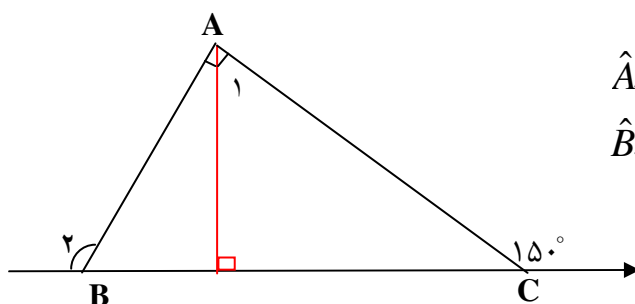
۷) هر زاویه داخلی یک ۱۲ ضلعی منتظم برابر هر زاویه خارجی اش است.

۲۱- در شکل های زیر مقادیر خواسته شده را بنویسید.



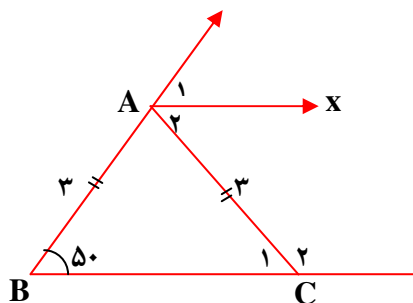
$$\hat{D}_1 = \dots\dots\dots$$

$$\hat{B} = \dots\dots\dots$$



$$\hat{A}_1 = \dots\dots\dots$$

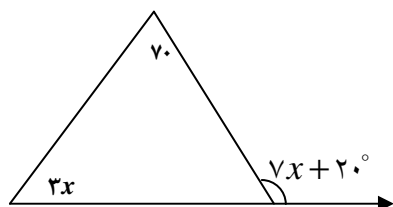
$$\hat{B}_1 = \dots\dots\dots$$



$$\hat{A}_1 = \dots\dots\dots, \hat{A}_2 = \dots\dots\dots$$

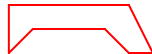
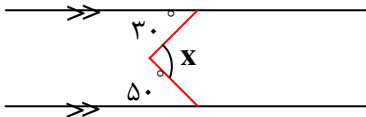
$$\hat{C}_1 = \dots\dots\dots, \hat{C}_2 = \dots\dots\dots$$

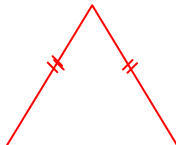
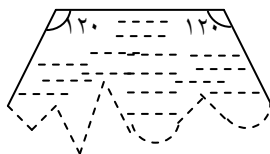
$(Ax \parallel BC)$

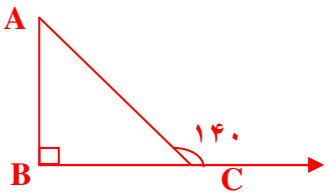
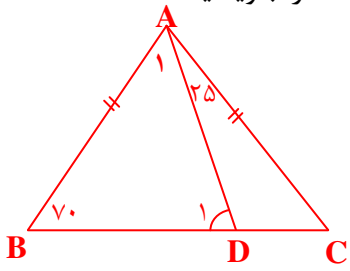
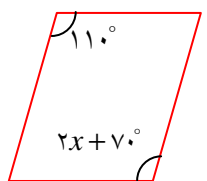
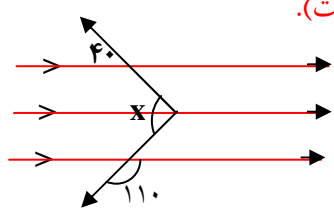
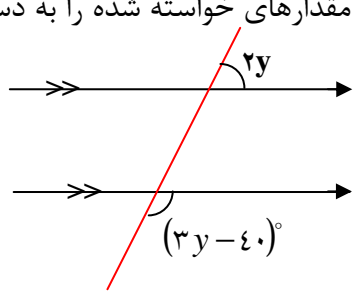


(با تشکیل معادله)

$$x = \dots\dots\dots$$

ردیف	سوالات آزمون فصل سوم	استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (الف) هفت ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد. (ب) با مثلث متساوی الاضلاع می توان یک سطح را کاشی کاری کرد. (ج) شکل مقابل یک چند ضلعی است. (د) مجموع زاویه های داخلی هر پنج ضلعی ۹۰۰ درجه است.		۱
۲	جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید. (الف) مجموع زاویه های خارجی یک ده ضلعی درجه است. (ب) چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد نامیده می شود. (ج) اندازه ی زاویه خارجی هر مثلث با مجموع دو زاویه برابر است. (د) چند ضلعی که حداقل یک زاویه داخلی آن از ۱۸۰ درجه بیش تر باشد، چند ضلعی نامیده می شود.		۲
۳	گزینه ی مناسب را علامت بزنید. (الف) اندازه ی هر زاویه داخلی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟ (۱) ۱۲۰° (۲) ۱۳۵° (۳) ۱۴۴° (۴) ۱۵۰° (ب) کدام شکل محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد؟ (۱) متوازی الاضلاع (۲) دوزنقه متساوی الساقین (۳) مستطیل (۴) مربع (پ) اگر a, b, c سه خط باشند و $a \perp b$, $a \perp c$ باشند آن گاه (۱) $a \parallel b$ (۲) $a \parallel c$ (۳) $b \parallel c$ (۴) $b \parallel c$ (ت) در شکل مقابل اندازه ی زاویه X چند درجه است؟ (۱) ۶۰° (۲) ۷۰° (۳) ۸۰° (۴) ۹۰°		۲

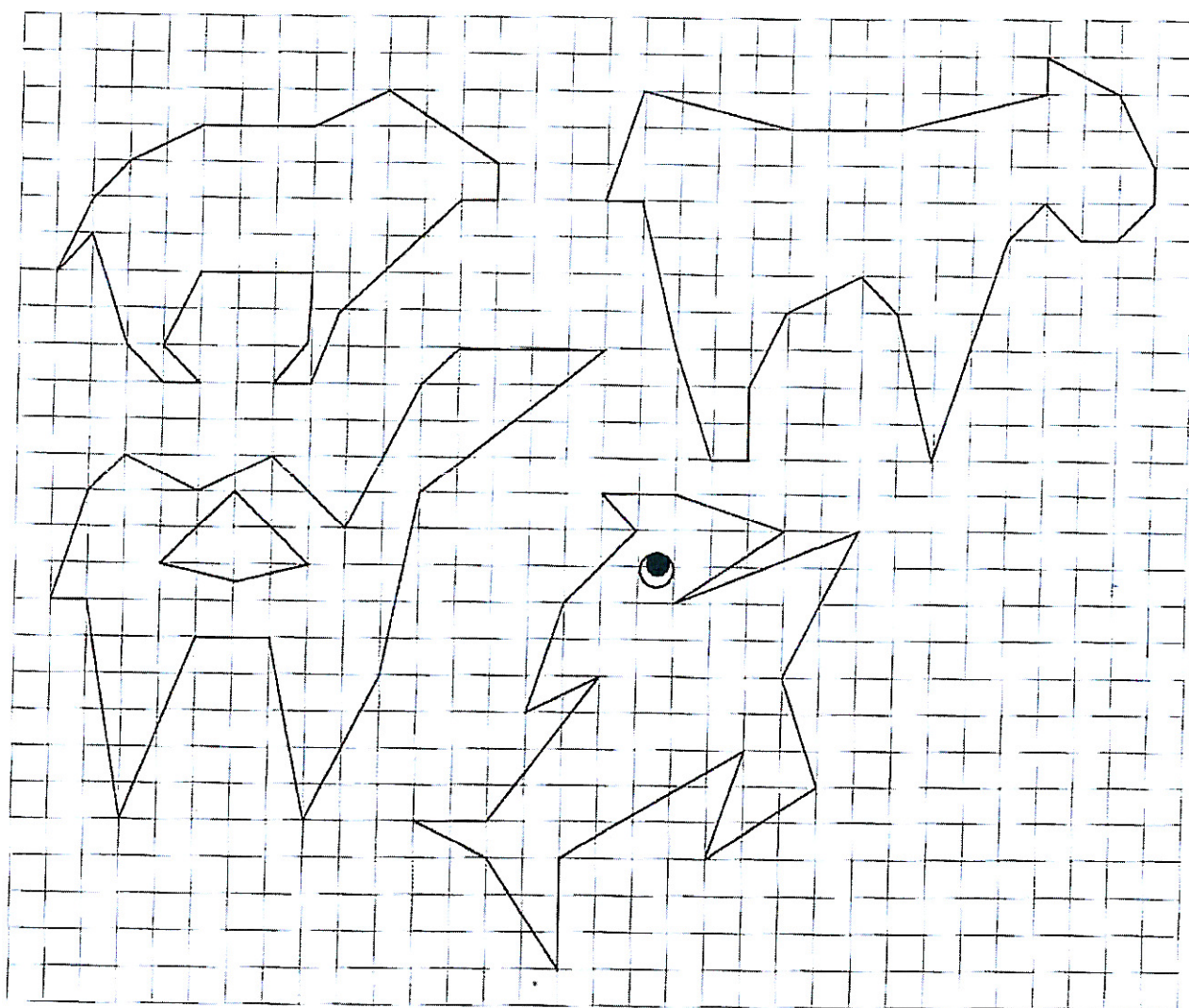
۴	هر یک از عبارت های ستون سمت راست را به عبارت مناسب در ستون سمت چپ وصل کنید. <table border="1"> <thead> <tr> <th>سمت راست</th> <th>سمت چپ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>چهار تا محور تقارن دارد.</td> <td>* ۴۵</td> </tr> <tr> <td>اندازه ی زاویه تند مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین.</td> <td>* مربع</td> </tr> <tr> <td>چندضلعی منتظمی که اضلاع روبروی آن موازی اند.</td> <td>* مستطیل</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">مقدار X در شکل مقابل</td> <td>* شش ضلعی منتظم</td> </tr> <tr> <td>* ۴۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>* پنج ضلعی منتظم</td> </tr> </tbody> </table>	سمت راست	سمت چپ	چهار تا محور تقارن دارد.	* ۴۵	اندازه ی زاویه تند مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین.	* مربع	چندضلعی منتظمی که اضلاع روبروی آن موازی اند.	* مستطیل	مقدار X در شکل مقابل	* شش ضلعی منتظم	* ۴۰		* پنج ضلعی منتظم	۱
سمت راست	سمت چپ														
چهار تا محور تقارن دارد.	* ۴۵														
اندازه ی زاویه تند مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین.	* مربع														
چندضلعی منتظمی که اضلاع روبروی آن موازی اند.	* مستطیل														
مقدار X در شکل مقابل	* شش ضلعی منتظم														
	* ۴۰														
	* پنج ضلعی منتظم														
۵	الف) مجموع زاویه های داخلی و خارجی یک ۱۲ ضلعی چند درجه است ؟ ب) محور تقارن شکل روبه رو را رسم کنید.  ج) مناسب ترین اشکال برای کاشی کاری..... هستند.	۱ ۰/۵ ۱/۵													
۶	شکل زیر قسمتی از یک بشقاب قدیمی است. این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟ 	۱													
۷	الف) یک چندضلعی رسم کنید که دو زاویه ی بزرگ تر از ۱۸۰ درجه داشته باشد. ب) آیا با هر چهارضلعی دلخواه می توان کاشی کاری کرد؟ مثال بزنید.	۱ ۱													

۱/۵	۸	اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.  $\hat{A} = \dots\dots\dots$ درجه  $\hat{A}_1 = \dots\dots\dots$ درجه $\hat{D}_1 = \dots\dots\dots$ درجه
۰/۵	۹	الف) اگر یک زاویه ی متوازی الاضلاع ۳۵ درجه باشد، اندازه‌ی زاویه مجاور آن چند درجه است؟ ب) شکل زیر متوازی الاضلاع است. مقدار x را با تشکیل معادله بدست آورید.
۱/۵		
۱	۱۰	الف) رابطه ی مقابل را کامل کنید. $\left. \begin{matrix} m \parallel t \\ m \parallel k \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$
۰/۵		ب) اگر وسط های هر لوزی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، چه شکلی حاصل می شود؟
۰/۵		ج) اندازه ی یک زاویه داخلی ۱۲ ضلعی منتظم چند درجه است؟
۰/۵		د) یک چهارضلعی نام ببرید که قطرهایش مساوی بوده اما برهم عمود نباشند.
۲	۱۱	در شکل های زیر مقدارهای خواسته شده را به دست آورید (عملیات لازم است).  $x = \dots\dots\dots$ درجه  $y = \dots\dots\dots$
۱	۱۲	سؤال جایزه : اگر A مجموع زوایای داخلی یک ۱۰ ضلعی محدب و B مجموع زوایای خارجی آن باشد مقدار $A - 2B$ چندبرابر B خواهد بود؟

دست ورزی

در شکل های زیر همه ی زاویه های بزرگ تر از 180° درجه را مشخص کنید. شکل ها مقعرند یا

محدب؟ چرا؟



سودوکو



شما با حل این سودوکو با تعریف چندضلعی منتظم آشنا شده و رابطه‌ی موجود بین مجموع زوایای داخلی هر نوع چندضلعی را با تعداد اضلاع آن کشف می‌کنید.

دست ورزی

	۴t	۲t		۸		۶		۲
۸	۶	۴	۲t	۴t		۰		۸t
۶t		۸t	۶	۴	۰	۲t	۸	
	۸		۸t		۲t		۲	
۴	۸t	۲	۰	۶	۸		۲t	۶t
			۴		۴t		۶	۸
۸t	۴	۰	۲	۲t		۸		۶
۶			۸	۰	۴	۲	۸t	۲t
	۲t	۸		۸t		۶t	۰	

با استفاده از اعداد ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۲t و ۴t و ۶t و ۸t جدول سودوکو را کامل کنید به نحوی که در هر یک از سطرها و هر یک از ستون‌ها و خانه‌های ۳×۳ جدول، اعداد گفته شده فقط یک بار مورد استفاده قرار گیرند. سپس سه عدد به دست آمده برای هر یک از سطرها افقی خانه‌های ۳×۳ را در نظر بگیرید. عدد وسطی را خط بزنید و کنار بگذارید. شما ۲۷ گروه عدد دوتایی خواهید داشت. در کدام یک از آن‌ها عدد سمت چپ می‌تواند تعداد اضلاع یک چندضلعی و عدد سمت راست مجموع زوایای داخلی همان چندضلعی باشد؟ چند جواب برای این مسئله می‌یابید؟ (۱۸۰ درجه = t)

خودارزیابی



۱. کامل کردن جدول دقیقه
۲. حل مسئله ریاضی دقیقه
۳. تا چه حد از نتیجه‌ی کارتان راضی هستید؟
☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

← **گام یک: جدول سودوکو را کامل کنید.**

جدول سودوکو را کامل کنید. مدت زمانی را که برای یافتن اعداد خانه‌های خالی جدول صرف کردید در محل خودارزیابی درج کنید.



☀️ **جملات متشابه :** جملاتی که قسمت حروفی و توان آن ها عیناً مثل هم باشند، متشابه

نامیده می شوند. مانند : $\frac{2}{3}a^2b, 6a^2b$

☀️ **ساده کردن عبارت جبری**

ابتدا جمله های متشابه را مشخص می کنیم، سپس ضرایب جملات متشابه را باهم جمع یا تفریق کرده و جمله های غیرمتشابه را به همان صورت می نویسیم.

◀️ **مثال :**

$$\underline{4m^2} - 5y + \underline{2my} - \underline{6m^2} + \underline{10my} = -2m^2 - 5y + 12my$$

☀️ **ضرب دو جمله ای**

در ضرب دو جمله ای جبری، ضریب های عددی درهم و متغیرها (حرف ها) را نیز درهم ضرب می کنیم.

◀️ **مثال:**

$$2a(3b)=6ab, -5x(-3x)=15x^2$$

* در ضرب حروف، اگر حرف ها مثل هم باشند به صورت توان دار نوشته می شوند و در غیر این صورت دنبال هم نوشته می شوند.

☀️ **ضرب تک جمله ای در چند جمله ای**

تک جمله ای در هر یک از جمله های چند جمله ای ضرب می شود.

◀️ **مثال:**

$$\widehat{3a(4a-5b)}=12a^2-15ab$$

☀ ضرب چند جمله ای در چند جمله ای:

هر یک از جمله های چند جمله ای اول را در همه ی جمله های چند جمله ای دوم ضرب می کنیم.

◀ مثال:

$$(x+5)(x-3)=x^2-\underline{3x}+\underline{5x}-15=x^2+2x-15$$

* یک عدد دو رقمی را به صورت $\overline{ab}$ و یک عدد سه رقمی را به صورت $\overline{abc}$ و نشان می دهیم.

مقلوب عدد $\overline{ab}$ را به صورت $\overline{ba}$ نشان می دهیم. مثلاً مقلوب عدد ۶۵ می شود ۵۶.

☀ مقدار عددی یک عبارت جبری :

برای پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری، مقادیر داده شده را در عبارت جبری به جای متغیرها قرار می دهیم و با رعایت ترتیب انجام عملیات، مقدار عددی عبارت را به دست می آوریم.

◀ مثال:

$$t = 6, k = -3 \Rightarrow t^2 + 5kt = 6^2 + 5(-3)(6) = 36 + (-90) = -54$$

☀ تجزیه عبارت های جبری (تبدیل به ضرب) :

برای تبدیل یک عبارت جبری به ضرب دو عبارت طبق مراحل زیر عمل می کنیم :

۱- ب.م.م ضرایب را مشخص می کنیم.

۲- حروف مشترک را با توان کوچک تر همراه ب.م.م ضرایب می نویسیم.

۳- هر جمله را بر جمله ی مشترک تقسیم کرده و حاصل را داخل پرانتز می نویسیم.

◀ مثال:

$$42xy^3 - 35x^2y^2 = \dots\dots\dots(.....)$$

$$(42, 35) = 7 \quad (1)$$

(۲) حروف مشترک با توان کم تر : xy^2

۳) تک تک جملات را بر $\sqrt{xy^2}$ تقسیم می کنیم :

$$\frac{42xy^2}{\sqrt{xy^2}} = 42y, \frac{-35x^2y^2}{\sqrt{xy^2}} = -35x$$

در نتیجه :

$$42xy^2 - 35x^2y^2 = \sqrt{xy^2}(42y - 35x)$$

☀ حل معادله

روش اول : مانند سایر معادله ها، ابتدا عددهای معلوم و جمله های مجهول را با جابجایی مرتب کرده و سپس معادله را حل می کنیم.

◀ مثال:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5}x - \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5}x &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4} \\ x &= \frac{5}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{12} \Rightarrow x = \frac{25}{12} \end{aligned}$$

روش دوم : معادله را به روش غیر کسری در می آوریم. ابتدا همه ی جمله های هر دو طرف معادله را در ک.م.م مخرج ها ضرب کرده، پس از ساده کردن کسرها، معادله معمولی بدون کسر به دست می آید.

◀ مثال:

$$[2 \text{ و } 3 \text{ و } 5] = 30$$

$$\begin{aligned} 30 \left(\frac{2}{5}x - \frac{2}{3} \right) &= \frac{1}{2} \\ \cancel{30} \times \frac{2}{\cancel{5}}x - \cancel{30} \times \frac{2}{\cancel{3}} &= \cancel{30} \times \frac{1}{\cancel{2}} \\ 12x - 20 &= 15 \\ 12x &= 15 + 20 = 35 \\ \Rightarrow x &= \frac{35}{12} \end{aligned}$$

☀ اشتباهات رایج :

(۱) عبارتی مثل $3x+3y$ ساده نمی شود چون جمله های آن متشابه نیستند.

(۲) جملات $2n$, $n+2$ باهم برابر نیستند.

(۳) عددها فقط در جمله های داخل پرانتز ضرب می شوند و در عبارت های بعد از پرانتز ضرب نمی

شوند.

$$5(3x - 6y) + 7t = 15x - 30y + 7t$$

(۴) عبارت $7x^3y$ - یک جمله به حساب می آید.

$$(a+b)^2 \neq a^2b^2 \quad (5)$$

(۶) $\overline{ab} \neq ab$ زیرا ab یعنی a در b ضرب می شود و $\overline{ab}$ یعنی عددی دو رقمی .

(۷) برای محاسبه $(-3)(-4)$ از چپ به راست ضرب می کنیم که می شود ۶۰ و نباید ۵ را هم در

۴- و هم در ۳- ضرب کرد.

نکات:

۱- مجموع یک عدد دو رقمی و مقلوبش بر ۱۱ بخش پذیر است.

◀ مثال:

$$57 \xrightarrow{\text{مقلوب}} 75 \longrightarrow 75+57=132=11 \times 12$$

۲- تفاضل هر دو عدد دو رقمی از مقلوبش مضربی از ۹ است.

$$74 \xrightarrow{\text{مقلوب}} 47 \longrightarrow 74-47=27=3 \times 9$$

◀ مثال:



فصل ۴

سوالات امتحانی

ساده کردن عبارات جبری

۱- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) ضریب عددی a^2b عدد ۲ می باشد.

(ب) مجذور m به صورت جبری m^2 است.

(ج) حاصل $(xy)^3$ برابر است با xy^3 .

(د) حاصل ضرب $(2a)(2b)$ عددی زوج است.

(هـ) دو جمله ی $5n^2h$ و $5nh^2$ - متشابه اند.

۲- هر یک از جمله های زیر را با عدد یا کلمه ی مناسب کامل کنید.

(الف) حاصل ضرب $a(a^2+b)$ برابر است با

(ب) ساده شده ی عبارت $7x^2+4y-6x^2+y$ شامل جمله می باشد.

(پ) مقلوب عدد mt برابر با می باشد.

(ت) ضریب عددی $-a^2c$ عدد است.

۳- کدام جمله با $-6xy^2$ - متشابه است؟

(۱) $-5x^2y$ (۲) $-6xy$ (۳) $4xy^2$ (۴) $6x^2y^2$

۴- جمله ی $1n$ ام الگوی مقابل کدام گزینه است؟

..... و ۱۲۵ و ۶۴ و ۲۷ و ۸ و ۱

(۱) n^4 (۲) n^3 (۳) n^2 (۴) n^2+1

۵- عبارت های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید.

(الف) یک عدد به توان هفت.

(ب) مجموع مربع یک عدد با مکعب همان عدد.

۶- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

الف) $2x(5-3x) + 6x^2 - 5x =$

ب) $3(a-2b) - 2(5a-3b) =$

ج) $8m^2 - 2m(4m-3) - 5a =$

د) $(2x-3)(2x-3) =$

هـ) $(y-5)(y+5) =$

و) $(a+b)^2 =$

ز) $(a+3)^2 =$

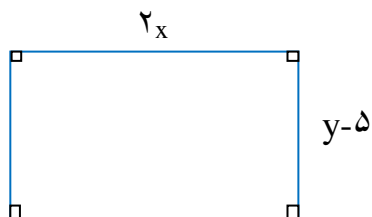
۷- مجموع دو عدد دو رقمی $\overline{xy}$ و مقلوبش را به صورت گسترده بنویسید و حاصل جمع را ساده کنید.

$\overline{xy} + \overline{yx} = 10x + \dots\dots\dots$

۸- شیوا عبارت جبری زیر را ساده کرده است. پاسخ او را بررسی کنید.

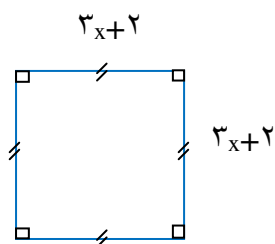
$(-7)(-4x) - 3x(2x+5y) = -28x - 6x - 15xy = -34x - 15xy$

۹- محیط و مساحت شکل های زیر را به صورت جبری بنویسید.



$P = \dots\dots\dots$

$S = \dots\dots\dots$



$P = \dots\dots\dots$

$S = \dots\dots\dots$

مقدار عددی عبارت جبری:

۱۰- مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای اعداد داده شده به دست آورید.

الف) $x = 2, y = 3 \Rightarrow 5x - y + 3 =$

ب) $a = 4, b = -2 \Rightarrow a^2 + b^2 =$

ج) $x = 2, b = -3 \Rightarrow 7b - x^2 =$

د) $C = -1, m = 3 \Rightarrow \frac{2mc - c^2}{m + C + 5} =$

۱۱- در عبارت جبری $2x^2 + 29$ به جای متغیر x اعداد زیر را قرار دهید و حاصل را به دست آورید.

عدد به دست آمده اول است یا مرکب؟

$x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 29 =$

$x = 1 \Rightarrow 2x^2 + 29 =$

$x = 2 \Rightarrow 2x^2 + 29 =$

۱۲- مساحت قاعده ی منشوری ۲۵ مترمربع و ارتفاع آن ۳ متر است. حجم این منشور را با نوشتن

رابطه ی جبری حجم منشورها به دست آورید.

۱۳- تساوی های زیر را کامل کنید.

$4ab - 9ac = a(\dots - \dots)$

$3ab + 2b^2 = \dots(\dots + b)$

$-16x^2y^2 + 4xy = \dots(\dots + \dots)$

۱۴- ابتدا صورت و مخرج را به ضرب تبدیل کرده و سپس ساده کنید.

الف) $\frac{b^2 + b}{xb + x} = \frac{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)}{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)} = \text{---}$

ب) $\frac{x^2y + xy^2}{x^2y^2 + x^2y^2} = \frac{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)}{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)} = \text{---}$

۱۵- عبارت های زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$ab+ac=$ $8ab-4a^2=$

$mz-z=$ $6ab+8a^2=$

۱۶- هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

$8x-2=6x+10$

$6(x+2)=5(2-3x)$

$x+2x+3x+6=66$

$2x-(x-4)=0$

۱۷- شهره معادله ای را به صورت زیر پاسخ داده است. آیا پاسخ او درست است؟

$5x-8=7x+2x-12$

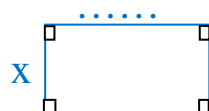
$5x-9x=-12-8$

$-4x=-20$

$x = \frac{-20}{-4} = 5$

۱۸- $\frac{1}{3}$ عددی را با همان عدد جمع کردیم، حاصل ۱۶ شده است. آن عدد چیست؟ (معادله)

۱۹- طول مستطیلی ۷ برابر عرض آن است. اگر محیط مستطیل ۶۴ سانتی متر باشد، طول و عرض



مستطیل را حساب کنید. (معادله)

۲۰- از ۸ برابر عددی ۵ واحد کم کردیم، حاصل ۳ برابر همان عدد شد آن عدد را به کمک معادله پیدا کنید.

۲۱- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{7}{4}x - 6 = \frac{5}{2}x$

ب) $\frac{3}{5}x - 4 = \frac{1}{3}x + 4$

۲۲- حاصل جمع سه عدد متوالی طبیعی ۳۳ شده است. کوچک ترین عدد را بیابید. (معادله)

۲۳- برای معادله ی زیر یک مسئله طرح کنید.

$$2x + \frac{1}{2}x = 20$$

۲۴- معادلات زیر را حل کنید.

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{x-1}{5} = \frac{2x+1}{3}$$

الگوهای عددی:

$$9 \times 9 + 9 = 90$$

$$99 \times 99 + 99 = 9900$$

$$999 \times 999 + 999 = 999000$$

$$9999 \times 9999 + 9999 = 99990000$$

بازی معادله

دست ورزی

بازی X و O را حتماً انجام داده‌اید.

هر دانش‌آموز به نوبت یک معادله را انتخاب و کامل می‌کند و عدد جواب را در جدول علامت می‌زند. هر کس زودتر به سه جواب ردیف شده رسید، برنده است.

۸	۹۹	۱۱۲
۲۴	۵۴	۷۸
۴۰	۵۶	۳۱

۸	۱۵	۲۵
۱۲	۵۳	۲۰
۴۴	۱۸	۱۱

۱۶	۰	
۱۸	۱۵	۱۳
	۴۴	۶

☐ $-۳۴ = ۷۸$

☐ $+۴۵ = ۱۲۳$

☐ $\times ۲۵ = ۲۰۰$

☐ $\frac{\quad}{۲} = ۲۰$

☐ $۲۷۰ = ۵$

☐ $\frac{۱}{۴} = ۶$

☐ $\frac{۲}{۷} = ۱۶$

☐ $\div ۹ = ۱۱$

☐ $۳ = ۹۳$

$۴x + ۱۴ = ۵۸$

$۳x + ۲۵ = ۴۹$

$x + x + ۱۵ = ۳۹$

$۲x - x - ۱۰ = ۴۳$

$\frac{x}{۵} + ۲۱ = ۲۵$

$\frac{۳x}{۴} - ۲۸ = ۵$

$۲x + ۵ = ۳۵$

$۴۰ = \frac{۲x}{۵} + ۳۰$

$۳۵ = ۲x - ۱$

$۳x + ۱۰ = x + ۳۶$

$\frac{۲x}{۲} - ۱۵ = ۱۷ - x$

$۳x - x = ۱۵ + x$

$x - ۴ = ۲۹ + \frac{x}{۴}$

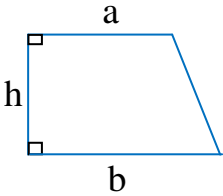
$۴x - ۹ = ۳x + ۹$

$۳x - ۵ = \frac{x}{۲} + ۱۰$

$۷x - ۳ = ۴x - ۳$

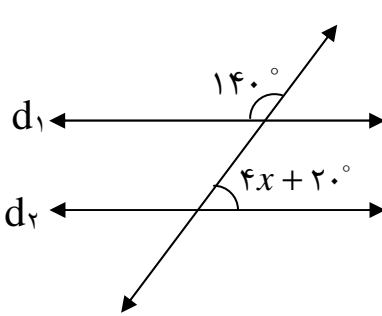
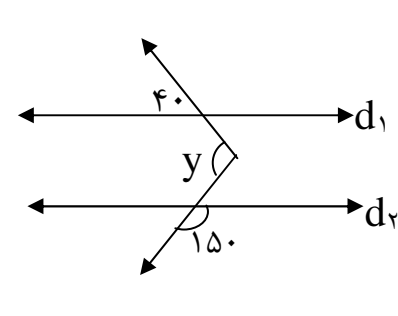
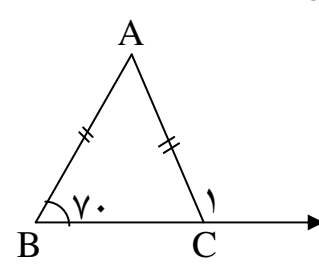
سؤال	آزمون پایانی فصل ۴	استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد	باسمه تعالی	بارم										
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است. ب) جملات $5xy^2, 5x^2y$ متشابه هستند. ج) عبارت $(a+b)^2$ با a^2+b^2 یکسان است. د) تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش، مضربی از ۹ است.			۱										
۲	جملات زیر را کامل کنید. (۱) مقلوب عدد $\overline{mz}$ برابر با می باشد. (۲) ضریب عددی $(-dn^2)$ عدد است. (۳) خروجی ماشین مقابل به صورت جبری می شود : $5 \xrightarrow{-x} \boxed{} \rightarrow 10$ (۴) پاسخ های معادله ی $x^2=9$ عبارتند از : و			۱/۲۵										
۳	هر یک از عبارت های ستون سمت راست را به پاسخ صحیح در ستون سمت چپ وصل کنید.	<table><thead><tr><th>سمت راست</th><th>چپ</th></tr></thead><tbody><tr><td>الف) ساده شده ی $-5x^2+7x+3x^2$</td><td>$-14x^2+7x$ *</td></tr><tr><td>ب) حاصل $-7x(2x)+7x$</td><td>$-2x^2+7x$ *</td></tr><tr><td>ج) مساحت مربعی به ضلع $x+7$</td><td>$7x-2$ *</td></tr><tr><td>د) از ۷ برابر عددی، دو واحد کم کردیم. این جمله به صورت جبری برابر است با</td><td>$(x+7)^2$ *</td></tr></tbody></table>	سمت راست	چپ	الف) ساده شده ی $-5x^2+7x+3x^2$	$-14x^2+7x$ *	ب) حاصل $-7x(2x)+7x$	$-2x^2+7x$ *	ج) مساحت مربعی به ضلع $x+7$	$7x-2$ *	د) از ۷ برابر عددی، دو واحد کم کردیم. این جمله به صورت جبری برابر است با	$(x+7)^2$ *		۱
سمت راست	چپ													
الف) ساده شده ی $-5x^2+7x+3x^2$	$-14x^2+7x$ *													
ب) حاصل $-7x(2x)+7x$	$-2x^2+7x$ *													
ج) مساحت مربعی به ضلع $x+7$	$7x-2$ *													
د) از ۷ برابر عددی، دو واحد کم کردیم. این جمله به صورت جبری برابر است با	$(x+7)^2$ *													
۴	گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. الف) ساده شده ی عبارت $t^2+t^2+t^2$ برابر است با : $3t^6$ (۱) $3t^2$ (۲) t^2 (۳) $3t^8$ (۴)			۱										

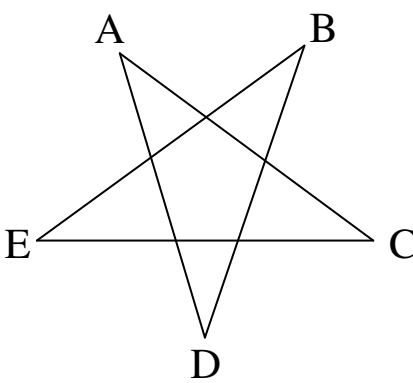
	(ب) مقدار x در معادله $5x - 2 = 0$ کدام است؟ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$ (ج) مقدار $x^2 - x$ به ازای $x = -1$ کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲ (د) ثلث عددی مساوی ۳ می باشد آن عدد چیست؟ معادله ی این مسئله : (۱) $3x = 3$ (۲) $\frac{1}{3}x = 3$ (۳) $x^2 = 3$ (۴) $\frac{1}{3}x = 0$									
۵	عبارت های زیر را ساده کنید. الف) $(x-7)(x+7) =$ ب) $6a(3a-2b) - 18a^2 + 4b + 10 =$	۲/۵								
۶	الف) با توجه به کاری که ماشین زیر انجام می دهد، عدد خروجی را بنویسید. ب) با توجه به جدول زیر و رابطه ی بین x, y، جاهای خالی را کامل کنید. (عملیات نوشته شود). $y = -3x + 4$ <table><tr><td>x</td><td>۱</td><td>۰</td><td> </td></tr><tr><td>y</td><td> </td><td> </td><td>۱۰</td></tr></table>	x	۱	۰		y			۱۰	۰/۷۵
x	۱	۰								
y			۱۰							
۷	الف) چند عدد دو رقمی وجود دارد که هر کدام با مقلوب خودش برابر است؟ ب) مقدار عددی عبارت $y = 8x^2 + 3$ را به ازای $x = -1$ به دست آورید.	۰/۵ ۱								
۸	تساوی های زیر را کامل کنید. $3ab - 9ac = 3a(\dots - \dots)$ $5xy + 2x^2y = \dots(\dots + \dots)$	۱/۲۵								

۹	الف) جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید. و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱ (الف) و ۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ (ب)	۱
۱۰	ب) مساحت شکل زیر را به صورت جبری بیان کنید.  ج) جمله n ام الگویی $2^n + 3$ می باشد. جمله چهارم آن را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۱	معادلات زیر را حل کنید. ب) $2x + \frac{1}{4} = \frac{2x}{3}$ $3(2x+4)=30$	۲
۱۲	مشهدی حسین ۴۵ ساله است. او دو پسر به نام های سعید و حمید به ترتیب ۱۴ و ۹ ساله دارد پس از چند سال سن مشهدی حسین با مجموع سن هر دو پسرش برابر می شود؟ (معادله)	۱/۵
۱۲	الف) گسترده ی عدد سه رقمی $\overline{abc}$ را بنویسید. ب) ابتدا صورت و مخرج را به ضرب تبدیل کرده و سپس ساده کنید. $\frac{ab^2 - a^2b}{b^2 - ab} = \frac{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)}{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots)}$	۰/۷۵ ۱/۲۵

سؤال	بسمه تعالی	بارم										
	آزمون پیش نوبت اول	استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد										
۱	کامل کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویا (به جز صفر) در معکوس آن برابر است با ب) بزرگ ترین عدد اول دو رقمی، عدد است. ج) هر دوازده ضلعی منتظم دارای محور تقارن است. د) مجموع زاویه های داخلی و خارجی هر چهارضلعی محدب برابر با درجه است.	۱										
۲	هر سؤال را به جواب مربوطه در ستون سمت چپ وصل کنید. <table><tr><th>سؤال</th><th>جواب</th></tr><tr><td>- کوچک ترین عدد اول سه رقمی ؟</td><td>* ۱۰۰</td></tr><tr><td>- حاصل $4 \times (-\frac{125}{2}) \times (1 - \frac{3}{5})$ ؟</td><td>* ۱۰۸</td></tr><tr><td>- مقدار عددی $5x^2 + 23$ به ازای $x=4$ ؟</td><td>* ۱۰۱</td></tr><tr><td>- اندازه ی یک زاویه داخلی پنج ضلعی منتظم ؟</td><td>* ۱۰۳</td></tr></table>	سؤال	جواب	- کوچک ترین عدد اول سه رقمی ؟	* ۱۰۰	- حاصل $4 \times (-\frac{125}{2}) \times (1 - \frac{3}{5})$ ؟	* ۱۰۸	- مقدار عددی $5x^2 + 23$ به ازای $x=4$ ؟	* ۱۰۱	- اندازه ی یک زاویه داخلی پنج ضلعی منتظم ؟	* ۱۰۳	۱
سؤال	جواب											
- کوچک ترین عدد اول سه رقمی ؟	* ۱۰۰											
- حاصل $4 \times (-\frac{125}{2}) \times (1 - \frac{3}{5})$ ؟	* ۱۰۸											
- مقدار عددی $5x^2 + 23$ به ازای $x=4$ ؟	* ۱۰۱											
- اندازه ی یک زاویه داخلی پنج ضلعی منتظم ؟	* ۱۰۳											
۳	گزینه مناسب را علامت بزنید. الف) کدام عدد گویا نیست؟ $-\frac{2}{3}$ (۱) $0.\overline{3}$ (۲) $\sqrt{8}$ (۳) $\sqrt{9}$ (۴) ب) کدام گزینه همواره نسبت به هم اول هستند؟ (۱) دو عدد مرکب (۲) دو عدد اول (۳) دو عدد فرد (۴) یک عدد اول و یک عدد مرکب ج) کدام چهارضلعی محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد؟ (۱) متوازی الاضلاع (۲) لوزی (۳) دوزنقه متساوی الساقین (۴) مستطیل د) اگر ضلع یک شش ضلعی منتظم m باشد، محیط آن کدام است؟ $3m^2$ (۱) $6m^2$ (۲) m^6 (۳) $6m$ (۴)	۱										

۰/۵	الف) نقاط $A = -\frac{2}{3}$, $B = \frac{1}{3}$ را روی محور زیر نشان دهید.  ب) عبارت های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. بین ۰ و ۱- بزرگ تر از ۵ ج) قرینه ی معکوس $-\frac{2}{7}$ را بنویسید. د) عدد گویایی را بنویسید که معکوس نداشته باشد.	۴
۱/۵	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6}\right) \div \left(-\frac{7}{24}\right) =$	۵
۰/۵	الف) دور اعداد اول خط بکشید. ۸۱ و ۷۱ و ۶۱ و ۵۱ و ۱ ب) مجموع دو عدد اول ۱۰۵ شده است آن دو عدد کدامند؟ ج) کوچک ترین عدد طبیعی مرکب چند است؟	۶
۰/۵	اعداد ۱ تا ۶۰ را نوشته و غربال کرده ایم. به سئوالات زیر پاسخ دهید. الف) اولین عددی که خط می خورد، چیست؟ ب) اولین مضرب ۵ که در مرحله ی حذف مضرب های ۵ خط می خورد چه عددی است؟ ج) آخرین عددی که حذف می شود کدام است؟ (۶۰ و ۵۹ و ۴۹ و ۳۵)	۷

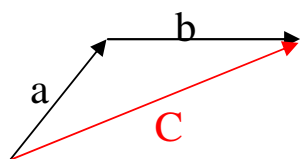
۱/۵	در شکل های زیر مقدار y, x را به دست آورید. $(d_1 \parallel d_2)$  	۸
۰/۵	الف) اندازه ی یک زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم چند درجه است؟ ب) اگر وسط ضلع های یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم، چه شکلی حاصل می شود؟ ج) نتیجه را به زبان ریاضی بنویسید. (رسم شکل الزامی است).	۹
۰/۵	۱ $\left. \begin{matrix} a \perp b \\ a \perp c \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$	
۱	تعداد خط های تقارن شکل های زیر را بنویسید. (.....) ۵ ضلعی منتظم و (.....) مثلث متساوی الساقین	۱۰
۰/۵	الف) یک چند ضلعی رسم کنید که دو زاویه ی بزرگ تر از ۱۸۰ درجه داشته باشد. ب) من کیستم؟ یک چهارضلعی هستم که اضلاع روبرویم باهم موازی اند مرکز تقارن دارم. اما نمی توانم محور تقارن داشته باشم. نام من :	۱۱
۰/۵	مثلث ABC متساوی الساقین است. اندازه ی زاویه های خواسته شده را بنویسید.  $\hat{C} =$ $\hat{A} =$	۱۲

۱	الف) عبارت جبری زیر را ساده کنید. $-5x(2x+3y)+10x^2+40y=$ ب) با توجه به رابطه y, x، مقدار y را برای x های داده شده پیدا کنید. <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>۲</td><td>-۲</td></tr> <tr> <td>$y=x^3$</td><td>.....</td><td>.....</td></tr> </table>	x	۲	-۲	$y=x^3$			۱۳
x	۲	-۲						
$y=x^3$								
۰/۵ ۰/۵ ۱	الف) کامل کنید. $6mt^2 - 2m = \dots\dots\dots (1 - \dots\dots\dots)$ ب) اگر یک عدد دو رقمی را از مقلوبش کم کنیم، حاصل بر چه عددی بخش پذیر است؟ ج) معادله ی زیر را حل کنید. $\frac{4}{5}x + \frac{3}{4} = x$	۱۴						
۱	سؤال جایزه : در شکل زیر مجموع زوایای خواسته شده چند درجه است؟ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = ?$ 	۱۵						

فصل ۵
بردار و مختصات

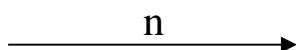
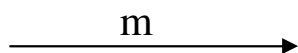
* **جمع بردارها (برآیند):** اگر دو بردار دنبال هم باشند، بردار حاصل جمع آن ها برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می کند، که بیش تر به روش مثلثی معروف است.

تساوی جبری



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{C}$$

* **بردارهای هم سنگ (مساوی):** هرگاه چند بردار هم اندازه، هم جهت و هم راستا باشند، به آن ها

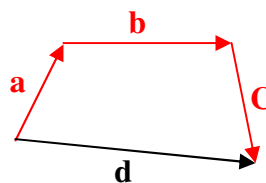
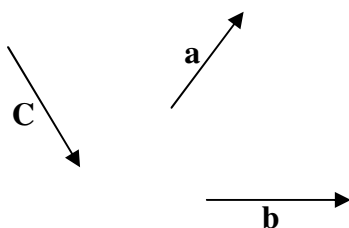


$$\vec{m} = \vec{n}$$
 بردارهای مساوی گویند.

* **حاصل جمع چند بردار:** هم سنگ با هر بردار را طوری رسم می کنیم که بردارها دنبال هم باشند آن گاه بردار حاصل جمع برداری است که ابتدای اولی را به انتهای آخرین بردار وصل می کند.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{C} = \vec{d}$$

(همراه با جهت)



* **بردارهای قرینه:** دو بردار که هم راستا، هم اندازه و دارای جهت مخالف باشند، بردارهای قرینه هستند.

بردار صفر را به صورت $\vec{O}$ نشان می دهند.

$$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{O}$$



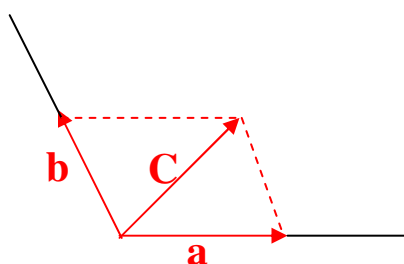
D ← C

* **تجزیه بردار**: اگر بردار حاصل جمع را داشته باشیم، از انتهای آن بردار به موازات راستای داده شده رسم می کنیم هر کجا این خطوط با امتدادها برخورد کند، انتهای بردارهای تجزیه شده می باشد.

◀ **مثال**:

بردار $\vec{C}$ را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.

$$\vec{C} = \vec{a} + \vec{b}$$



* **ضرب عدد در بردار**:

در ضرب یک عدد در بردار، آن عدد هم در طول و هم در عرض بردار ضرب می شود.

$$K \times \begin{bmatrix} b \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kb \\ km \end{bmatrix}$$

◀ **مثال «۱»**:

$$5 \times \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -20 \end{bmatrix}, \quad (-3) \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -6 \end{bmatrix}$$

◀ **مثال «۲»**:

اگر $\vec{t} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\vec{m} = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، مختصات $\vec{x} = -2\vec{t} + 3\vec{m}$ را به دست آورید.

$$\vec{x} = -2\vec{t} + 3\vec{m} = (-2) \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 \\ 12 \end{bmatrix}$$

✱ حل معادله مختصاتی:

هر معادله ی برداری یا مختصاتی را مانند معادلات معمولی و با مراحل زیر حل می کنیم :

۱. مجهول ها را در یک طرف تساوی و مختصات ها را در طرف دیگر تساوی می نویسیم.

۲. حاصل مجهول ها و حاصل عددهای معلوم را به دست می آوریم.

۳. طول و عرض مختصات حاصل را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم.

◀ مثال :

معادله زیر را حل کنید :

$$\begin{aligned} \vec{3x} + \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} \\ \vec{3x} &= \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ +3 \end{bmatrix} \\ \vec{x} &= \begin{bmatrix} -9 \div 3 \\ 3 \div 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بردارهای واحد
مختصات

بردار $\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ را بردار واحد طول و بردار $\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ را بردار واحد عرض می نامند. برای تبدیل

مختصات یک بردار به بردارهای واحد کافی است عدد طول را ضریب $\vec{i}$ و عدد عرض را ضریب $\vec{j}$

قرار دهیم.

◀ مثال: معادله ی $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$ را حل کنید.

راه حل نادیا	راه حل شیما
$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j}$ $2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} - \vec{j}$ $2\vec{x} = -8\vec{i}$ $\vec{x} = -4\vec{i}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$ $2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ $2\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\vec{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$



سوالات امتحانی



۱- جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

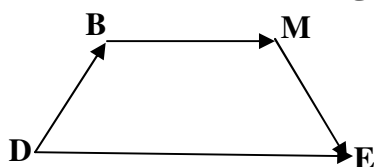
(الف) بردار حاصل جمع را بردار..... گویند.

(ب) دو بردار هم جهت و هم اندازه و را دو بردار مساوی گویند.

(ج) حاصل جمع دو بردار قرینه، برابر می شود.

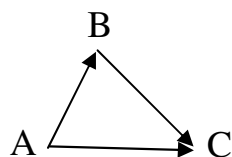
(د) مختصات بردار $\vec{O}$ مساوی [] است.

(ه) با توجه به شکل زیر بردار حاصل جمع، بردار می باشد.



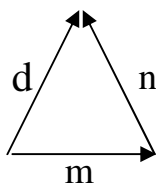
۲- درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

(الف) جمع دو بردار قرینه، برابر با بردار $\vec{O}$ است.



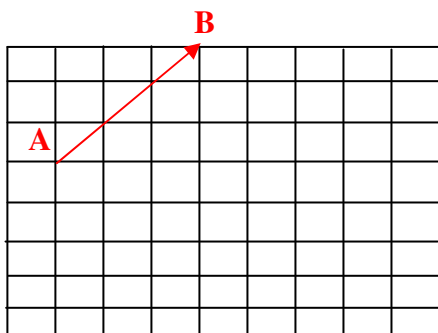
(ب) در شکل مقابل بردار حاصل جمع، $\vec{BC}$ می باشد.

(ج) دو بردار هم اندازه، هم جهت و هم راستا را بردارهای مساوی گویند.

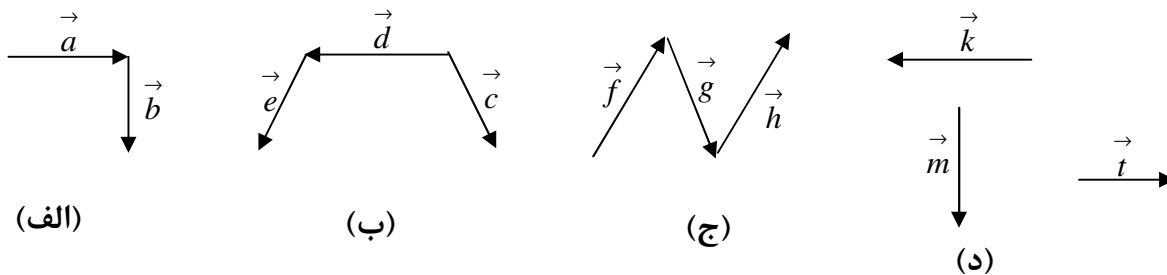


۳- برای شکل زیر یک جمع برداری بنویسید.

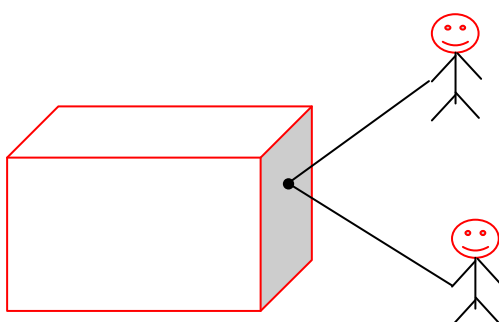
۴- سه بردار مساوی $\vec{AB}$ رسم کنید.



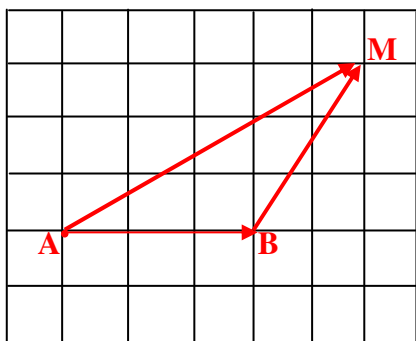
۵- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید و برای هر کدام یک جمع برداری بنویسید.



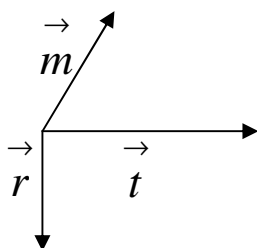
۶- دو نفر جعبه ای را با طناب می کشند. بردار برآیند حرکت جعبه را رسم کنید.



۷- برای شکل زیر یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

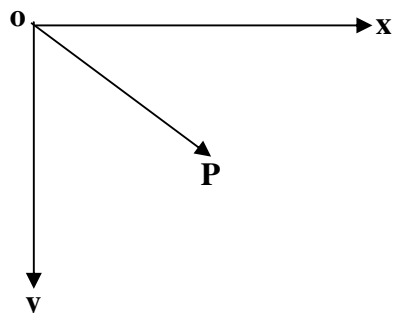
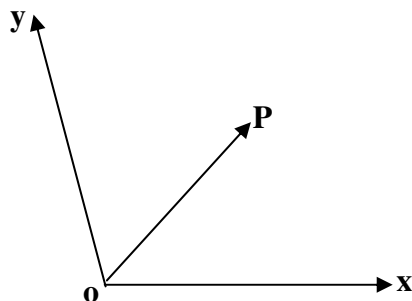


۸- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید.



۹- در شکل های زیر روی نیم خط های OX, OY بردارهای OM, ON را طوری مشخص کنید که

حاصل جمع آن ها مساوی $\vec{OP}$ باشد. به این کار..... می گویند.



۱۰- حاصل ضرب $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} (-2)$ برابر است با :

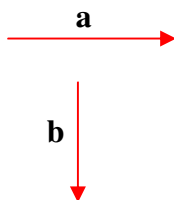
(۱) $\begin{bmatrix} -8 \\ -5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -8 \\ -10 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 \\ +10 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix}$

۱۱- مختصات $\vec{x}$ در تساوی $\vec{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ برابر است با :

(۱) $\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۲- بردار خواسته شده را رسم کنید.

$$\vec{C} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$



۱۳- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(-5) \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$2 \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{3}{4} \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ -9 \end{bmatrix} =$$

۱۴- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\vec{x} = \begin{bmatrix} -14 \\ 35 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \end{bmatrix}$

۱۵- الف) بر حسب $\vec{i}, \vec{j}$ بنویسید.

$\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2/5 \end{bmatrix} =$

$\vec{m} = \begin{bmatrix} -7 \\ -10 \end{bmatrix} =$

$\vec{b} = 5\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

ب) مختصات بردار $\vec{b}$ را بنویسید.

۱۶- اگر $\vec{n} = -3\vec{i}, \vec{m} = -2\vec{i} - \vec{j}$ باشد، ابتدا مختصات $\vec{n}, \vec{m}$ را نوشته و سپس مختصات $\vec{z}$ را

بیابید. $\vec{m} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \vec{n} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

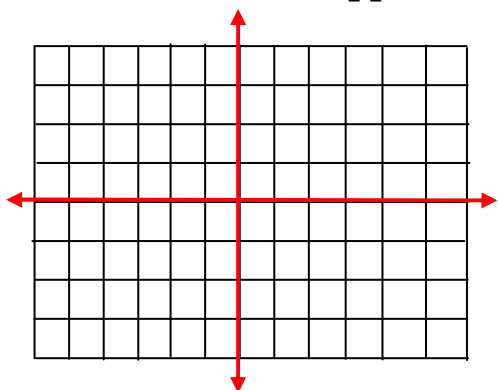
$\vec{z} = -\vec{m} + 4\vec{n} =$

۱۷- معادلات برداری زیر را حل کنید.

ب) $\vec{x} + \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \end{bmatrix} = 2\vec{x} - \vec{i} - \vec{j}$

الف) $\vec{x} + 3\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \end{bmatrix}$

۱۸- الف) بردارهای $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$ ابتدا از نقطه ی $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ رسم کنید.



ب) $\vec{a} + \vec{b}$ را رسم کنید و آن را $\vec{z}$ بنامید.

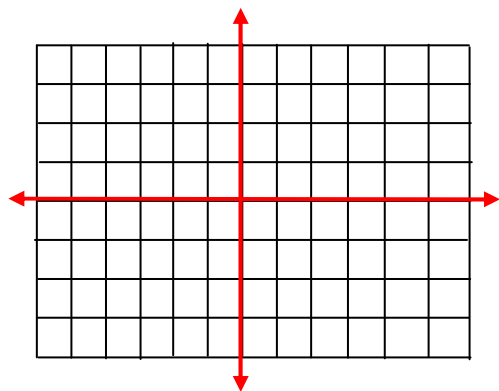
ج) مختصات بردار $\vec{z}$ را بنویسید.

۱۹- الف) برداری رسم کنید که طول آن مقداری مثبت و عرض آن عددی منفی را نشان دهد.

(به اندازه های دلخواه)

ب) با توجه به بردارهای a, b ، بردار C را از نقطه ای دلخواه رسم کنید.

$$\vec{C} = (-2)a + 3b$$



۲۰- اگر $\vec{x} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{y} = -3\vec{x}$ باشد :

الف) مختصات $\vec{x}, \vec{y}$ را بنویسید.

ب) مختصات $\vec{x} + \vec{y}$ را حساب کنید.

ج) بردارهای x, y را از مبدأ مختصات رسم کنید.

شگفتی اعداد:

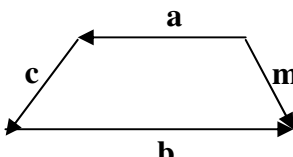
$$3 \times 3 + 1 = 10$$

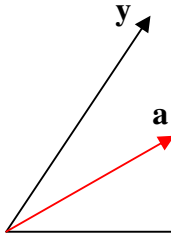
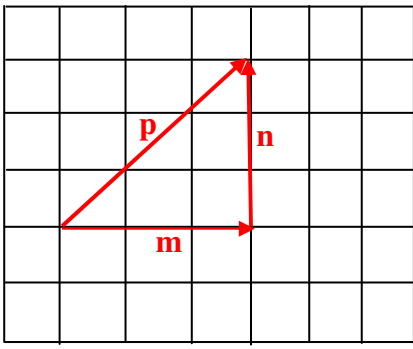
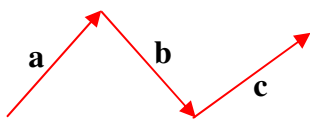
$$33 \times 33 + 11 = 1100$$

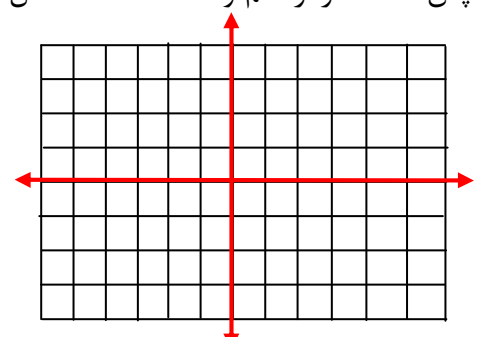
$$333 \times 333 + 111 = 111000$$

$$3333 \times 3333 + 1111 = 11110000$$

.

ردیف	آزمون فصل بردار و مختصات	استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد	بارم										
۱	گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. الف) در کدام گزینه بردار حاصل جمع شکل مقابل می‌باشد.  (۱) $\vec{b}$ (۲) $\vec{m}$ (۳) $\vec{a}$ (۴) $\vec{c}$ ب) جواب معادله ی $\begin{bmatrix} 3 \\ -9 \end{bmatrix} = -3x$ کدام است؟ (۱) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -9 \\ 27 \end{bmatrix}$ ج) مختصات $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ برابر است با : (۱) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$		۱/۵										
۲	جمله های سمت راست را با عبارت صحیح در سمت چپ وصل کنید. <table><tr><th>سمت راست</th><th>سمت چپ</th></tr><tr><td>۱. حاصل $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ؟</td><td>$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$</td></tr><tr><td>۲. اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، مقدار $-\vec{a}$ ؟</td><td>$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$</td></tr><tr><td>۳. مقدار $\vec{x}$ در معادله ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$</td><td>$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$</td></tr><tr><td>۴. حاصل $-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$ ؟</td><td>$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$</td></tr></table>	سمت راست	سمت چپ	۱. حاصل $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ؟	$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$	۲. اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، مقدار $-\vec{a}$ ؟	$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$	۳. مقدار $\vec{x}$ در معادله ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	۴. حاصل $-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$ ؟	$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$		۲
سمت راست	سمت چپ												
۱. حاصل $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ؟	$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$												
۲. اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، مقدار $-\vec{a}$ ؟	$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$												
۳. مقدار $\vec{x}$ در معادله ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$												
۴. حاصل $-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$ ؟	$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$												
۳	جمله های زیر را کامل کنید. الف) مختصات بردار $\vec{O}$ به صورت $[\quad]$ نشان داده می شود. ب) اگر $\vec{C} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد مختصات $\vec{d} = -3\vec{C}$ برابر است با ج) مختصات $\vec{m} = -5\vec{j}$ می شود		۱/۵										

۴	الف) بر حسب i, j بنویسید. ب) مختصات بردارهای زیر را بنویسید.	۱ $\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ -12 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$ ۱ $\vec{t} = \vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$, $\vec{e} = 6\vec{i} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$
۵	الف) بردار زیر را در مسیرهای رسم شده تجزیه کنید. ب) برای شکل زیر جمع برداری و جمع مختصاتی بنویسید.	۱ ۱/۵ +.....=..... $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ 
۶	معادله ی مختصاتی زیر را حل کنید.	۱/۵ $4\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -12 \end{bmatrix} + 5i$
۷	مختصات بردار $\vec{x}$ را به دست آورید.	۱/۵ $\vec{x} = 3\vec{i} + 4\vec{j} =$
۸	برداری برآیند بردارهای داده شده را رسم کنید. (الف)	۱/۵ 

	(ب) n m t																
۱	با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی هر بردار را رسم کنید. <table><tr><td>طول</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>عرض</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>شکل تقریبی</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	طول	+	-	+	-	عرض	+	+	-	-	شکل تقریبی					۹
طول	+	-	+	-													
عرض	+	+	-	-													
شکل تقریبی																	
۲	مقدار y, x را طوری پیدا کنید که دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} 7 \\ -4-3y \end{bmatrix}$، $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2x-1 \\ 5 \end{bmatrix}$ با هم مساوی باشند.	۱۰															
۲	بردارهای $\vec{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$، $\vec{d} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ را از مبدأ مختصات رسم کنید. سپس $\vec{d} + \vec{e}$ را رسم و مختصات حاصل جمع را بنویسید. 	۱۱															
۱	معادله ی مختصاتی زیر را حل کنید. $\begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix}$	۱۲															

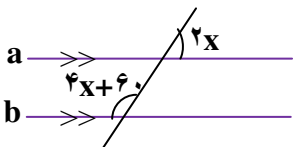
بسمه تعالی

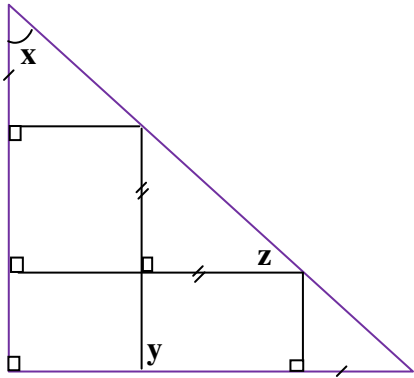
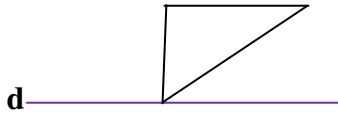
آزمون نوبت اول

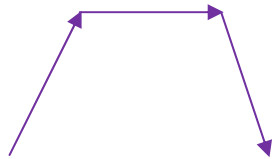
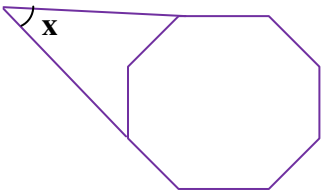
امام صادق «ع»: دانشی که منتشر نشود، مانند چراغی است که بوسیله ی پوشش از نورش جلوگیری شود.

(استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد)

۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (الف) عدد $3/7$ - عددی گویا است. (ب) حاصل جمع دو عدد اول عددی اول است. (ج) ضریب عددی a^2b صفر است. (د) مجموع زوایای خارجی هر 10 ضلعی مساوی 360 درجه است.	ص غ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
۲	جمله های سمت راست را به عبارت صحیح در سمت چپ وصل کنید. (دو جواب اضافه است) (۱) بزرگ ترین عدد اول دو رقمی است * (۲) این چهارضلعی مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد * (۳) در روش غربال توسط مضارب 3 خط می خورد * (۴) این چهارضلعی فقط دو ضلع موازی دارد * * متوازی الاضلاع * دوزنقه * مستطیل * ۹۷ * ۹۹ * ۱۸	
۳	جملات زیر را کامل کنید. (الف) به چندضلعی که دست کم یک زاویه ی آن بزرگ تر از 180 درجه باشد چندضلعی گفته می شود. (ب) ساده شده ی عبارت $n^2+n^2+n^2+n^2$ مساوی می باشد. (پ) بردارهای موازی، هم اندازه و را بردارهای مساوی (هم سنگ) گویند. (ت) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، آن گاه ک.م.م آن ها است.	۱

۱	گزینه ی مناسب را علامت بزنید. الف) کدام یک از اعداد زیر مرکب نیست؟ ۳۹ (۱) ۵۱ (۲) ۶۳ (۳) ۴۳ (۴) ب) بین $1\frac{1}{۲}$, $۲\frac{۱}{۲}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟ ۱) بی شمار ۲) دو عدد ۳) یک عدد ۴) عددی وجود ندارد ج) اندازه ی یک زاویه ی داخلی ۸ ضلعی منتظم چند درجه است؟ ۱) ۱۲۰ درجه ۲) ۱۳۵ درجه ۳) ۱۴۴ درجه ۴) ۱۵۰ درجه د) جمله ی متشابه با $-a^۲b$ کدام است؟ ۱) $\frac{۵}{۲}ab^۲$ ۲) $\frac{۵}{۲}ab$ ۳) $\frac{۲}{۵}a^۲b$ ۴) $-(ab)^۲$	۴
۰/۵ ۱/۵	الف) مجموع دو عدد اول ۴۹ شده است آن دو عدد کدامند؟ ب) عددهای اول بین ۴۰ و ۵۰ را بنویسید. (روش غربال)	۵
۱	به کمک محور حاصل جمع مقابل را به دست آورید. $(-\frac{۵}{۳}) + (+۲\frac{۱}{۳}) =$ 	۶
۱/۵	حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. $\left[(-\frac{۱}{۸}) - (-\frac{۵}{۱۲}) \right] \div (-۲ + ۹) =$	۷
۱/۲۵	اندازه ی زاویه های خواسته شده را با تشکیل معادله بدست آورید. $(a \parallel b)$ 	۸

۰/۷۵	طرح زیر یک کاشی کاری با چند نوع کاشی می باشد. اندازه ی زاویه های خواسته شده را بنویسید.  $\hat{x}$ = درجه $\hat{y}$ = درجه $\hat{z}$ = درجه	۹
۰/۵ ۰/۷۵	(الف) ۸ ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ (ب) قرینه ی شکل مقابل را نسبت به خط d رسم کنید. 	۱۰
۱/۲۵	مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای اعداد داده شده بدست آورید. $m = 5$, $b = -3 \Rightarrow 7b^2 - 4m =$	۱۱
۰/۵ ۱	(الف) تساوی مقابل را کامل کنید. $3ab + 6b^2 = \dots\dots\dots(\dots\dots\dots + 2b)$ (ب) عبارت جبری زیر را ساده کنید. $8x^2 - 4x(2x + 3) =$	۱۲
۰/۷۵ ۱/۲۵	(الف) برای مسئله ی زیر فقط معادله بنویسید. حل آن لازم نیست. مجموع دو عدد زوج متوالی ۶۲ شده است آن دو عدد کدام اند؟ (ب) معادله ی مقابل را حل کنید. $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}x$	۱۳

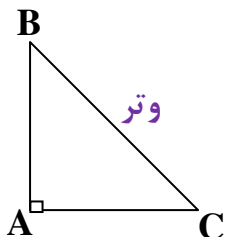
۰/۵	۱۴ (الف) بردار حاصل جمع را رسم کنید.  (ب) بر حسب i, j بنویسید.	
۰/۵	$\vec{a} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۲/۵ \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$	
۱	۱۵ اگر $\vec{m} = ۲\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{t} = ۳\vec{i}$ باشد : (الف) مختصات $\vec{t}, \vec{m}$ را بنویسید. (ب) مقدار Z را بدست آورید.	
۱/۵	$\vec{m} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$, $\vec{t} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $\vec{z} = ۵\vec{t} - \vec{m} =$	
۱/۵	۱۶ سؤال جایزه : هشت ضلعی زیر منتظم است مقدار X را حساب کنید. 	

فصل ۶

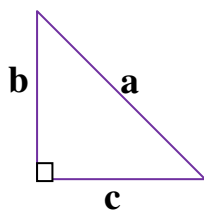
مثلث

رابطه ی فیثاغورس:

مثلث ABC یک مثلث قائم الزاویه است. زاویه A قائمه (راست)، اضلاع AC, AB و وتر BC مثلث است.



رابطه ی فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه به صورت زیر بیان می شود :
مربع ضلع قائم دیگر + مربع یکی از ضلع های قائم = مربع وتر

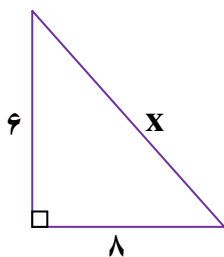


$$a^2 = b^2 + c^2$$

عکس این رابطه هم درست است یعنی اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذوره های دو ضلع دیگر آن برابر شد، آن مثلث قائم الزاویه است.

◀ مثال : «۱»

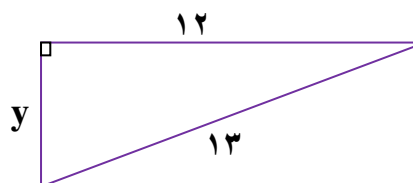
در شکل های زیر مقادیر X, y را به دست آورید.



$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64 = 100$$

$$x = \sqrt{100} = 10 \Rightarrow \boxed{x=10}$$



$$13^2 = y^2 + 12^2$$

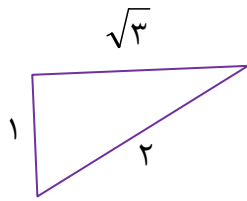
$$169 = y^2 + 144$$

$$y^2 = 169 - 144 = 25$$

$$y = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \boxed{y=5}$$

◀ مثال : «۲»

آیا مثلث زیر قائم الزاویه است؟ چرا؟ بله زیرا :



$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

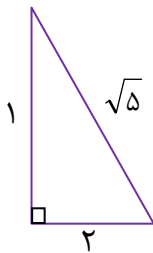
$$4 = 3 + 1$$

$$4 = 4$$

* رسم پاره خطی به طول $\sqrt{b}$: ابتدا دو عدد پیدا می کنیم که اگر به توان دو رسانده و باهم جمع کنیم، عدد زیر رادیکال به دست می آید. سپس مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع این دو عدد رسم می کنیم. وتر مثلث به اندازه ی عدد داده شده می باشد.

◀ مثال : «۱»

پاره خطی به طول $\sqrt{5}$ سانتی متر رسم کنید.



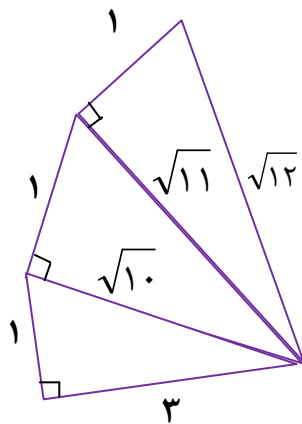
مثلثی به اضلاع ۱ و ۲ سانتی متر رسم می کنیم زیرا : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$ پس وتر مثلث جواب مسئله است.

مهسا با ماشین حساب $\sqrt{5}$ را محاسبه کرد و حاصل تقریباً $2/36$ شد سپس پاره خطی به طول $2/3$ میلی متر رسم کرد. آیا روش کار مهسا درست است؟

◀ مثال : «۲»

پاره خطی به طول $\sqrt{12}$ سانتی متر رسم کنید.

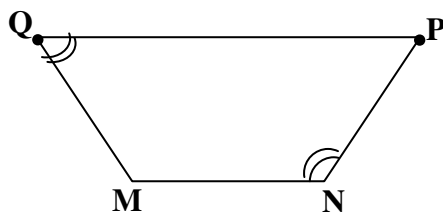
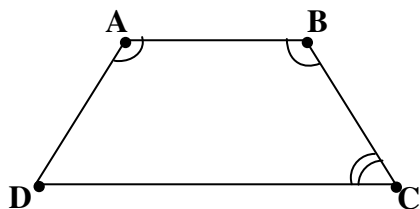
بزرگ ترین عددی که مجذور آن از ۱۲ کمتر باشد، عدد ۳ است. لذا مثلثی به اضلاع قائم ۳ و ۱ رسم کرده، سپس با عمود کردن ضلع های یک واحدی بر وترها، کار را ادامه داده تا به $\sqrt{12}$ برسیم.



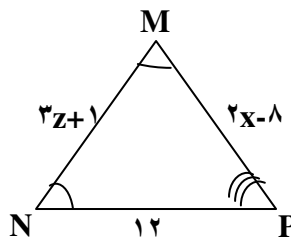
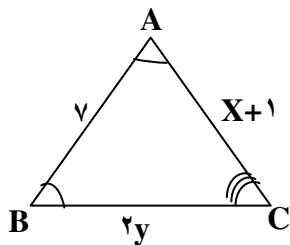
شکل های هم نهشت

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) بر شکل دیگری منطبق کنیم به طوری که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می گوییم این دو شکل هم نهشت هستند. با دوران 180° درجه مرکزی دو شکل مقابل برهم منطبق می شوند پس هم نهشت اند. اجزای متناظر :

$$\overline{AB} = \overline{MN}, \overline{AD} = \overline{PN}, \overline{BC} = \overline{MQ}, \hat{A} = \hat{M}, \hat{B} = \hat{N}, \hat{C} = \hat{Q}, \hat{D} = \hat{P}, \overline{DC} = \overline{PQ}$$



◀ مثال : دو مثلث MNP, ABC هم نهشت اند (انتقال). اندازه ی مجهول را به دست آورید.



$$\overline{AB} = \overline{MN}$$

$$y = 2z + 1$$

$$y - 1 = 2z$$

$$6 = 2z$$

$$z = \frac{6}{2} = 3$$

$$\overline{AC} = \overline{MP}$$

$$x + 1 = 2x - 8$$

$$1 + 8 = 2x - x$$

$$x = 9$$

$$\overline{BC} = \overline{NP}$$

$$2y = 12$$

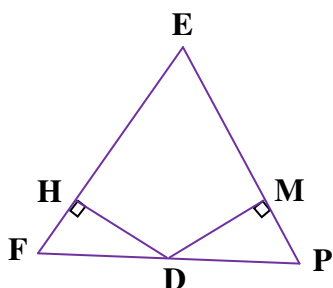
$$y = \frac{12}{2} = 6$$

$$y = 6$$

✱ حالت های هم نهشتی در مثلث ها :

- برای همه ی مثلث ها
۱. سه ضلع (ض ض ض)
 ۲. دو ضلع و زاویه بین (ض ز ض)
 ۳. دو زاویه و ضلع بین (ز ض ز)
 ۴. وتر و یک ضلع (و ض)
 ۵. وتر و یک زاویه تند (و ز)
- مخصوص مثلث قائم الزاویه

مثال : مثلث EFP متساوی الاضلاع و نقطه D وسط FP است چرا دو مثلث FHD و DPM هم نهشت اند؟



$$\left. \begin{array}{l} \overline{FD} = \overline{DP} \text{ (D وسط FP)} \\ \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \text{ (مثلث متساوی الاضلاع)} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{وتر و یک زاویه تند} \\ FHD \cong DMP \end{array}$$

نکته «۱» :

برخی از اعداد فیثاغورسی عبارتند از : (۶ و ۸ و ۱۰) ، (۳ و ۴ و ۵) ، (۱۸ و ۲۴ و ۳۰) ، (۱۳ و ۱۲ و ۵) ، (۲۶ و ۲۴ و ۱۰) ، (۱۷ و ۱۵ و ۸) ، (۲۶ و ۲۴ و ۷) ، (۲۵ و ۲۰ و ۱۵)

نکته «۲» :

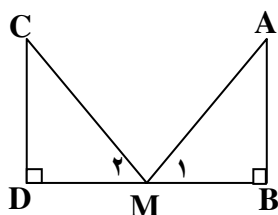
هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

نکته «۳» :

هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

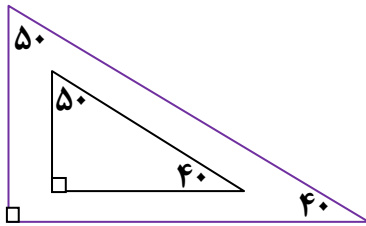
اشتباهات رایج :

(۱) در شکل مقابل زاویه های M_1, M_2 متقابل به رأس نیستند.



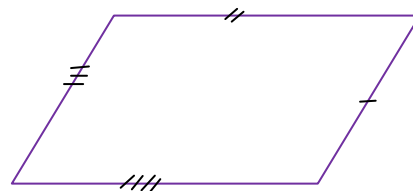
۲) اگر سه زاویه از مثلثی با سه زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، ممکن است دو مثلث هم نهشت نباشند.

مثال :



مثلث های زیر هم نهشت نیستند.

۳) حالت های هم نهشتی ۵ گانه مطرح شده مخصوص مثلث ها هستند و در شکل های دیگر مثل چهارضلعی ها برای اثبات هم نهشتی آن ها کاربرد ندارند مثلاً در چهارضلعی های زیر هر چهارضلع متناظر باهم برابرند، اما دو شکل هم نهشت نیستند.



شگفتی اعداد:

$$۱۳ \times ۱۳ + ۱ = ۱۷۰$$

$$۱۳۳ \times ۱۳۳ + ۱۱ = ۱۷۷۰۰$$

$$۱۳۳۳ \times ۱۳۳۳ + ۱۱۱ = ۱۷۷۷۰۰۰$$

$$۱۳۳۳۳ \times ۱۳۳۳۳ + ۱۱۱۱ = ۱۷۷۷۷۰۰۰۰$$

سؤالات امتحانی فصل ۶



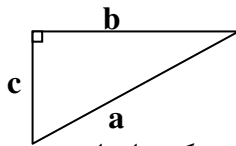
۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) رابطه ی فیثاغورس در هر مثلثی برقرار است.

(ب) حالت سه زاویه یکی از حالت های هم نهشتی دو مثلث می باشد.

(ج) در هر مثلث قائم الزاویه، ضلع روبروی زاویه ی قائم، وتر می باشد.

(د) در شکل مقابل رابطه ی $a^2 = b^2 - c^2$ برقرار است.



۲. جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

(الف) در هر مثلث قائم الزاویه مجذور..... با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

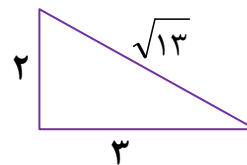
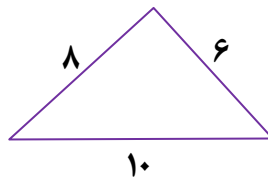
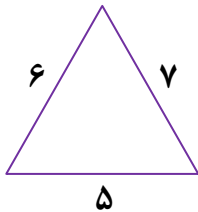
(ب) هر نقطه روی..... یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

(ج) دو مثلث متساوی الساقین که قاعده و زاویه رأس آن ها برابر باشند، به حالت هم نهشت اند.

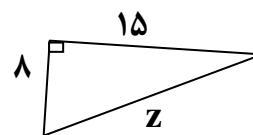
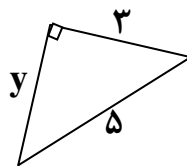
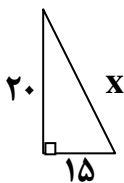
(د) دو مثلث قائم الزاویه که اضلاع قائم آن ها برابر باشند به حالت هم نهشت اند.

(هـ) هر نقطه روی نیم ساز یک زاویه باشد، از دو سر آن ضلع است.

۳. کدام مثلث قائم الزاویه نیست؟ چرا؟

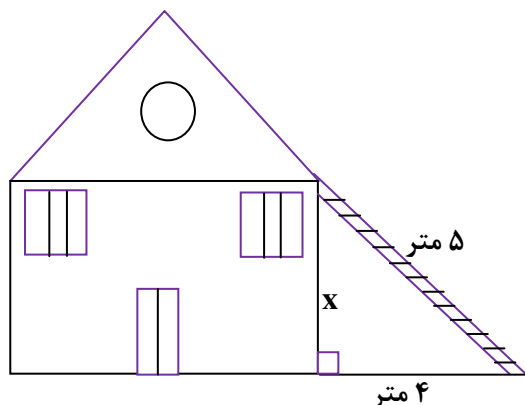


۴. در شکل های زیر مقدار مجهول را به دست آورید.



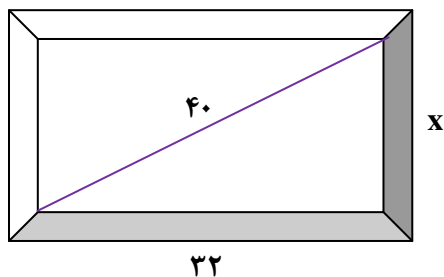
۵. طول مستطیلی ۸ سانتی متر و قطر آن ۱۰ سانتی متر می باشد. عرض مستطیل را به دست آورید.

۶. مهدی می خواهد با یک نردبان ۵ متری ارتفاع دیوار خانه ی خودش را محاسبه کند به آقا مهدی کمک کنید تا محاسباتش را به طور صحیح انجام دهد.



۷. اندازه ی هر ضلع یک لوزی ۱۰ سانتی متر و اندازه ی قطر بزرگ آن ۱۶ سانتی متر است قطر کوچک این لوزی چند سانتی متر است؟ (قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند).

۸. معمولاً اندازه ی یک تلویزیون را براساس قطر صفحه ی نمایش آن و برحسب اینچ بیان می کنند هر اینچ، طول بند انگشت شست یک انسان معمولی و تقریباً $۲/۵۴$ سانتی متر است. اگر طول صفحه ی نمایش یک تلویزیون ال سی دی ۴۰ اینچ، برابر با ۳۲ اینچ باشد، عرض آن چند اینچ است؟



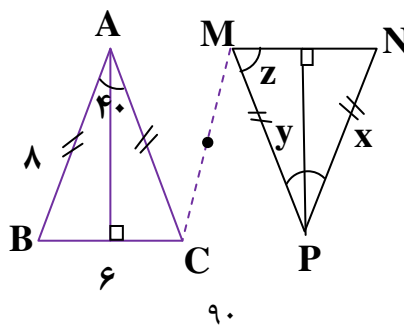
۹. پاره خطی به اندازه های زیر رسم کنید.

الف) $\sqrt{۸}$

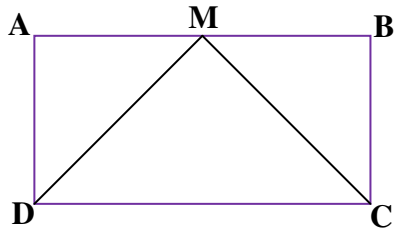
ب) $\sqrt{۱۳}$

۱۰. مثلث های متساوی الساقین زیر هم نهشت هستند. اندازه ی خط های مجهول را به دست آورید.

$$\hat{A} = ۴۰^\circ$$

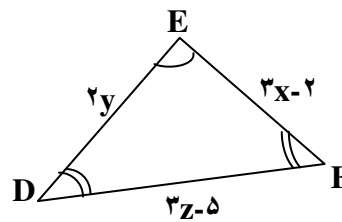
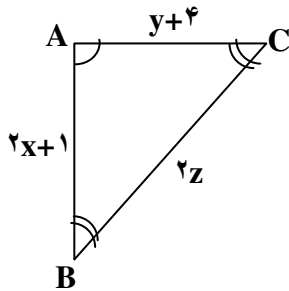


۱۱. چهارضلعی ABCD مستطیل است و نقطه M وسط $\overline{AB}$ است. ثابت کنید:

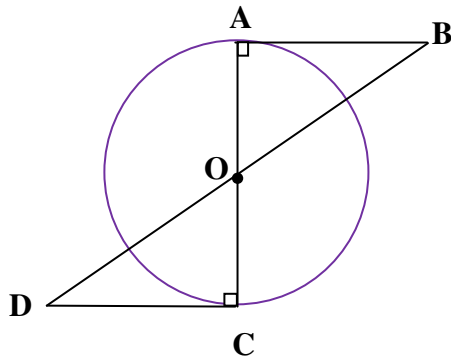


$$\triangle ADM \cong \triangle BCM$$

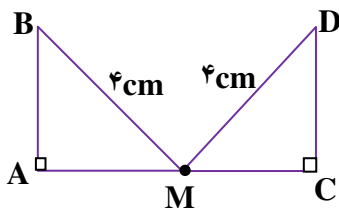
۱۲. مثلث های DEF, ABC هم نهشت هستند. با تشکیل معادله، اندازه ی ضلع های مثلث ها را به دست آورید.



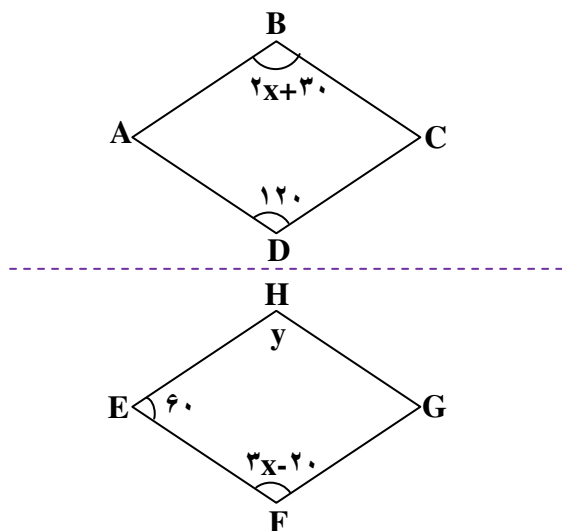
۱۳. در شکل زیر O مرکز دایره است. دلیل هم نهشتی دو مثلث OAB, OCD را بنویسید.



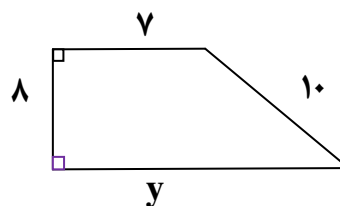
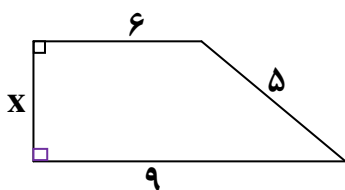
۱۴. نقطه M وسط $\overline{AC}$ است چرا $\triangle ABM \cong \triangle MCD$ ؟



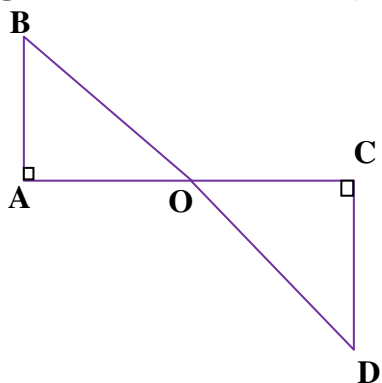
۱۵. چهارضلعی EFGH حاصل تقارن ABCD نسبت به خط افقی است. مقادیر x , y را به دست آورید.



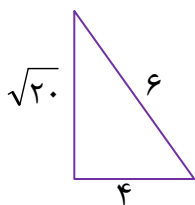
۱۶. در شکل های زیر مقدار x , y را به دست آورید.



۱۷. ریحانه می خواهد نشان دهد که دو مثلث OAB, OCD هم نهشت هستند. او را راهنمایی کنید. (O وسط $\overline{BD}$ است).

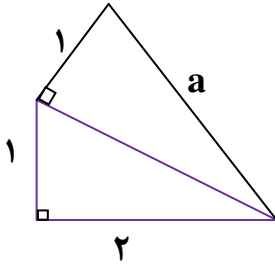


۱۸. مأموران آتش نشانی برای بالا رفتن از یک دیوار ۱۲ متری از یک نردبان به طول ۱۳ متر استفاده کردند. پای نردبان چند متر از دیوار فاصله داشته باشد تا انتهای نردبان روی لبه ی دیوار قرار گیرد؟



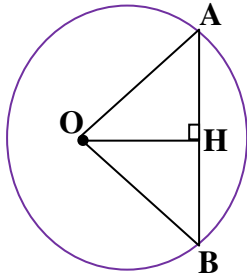
۱۹. آیا مثلث مقابل الزاویه است؟ چرا؟

۲۰. محیط شکل زیر را حساب کنید. (ابتدا مقدار a را به دست آورید).



۲۱. در شکل مقابل OH عمود منصف وتر AB می باشد :

الف) چرا $\triangle OAH \cong \triangle OHB$ ؟



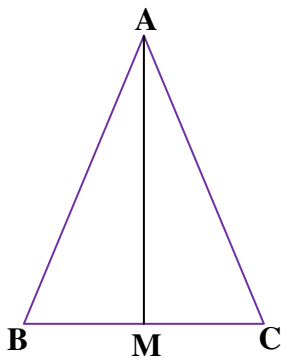
ب) تساوی های زیر را کامل کنید.

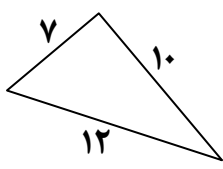
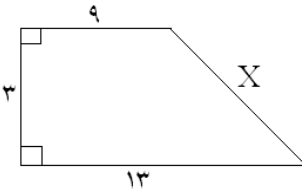
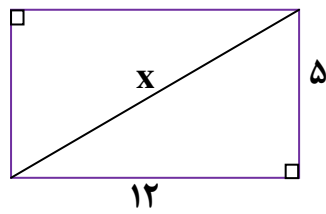
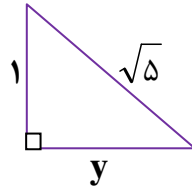
$$\overline{OA} = \dots\dots\dots$$

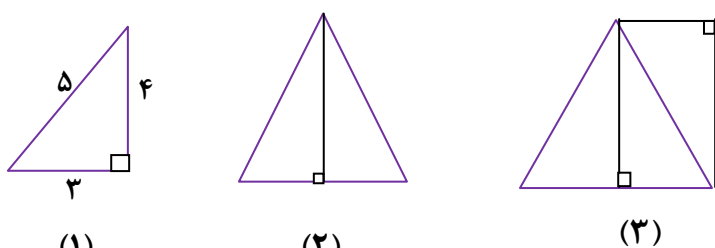
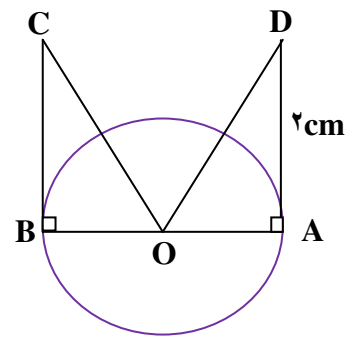
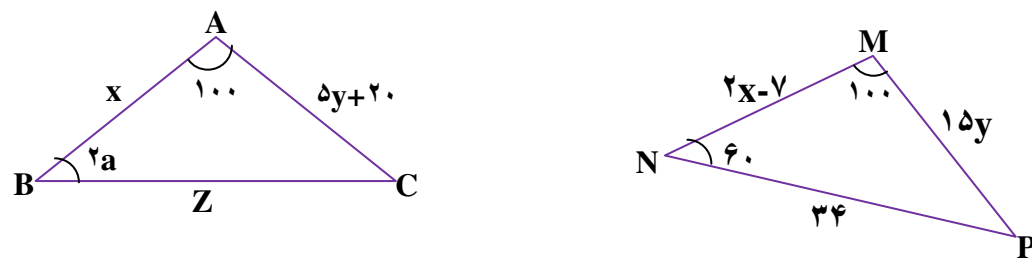
$$\hat{A} = \dots\dots\dots$$

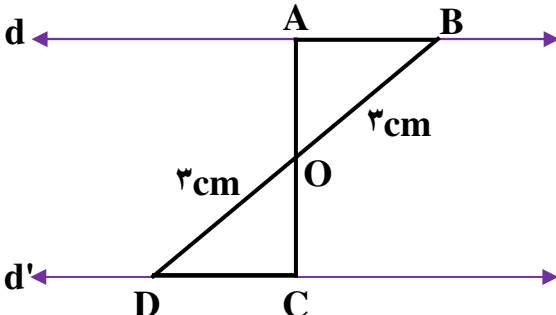
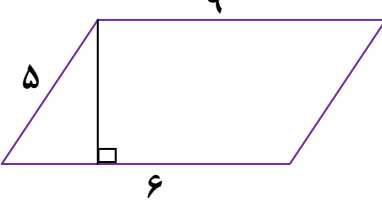
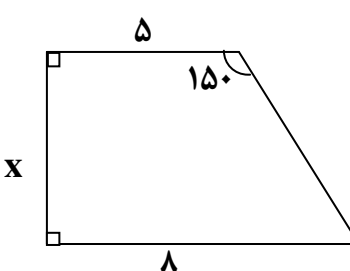
ج) مثلث OAB چه نوع مثلثی است؟

۲۲. مثلث ABC متساوی الساقین و AM میانه ی وارد بر ضلع BC است چرا دو مثلث AMC , ABM هم نهشتند؟



ردیف	آزمون فصل «۶» استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد	بارم
۱	جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید. (الف) رابطه ی فیثاغورس در مثلث به کار می رود. (ب) اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی بر شکل دیگر کاملاً منطبق کنیم، آن دو شکل هستند. (ج) اگر در مثلثی، مجذور یک ضلع با مجموع مجذوره‌های دو ضلع دیگر آن برابر شود، آن مثلث است. (د) اگر اندازه ی دو ضلع مثلث قائم الزاویه ای ۶ و ۸ باشد، وتر آن برابر است با	۲
۲	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط باشد، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. (ب) اگر ضلع های دو شکل با یکدیگر مساوی باشند، آن دو شکل حتماً هم نهشت هستند. (ج) یکی از حالت های هم نهشتی دو مثلث (زز) است. (د) دو مثلث متساوی الساقین همواره هم نهشت اند. (هـ) اعداد ۳ و ۴ و ۵ اعداد فیثاغورسی هستند. (و) قطر مربعی به ضلع ۴ سانتی متر برابر است با $\sqrt{۳۲}$.	۱/۵
۳	آیا مثلث زیر قائم الزاویه است؟ چرا؟ 	۱/۵
۴	با توجه به شکل مقابل مقدار X را حساب کنید. 	۱/۵
۵	در شکل های زیر اندازه های خواسته شده را بنویسید.  	۲/۵
۶	فرشید با چند تکه چوب یک دوزنقه متساوی الساقین درست کرد به طوری که هر ساق آن ۱۰ cm و قاعده‌های آن ۱۸ cm , ۱۰ cm است. برای ارتفاع این دوزنقه به چند سانتی متر چوب نیاز دارد؟	۱/۵

۷	پاره خطی به طول $\sqrt{17}$ رسم کنید. (روش رسم خود را توضیح دهید).	۱/۵
۸	الگوی زیر با مثلث های هم نهشت ساخته شده است. الف) شکل چهارم را رسم کنید. ب) محیط شکل دهم را حساب کنید.	۲
	 (۱) (۲) (۳)	
۹	الف) دلیل و حالت هم نهشتی دو مثلث زیر را بنویسید. (O مرکز دایره است).  } (→) $\triangle OBC$ $\triangle OAD$ ب) تساوی زیر را کامل کنید. $\hat{C} = \dots\dots\dots$	۱/۵
۱۰	دو مثلث زیر با تبدیل هندسی انتقال هم نهشت اند اندازه ی ضلع ها و زاویه های مثلث ها را به دست آورید.	۲
		

۱/۲۵	در شکل زیر دو خط d , d' موازی هستند دو مثلث ایجاد شده در چه حالتی هم نهشت اند؟ دلیل : $\left. \vphantom{\begin{matrix} \triangle OBC \\ \triangle OAD \end{matrix}} \right\} \rightarrow \triangle OBC \dots\dots\dots \triangle OAD$ 	۱۱
۱/۲۵	مساحت متوازی الاضلاع زیر را حساب کنید. 	۱۲
۱/۵	سؤال جایزه : مقدار x را در شکل زیر به دست آورید. 	۱۳



* ضرب عددهای توان دار :

الف) در ضرب عددهای توان دار اگر پایه ها مساوی باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را باهم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ب) در ضرب عددهای توان دار اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را درهم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

◀ مثال:

$$4^7 \times 4^3 = 4^{7+3} = 4^{10}, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times (0.5) = (0.5)^{5+1} = (0.5)^6$$

$$(-3)^{11} \times (-7)^{11} = (-3 \times -7)^{11} = 21^{11}, \quad \left(\frac{3}{6}\right)^{20} \times 8^{20} = \left(\frac{3}{4} \times 8\right)^{20} = 6^{20}$$

* به توان رساندن یک عدد توان دار : برای به توان رساندن یک عدد توان دار کافی است توان ها را درهم ضرب کنیم.

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

◀ مثال:

$$(5^7)^4 = 5^7 \times 5^7 \times 5^7 \times 5^7 = 5^{7 \times 4} = 5^{28}$$

تقسیم اعداد توان دار :

الف) تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی : در تقسیم عددهای توان دار، اگر پایه ها مساوی باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم. (توان اولی منهای توان دومی).

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

◀ مثال:

$$17^{50} \div 17^{20} = 17^{50-20} = 17^{30}$$

$$(-9)^{13} \div (-9) = (-9)^{13-1} = (-9)^{12}$$

ب) تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی : در تقسیم عددهای توان دار، اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را برهم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

◀ مثال:

$$18^7 \div 6^7 = \left(\frac{18}{6}\right)^7 = 3^7$$

$$(-20)^{11} \div (-5)^{11} = \left(\frac{-20}{-5}\right)^{11} = 4^{11}$$

نکات

۱) اگر بخواهیم یک عدد توان دار را بدون پرانتز به توان برسانیم، باید توان را به توان برسانیم و اجازه ی ضرب توان ها را نداریم. $(a^b)^c \neq a^{b^c}$

◀ مثال:

$$(7^5)^2 = 7^{5 \times 2} = 7^{10}, \quad 7^{5^2} = 7^{25}$$

۲) در جمع اعداد توان دار، اگر عددها مساوی باشند، ابتدا جمع را به ضرب تبدیل می کنیم، به این صورت که تعداد عددها را در یکی از آن ها ضرب می کنیم.

◀ مثال:

$$3^8 + 3^8 + 3^8 = 3 \times 3^8 = 3^9$$

۳) اگر پایه یا توان مساوی نداشتیم، با تجزیه به عامل های اول می توان پایه یا توان مساوی ایجاد کرد.

◀ مثال:

$$27 \times 9^4 = 3^3 \times (3^2)^4 = 3^3 \times 3^8 = 3^{11}$$

۴) در تقسیم با پایه های مساوی، اگر توان عدد اول از عدد دوم کوچک تر باشد، می توان حاصل را به صورت یک کسر نوشت.

$$7^9 \div 7^{17} = \frac{7^9}{7^{17}} = \frac{1}{7^8} = \left(\frac{1}{7}\right)^8$$

◀ مثال:

۵) در تقسیم پایه ها، اگر برهم بخش پذیر نبودند، حاصل را به صورت کسر می نویسیم.

$$3^{10} \div 4^{10} = \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$$

۶) برای ساده کردن کسرهای توان دار، ابتدا توان های مساوی یا پایه های مساوی را از هم جدا کرده، سپس حاصل هر کدام را به دست می آوریم.

$$\frac{3^{12} \times 2^7}{2^{11} \times 3^8} = \frac{3^{12}}{3^8} \times \frac{2^7}{2^{11}} = \frac{3^4}{1} \times \frac{1}{2^4} = \frac{3^4}{2^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

جذر تقریبی

جذر هر عدد مقداری مثبت است. ولی ریشه های یک عدد همواره دو مقدار قرینه ی هم هستند.

سؤال ۱) جذر عددهای زیر را بنویسید.

$$\sqrt{36} = 6, \quad \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}, \quad \sqrt{0.49} = 0.7$$

سؤال ۲) ریشه های عدد ۳۶ را مشخص کنید. ۶ و -۶

نکته: اعداد منفی جذر ندارند.

روش محاسبه جذر تقریبی یک عدد:

می خواهیم جذر تقریبی ۱۲ را حساب کنیم. مجذورهای کامل قبل و بعد از ۱۲ را تعیین می کنیم.

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$\downarrow$
۳

$\downarrow$
۴

یعنی $\sqrt{12}$ بین ۳ و ۴ قرار دارد. عدد وسط بین ۳ و ۴ عدد $3/5$ است.

مجذور $3/5$ می شود $12/25$ که از ۱۲ بیش تر است پس $\sqrt{12}$ از $3/5$ کوچک تر است. حال مجذور عددهای $3/4$ و $3/3$ و را بررسی می کنیم. عددی که مجذورش به ۱۲ نزدیک تر باشد، جواب است

عدد	۳	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴
مجذور	۹	۹/۶۱	۱۰/۲۴	۱۰/۸۹	۱۱/۵۶

 $\Rightarrow \sqrt{12} \approx 3/4$

اگر بخواهیم جذر ۱۲ را تا دو رقم اعشار حساب کنیم از عدد وسط $3/4$ و $3/5$ یعنی مجذور $3/45$ شروع کرده و مراحل را مانند قبل تکرار می کنیم. جذر ۱۲ از $3/45$ بزرگ تر است.
 $(3/45)^2 = 11/90$

عدد	۳/۴۶	۳/۴۷
مجذور	۱۱/۹۷	۱۲/۰۴

 $\Rightarrow \sqrt{12} \approx 3/46$

✱ نمایش اعداد رادیکالی روی محور:

الف) نقطه ی شروع را که عددی صحیح بوده و همراه عدد رادیکالی می آید، مشخص می کنیم.

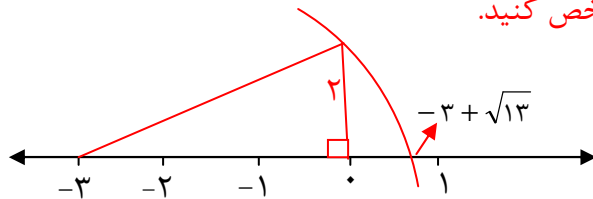
ب) جهت رسم مثلث قائم الزاویه را تعیین می کنیم. اگر علامت رادیکال مثبت بود، به سمت راست و اگر منفی بود به سمت چپ کمان می زنیم.

ج) دو عدد را پیدا کرده که مجموع مجذورهای آن ها با عدد زیر رادیکال برابر باشد.

د) دهانه ی پرگار را به اندازه ی وتر مثلث باز کرده و به مرکز نقطه شروع (عدد صحیح) قرار داده و کمان می زنیم.

هـ) محل برخورد کمان با محور، جای عدد خواسته شده است.

◀ مثال: جای عدد $-3 + \sqrt{13}$ را روی محور مشخص کنید.



الف) نقطه شروع -3

ب) جهت رسم مثلث +

ج) ضلع های مثلث ۲ و ۳

$$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

* خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها : جذر حاصل ضرب یا تقسیم دو عدد با حاصل ضرب یا تقسیم جذر هر یک از آن ها مساوی است.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

و

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

◀ مثال :

$$\sqrt{900} = \sqrt{9} \times \sqrt{100} = 3 \times 10 = 30$$

$$\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

نکته : جداسازی در جمع و تفریق درست نیست یعنی :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

◀ مثال :

$$\begin{cases} \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \\ \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3.6 \end{cases}$$

* محاسبه ی جذر یک عدد با ماشین حساب :

تایپ عدد $\longrightarrow$ دکمه $\sqrt{\quad}$

الف) ماشین حساب معمولی :

$\sqrt{\quad}$ دکمه $\longrightarrow$ تایپ عدد

ب) ماشین حساب مهندسی :

سؤالات امتحانی فصل ۷

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) نصف 2^{10} مساوی 2^5 می باشد.

(ب) حاصل $3^2 - 9$ برابر ۹ است.

(ج) حاصل $(3^4)^5$ برابر با 3^{20} می باشد.

(د) ۷ برابر 7^9 مساوی 7^{10} است.

(ه) یک به توان هر عدد طبیعی برسد، حاصل خود عدد می شود.

(و) حجم مکعبی به ضلع $3a$ برابر $27a$ می باشد.

(ز) عبارت 4^{x-3} را می توان به صورت $4^x \div 4^3$ نوشت.

(ح) حاصل $2^7 + 2^7$ می شود 2^{14} .

(ط) $(3+5)^2 = 3^2 + 5^2$

(ی) ۹ برابر 3^4 مساوی 27^4 می باشد.

(ص) حاصل عبارت $(5^4)^2$ با 5^{4^2} برابر است.

۲. عبارت های زیر را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

(۱) $(-1)^{30}$ مساوی با می باشد.

(۲) توان دوم هر عدد را آن عدد گویند.

(۳) توان سوم هر عدد را آن عدد گویند.

(۴) ثلث عدد 3^{21} برابر است.

(۵) حاصل 97^9 برابر می باشد.

(۶) هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر مساوی است.

(۷) حاصل عبارت $3^{10} + 3^{10} + 3^{10}$ به صورت توان دار برابر است با

(۸) ۴ برابر 2^3 به صورت توان دار برابر است با

۳. هر سؤال را به جواب درست وصل کنید.

سؤال	جواب
$a^m \div b^m = ?$	a^{m+1}
$2^{17} + 2^{17} = ?$	2^{34}
$? = \text{نصف } 2^{35}$	2^{18}
$(a^m)(\frac{1}{a}) = ?$	a^{m-1}
$a = ?$ برابر عدد a^m	$(\frac{a}{b})^m$

۴. درستی یا نادرستی تساوی ها و رابطه های زیر را با دلیل مشخص کنید.

$$(5^2)^3 = 5^6$$

$$9^5 = 3^{10}$$

$$(6^2)^{\cdot} = 6^2$$

$$12^7 \div 2^7 = 6^{\cdot}$$

۵. حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$(4^2)^3 =$$

$$125 \times 5^6 =$$

$$32 \times 16 =$$

$$4^3 \times 2^{17} \times 5^3 =$$

$$3^6 + 3^6 + 3^6 =$$

$$(-20)^9 \div 4^9 =$$

$$b^{12} \div (b^4)^2 =$$

$$\frac{24^{11} \div 2^{11}}{3^2 \times 4^2} =$$

$$6^{2^3} \times 7^8 =$$

$$8 \times 5^3 =$$

$$2^5 \times 10^7 \times 5^5 =$$

$$2^8 + 2^8 =$$

$$(-7)^{13} \times (-3)^{13} =$$

$$(30^8 \div 5^8) \times 6^3 =$$

$$5^7 \div 10^7 =$$

$$\frac{8^9 \div 2^9}{4^6} =$$

۶. مهدی می خواهد بداند $\frac{1}{9}$ عدد 27^6 چند است؟ او را راهنمایی کنید.

۷. محدثه می گوید اگر $3^x = 4$ باشد آن گاه حاصل 3^{x+1} می شود ۱۲ درستی پاسخ محدثه را بررسی کنید.

۸. مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $a=3$, $b=-4$ به دست آورید.

$$b^2 + a^3 =$$

۹. گزینه ی درست را با علامت مشخص کنید.

الف) عدد $\sqrt{66}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

(۴) ۶۵ و ۶۷

(۳) ۶۴ و ۸۱

(۲) ۷ و ۸

(۱) ۸ و ۹

ب) عدد $\sqrt{97}$ به کدام عدد نزدیک تر است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

ج) حاصل $\sqrt{80} \div \sqrt{5}$ برابر است با :

۱۶ (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) ۲۰ (۳) ۴ (۴)

د) حاصل عبارت $\sqrt{16+9}$ برابر است با :

۵ (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۷ (۳) $\sqrt{7}$ (۴)

۱۰. حاصل جذرهای دقیق زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\frac{64}{9}} =$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{25} =$$

$$\sqrt{-1+7+3} =$$

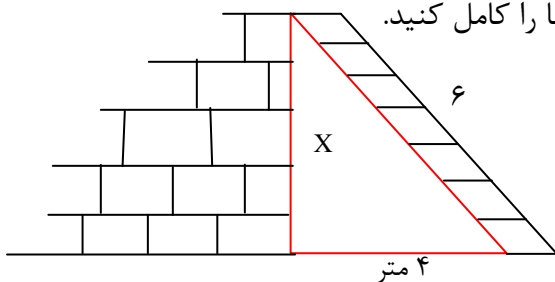
$$\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}} =$$

$$\sqrt{\sqrt{16}} + \sqrt{1/44} =$$

$$\sqrt{9+16} - \sqrt{25} =$$

۱۱. مساحت مربعی $\sqrt{89}$ می باشد. اندازه ی ضلع مربع را به صورت تقریبی تا یک رقم اعشار به دست آورید.

۱۲. نیما به فاصله ی ۴ متری یک دیوار نردبانی به طول ۶ متر را طوری قرار داد که انتهای نردبان درست روی لبه ی دیوار قرار گرفت. سپس تصمیم گرفت که به کمک رابطه فیثاغورس ارتفاع دیوار را تا یک رقم اعشار حساب نماید. اما با شنیدن صدای اذان دست از کار کشید و جواب را نیمه تمام گذاشت و خود را برای اقامه نماز آماده کرد. لطفاً جواب نیما را کامل کنید.



$$6^2 = X^2 + 4^2$$

۱۳. قالیچه ی اتاق نادیا ۳×۲ متر می باشد. مقدار تقریبی قطر قالیچه را به دست آورید. (تا یک رقم اعشار)

۱۴. مقدار تقریبی $\sqrt{59}$ را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

عدد	
مجدور	
عدد	
مجدور	

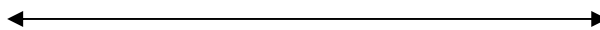
۱۵. جذر عدد ۱۸ را تا ۲ رقم اعشار حساب کنید.

۱۶. جای نقطه های زیر را به طور تقریبی روی محور اعداد مشخص کنید.

$$A = \sqrt{10}$$



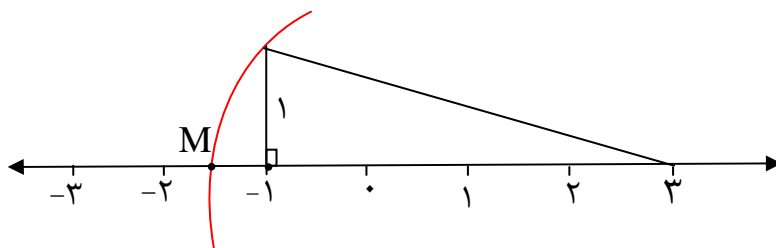
$$B = -2 + \sqrt{17}$$



$$C = 3 - \sqrt{8}$$



۱۷. در شکل زیر M چه عددی را نشان می دهد.



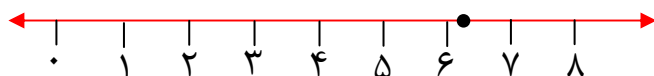
۱۸. نقطه‌ی مشخص شده به کدام عدد نزدیک تر است؟

$$\sqrt{39} \cong$$

$$\sqrt{26} \cong$$

$$\sqrt{34} \cong$$

$$\sqrt{81} \cong$$



۱۹. بین دو عدد $\sqrt{28}$, $\sqrt{7}$ چند عدد طبیعی وجود دارد. آن ها را بنویسید.

۲۰. کامل کنید.

الف) عدد $\sqrt{57}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ب) عدد $-2 + \sqrt{75}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ج) نزدیک ترین عدد طبیعی به $\sqrt{227}$ عدد است.

۲۱. برای پر کردن استخری از شیر آب هوشمندی استفاده می کنیم. از این شیر آب در هر ۵ دقیقه دو برابر مقدار اولیه آب خارج می شود یعنی در ۵ دقیقه ی اول ۲ لیتر، در ۵ دقیقه دوم ۴ ، در ۵ دقیقه سوم ۸ و در ۵ دقیقه چهارم ۱۶ و همین طور ادامه می یابد و بعد از ۲ ساعت استخر پر می شود.

الف) ظرفیت استخر چند لیتر است؟

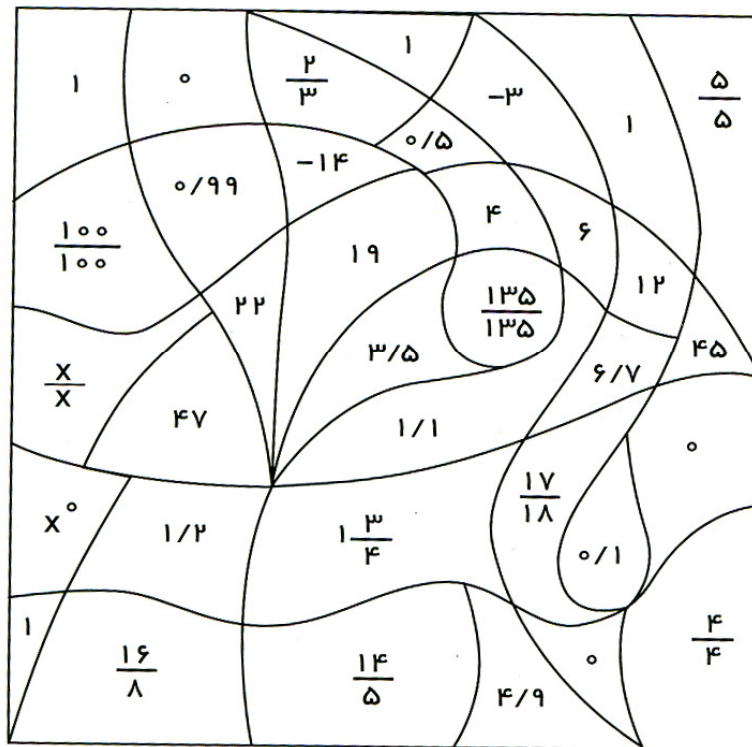
ب) نصف استخر چند لیتر است؟

۲۲. مجموع اعداد واقع بر هر سطر، هر ستون و نیز هر قطر مربع باهم برابرند. (مربع وقتی یا مربع جادویی) جاهای خالی را با چه اعدادی می توان کامل کرد؟

	$\sqrt{81}$	$3^0 + 1$
$2^2 - 1$		$5^1 + \sqrt{4}$
$\sqrt{9} + 5$	7^0	

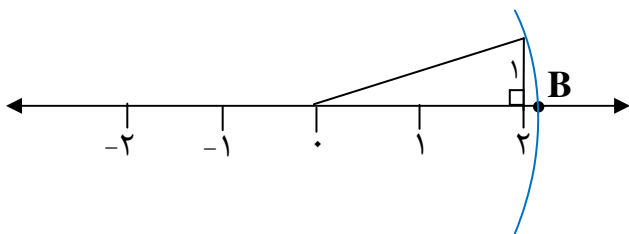
دست ورزی

در شکل زیر اعدادی را که مربع و مکعب آنها برابر است، سیاه کنید و اعدادی را که مربع آنها بزرگتر است، قرمز کنید.



آزمون فصل هفتم

ردیف	سئوالات (استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد)	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) حاصل $m^y \div m$ برابر m^{y-1} است. (y,m طبیعی اند) ب) $\sqrt{79}$ بین دو عدد ۷۸ و ۸۰ قرار دارد. ج) تساوی $\sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$ برقرار است. د) ۵ برابر عدد 25^3 می شود 5^7.	۱
۲	جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب پر کنید. الف) جذر هر عدد کوچک تر از واحد از خودش است. ب) عدد $\sqrt{19}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد. ج) حاصل $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ مساوی می باشد. د) ربع عدد 4^{15} مساوی است. هـ) حاصل $(7^3)^6$ برابر می باشد.	۱/۵
۳	گزینه ی مناسب را علامت بزنید. الف) ۲۷ برابر عدد 3^4 کدام است؟ (۱) 3^8 (۲) 3^7 (۳) 81^4 (۴) 9^4 ب) اگر $5^b = 100$ باشد حاصل 5^{b-2} چند است؟ (۱) ۴ (۲) 5^{18} (۳) 5^{50} (۴) ۱۰ ج) عدد $\sqrt{51}$ به کدام عدد نزدیک تر است؟ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶ د) کدام یک از اعداد زیر بین $\sqrt{30}$ و $\sqrt{9}$ قرار دارد؟ (۱) ۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۵	۱
۴	جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. $(3^7)^5 = 3^{\bigcirc}$ $8 \times 2^3 = 2^{\bigcirc}$ $10^5 \div 10^{\bigcirc} = 10^3$ $\frac{7^6}{7^8} = \frac{1}{\bigcirc}$	۲

۲	۵	حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید. $(-3)^7 \times (-20)^7 \times 45^7 =$ $2^{15} + 2^{15} + 2^{15} + 2^{15} =$ $(1/5)^{10} \div (\frac{15}{10})^6 =$ $\frac{(-42)^{13} \div (-7)^{13}}{6^2} =$				
۱/۵	۶	الف) ۷ برابر 7^{20} را به صورت عددی توان دار بنویسید. ب) ثلث عدد 3^{11} را به صورت توان دار بنویسید.				
۱	۷	نقطه B چه عددی را نشان می‌دهد؟ (با راه حل) 				
۱	۸	یک محور رسم کنید و عددهای $\sqrt{24}$ و $-\sqrt{10}$ را به صورت تقریبی روی آن نشان دهید.				
۱/۵	۹	مقدار $\sqrt{67}$ را تا یک رقم اعشار محاسبه کنید. <table border="1" data-bbox="229 1285 644 1420"><tr><td>عدد</td><td></td></tr><tr><td>مجذور</td><td></td></tr></table>	عدد		مجذور	
عدد						
مجذور						
۱/۵	۱۰	مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $a=1$, $b=-5$, $c=4$ به دست آورید. $\sqrt{b^2 - 4ac} =$				
۲	۱۱	حاصل عبارات زیر را به دست آورید. $\sqrt{9 \times 16 \times 36} =$ $\sqrt{\frac{64}{100}} =$ $\sqrt{\sqrt{81}} =$ $\sqrt{36 + 64} =$				
۱	۱۲	عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. 254° , $\sqrt{57}$, $-\sqrt{9}$, $\sqrt{2^4}$				

۱ ۰/۵	الف) حاصل عبارت زیر را به صورت توان دار بنویسید. $(a^2b)^5 \times (ab^3)^4 =$ ب) دو عدد طبیعی بین $\sqrt{6}$ و $\sqrt{18}$ پیدا کنید.	۱۳				
۱/۵	جذر عدد ۷۳ را تا ۲ رقم اعشار حساب کنید. <table><tr><td>عدد</td><td></td></tr><tr><td>مجدور</td><td></td></tr></table>	عدد		مجدور		۱۴
عدد						
مجدور						
۱	سؤال جایزه : حاصل جمع های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید. $2^5 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + + 2^{50} =$	۱۵				

فصل ۸ آمار و احتمال

***علم آمار :** علم جمع آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده ها) است.

***داده :** اطلاعات عددی به دست آمده را داده گویند.

***انواع نمودار :**

الف) نمودار ستونی : برای مقایسه تعداد و پیدا کردن بیشترین و کمترین داده.

ب) نمودار خط شکسته : برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص کاربرد دارد.

ج) نمودار تصویری : برای مقایسه ی داده های تقریبی بکار می رود.

د) نمودار دایره ای : برای نشان دادن نسبت داده ها به کل و سهم هر بخش استفاده می شود.

***دسته بندی داده ها :**

◀ **مثال :** نمره های درس ریاضی یک کلاس ۱۶ نفره به شرح زیر می باشد. جدول داده های آماری آن را در چهار دسته تنظیم کنید.

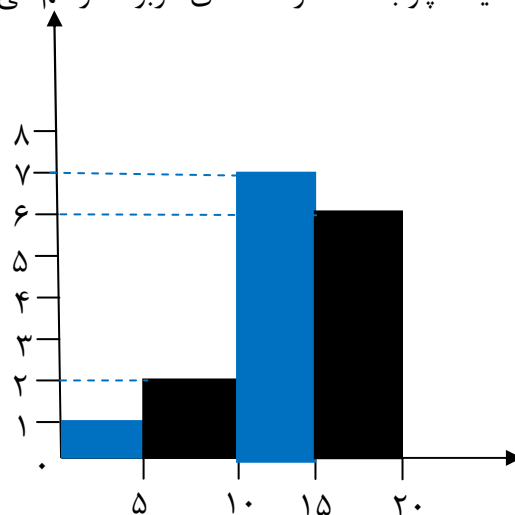
۹ و ۱۱ و ۲۰ و ۱۲/۵ و ۱۸ و ۱۳ و ۱۴/۵ و ۱۶ و ۲۰ و ۸ و ۲ و ۱۴ و ۱۷ و ۱۰/۵ و ۱۹ و ۱۲

ابتدا دامنه ی تغییرات را مشخص می کنیم. **فاصله ی بین بیشترین و کمترین داده های هر مسئله**

آماری را دامنه ی تغییرات می گوییم. در این مثال دامنه ی تغییرات $20 - 2 = 18$ می باشد. به ازای

هر عدد یک چوب خط در دسته ی مربوطه رسم می کنیم.

فرآوانی	خط نشان	حدود دسته ها
۱	/	$0 \leq x < 5$
۲	//	$5 \leq x < 10$
۷	/// //	$10 \leq x < 15$
۶	/// /	$15 \leq x \leq 20$
۲۰	-	جمع



***میانگین داده ها :** میانگین داده های آماری از تقسیم مجموع آن ها بر تعدادشان به دست

می آید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} \quad \text{یا} \quad \bar{x} = \frac{S}{n} \quad \text{به صورت جبری}$$

◀ **مثال:** میانگین اعداد ۱۷ و ۲۰ و ۱۲ و ۱۱ را به دست آورید.

$$\text{میانگین} = \frac{۱۱+۱۲+۲۰+۱۷}{۴} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵$$

* اگر تعداد داده های آماری زیاد باشد، از دستور زیر میانگین را محاسبه می کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع ستون (مرکز دسته} \times \text{فراوانی)}}{\text{مجموع ستون فراوانی}}$$

◀ **مثال:** میانگین اعداد زیر را به دست آورید.

۹ و ۱۱ و ۲۰ و ۱۸ و ۱۲/۵ و ۱۶ و ۱۴/۵ و ۱۳ و ۲۰ و ۸ و ۲ و ۱۹ و ۱۲ و ۱۰/۵ و ۱۴ و ۱۷

نکته:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{\text{انتهای دسته} + \text{ابتدای دسته}}{۲}$$

مرکز × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته
۲/۵	۲/۵	۱	/	$۰ \leq x < ۵$
۱۵	۷/۵	۲	//	$۵ \leq x < ۱۰$
۸۷/۵	۱۲/۵	۷	/// //	$۱۰ \leq x < ۱۵$
۱۰۵	۱۷/۵	۶	/// /	$۱۵ \leq x \leq ۲۰$
۲۱۰	-	۱۶	-	جمع
$\text{میانگین} = \frac{۲۱۰}{۱۶} \cong ۱۳/۱$				

◀ **مثال:** میانگین نمرات نادیا در سه درس ریاضی، علوم و عربی ۱۸ است. اگر نمرات ریاضی و علوم او ۱۷ و ۱۹ باشند، نمره ی عربی او چند است؟

مجموع سه درس: $۳ \times ۱۸ = ۵۴$

مجموع نمرات ریاضی و علوم: $۱۷ + ۱۹ = ۳۶$

نمره ی عربی: $۵۴ - ۳۶ = ۱۸$

* **احتمال یا اندازه گیری شانس:** در ریاضی احتمال اتفاق افتادن هر پیشامد از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}}$$

◀ **مثال ۱:** یک تاس را پرتاب می کنیم. احتمال این که فرد بیاید چه قدر است؟

(۵ و ۳ و ۱) ، $۳ =$ تعداد حالت های مطلوب

(۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱) ، $۶ =$ همه ی حالت ها

$$\text{احتمال فرد آمدن} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

◀ **مثال ۲:** در یک کیسه ۴ مهره ی آبی، ۵ مهره ی قرمز و ۶ مهره ی سفید وجود دارد. یک مهره به تصادف خارج کرده ایم. احتمال این که قرمز بیاید چه قدر است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد حالت مطلوب} = 5 \quad (5 \text{ مهره قرمز}) \\ \text{همه ی حالت ها} = 15 \quad (6+5+4=15) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال قرمز} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

نکته ۱): اگر پیشامدی به هیچ وجه رخ ندهد، احتمال آن صفر است. مثال: احتمال رخ دادن عددی دو رقمی در پرتاب تاس مساوی صفر است.

نکته ۲): اگر پیشامدی به طور قطع رخ دهد، احتمال آن مساوی صفر است.

◀ **مثال:** احتمال این که از داخل کیسه ای حاوی ۷ مهره ی قرمز، مهره ای قرمز خارج شود مساوی یک است.

نکته ۳): در ریاضی احتمال رخ دادن هر پیشامد، یک، صفر، یا عددی بین صفر و یک است.

نکته ۴): مجموع احتمال های ممکن در یک مسئله مساوی یک است.

نکته ۵): به کمک مجموع احتمال ها، می توان احتمال رخ ندادن پیشامدها را محاسبه کرد:

احتمال رخ دادن - ۱ = احتمال رخ ندادن

◀ **مثال:** احتمال برخورد یک دارت به یک هدف $\frac{3}{10}$ می باشد. احتمال برخورد نکردن دارت به

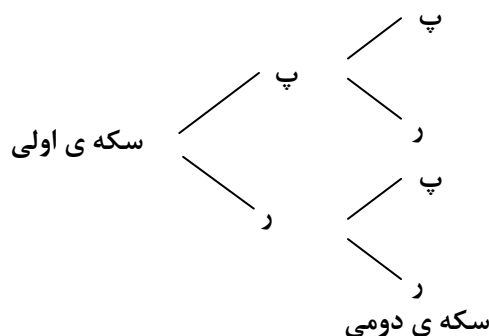
هدف چه قدر است؟

$$\text{احتمال برخورد نکردن} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

حالت های ممکن در یک پیشامد: برای به دست آوردن کل حالت های ممکن می توان از جدول نظام دار یا نمودار درختی استفاده کرد.

◀ **مثال:** دو سکه را باهم پرتاب کرده ایم. تمام حالت های ممکن را بنویسید.

سکه ی اولی	(پشت)	(رو)	(پشت)	(رو)
سکه ی دومی	(پشت)	(پشت)	(رو)	(رو)



سؤالات فصل ۸

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- (الف) عدد ۱۰ مربوط به دسته ی $5 \leq x < 10$ می باشد.
 (ب) طول دسته ی $145 \leq x < 160$ مساوی ۱۵ است.
 (ج) دامنه ی تغییرات داده های ۱۵ و ۴ و ۸- و ۹ برابر ۲۳ است.
 (د) اگر /// نمایش چوب خط یک دسته باشد، آن گاه فراوانی این دسته ۶ است.
 (هـ) مرکز دسته ی $10 \leq x < 16$ برابر با ۱۳ است.
 (و) فاصله ی بین هر دو مرکز دسته های متوالی، همان طول دسته است.
 (ز) نمودار تصویری برای مقایسه ی تعداد به کار می رود.

۲. عبارت های زیر را کامل کنید.

- (الف) برای مقایسه ی داده های تقریبی از نمودار استفاده می کنیم.
 (ب) علم جمع آوری و سازماندهی و تفسیر داده ها را علم گویند.
 (ج) اگر دامنه ی تغییرات را بر تعداد دسته ها تقسیم کنیم، به دست می آید.
 (د) برای نشان دادن تعداد داده ها نسبت به کل از نمودار استفاده می کنیم.
 (هـ) تعداد داده های موجود در یک دسته را آن دسته گویند.
 (و) مجموع داده ها برابر است با حاصل ضرب تعداد داده ها در آن ها.
 (ز) مرکز دسته ی $4 \leq x < 10$ برابر با است.
 (ح) میانگین اعداد ۲۵ و ۸ و ۱۵ برابر است با

۳. گزینه ی مناسب را علامت بزنید.

(الف) دامنه ی تغییرات داده های ۱۰ و ۳ و ۷ و ۲- و ۷- و ۱- برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۷

(ب) عدد ۶ مربوط به کدام یک از دسته های زیر است؟

- (۱) $4 \leq x < 6$ (۲) $5 \leq x \leq 8$ (۳) $7 < x \leq 9$ (۴) $0 \leq x < 5$

(ج) میانگین ۸ درس حسین برابر ۱۹ است. اگر ۲ نمره به یکی از درس های حسین اضافه کنیم،

معدل جدید او برابر است با :

- (۱) ۱۹/۲ (۲) ۱۹/۵ (۳) ۱۹/۰۵ (۴) ۱۹/۲۵

(د) میانگین ۴ داده برابر ۱۲ است. اگر دو داده ی ۷ و ۵ به آن ها اضافه شود، میانگین جدید چند

است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

(هـ) مجموع نمرات ۵ درس شینا ۹۰ شده است. معدل نمرات شینا برابر است با :

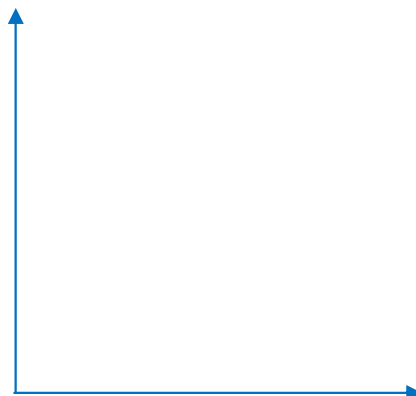
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۸/۵

۴. میانگین اعداد ۱۵ و ۱۲/۵ و ۱۳ و ۷/۵ را حساب کنید.

۵. الف) جدول زیر را کامل کنید.

ب) نمودار ستونی مربوط به جدول را رسم کنید.

حدود دسته ها	خط نشان	فراوانی
$130 \leq x < 140$	///	۳
$140 \leq x < 150$	////	
$\leq x <$		۵
		۲
$170 \leq x \leq 180$	//// /	



۶. با توجه به جدول داده ها میانگین را به دست آورید.

دسته	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته $\times$ فراوانی
$6 \leq x < 12$	۶		
$12 \leq x < 18$	۱۵		
$18 \leq x < 24$	۱۲		
جمع		-	

۷. میانگین نمرات الهام در سه درس ریاضی، عربی، ادبیات ۱۸ شده است. اگر نمرات ریاضی و عربی او به ترتیب ۱۷ و ۱۹ باشد، نمره ی ادبیات او چند است؟

۸. جدول آماری زیر را کامل کنید.

حدود دسته	خط نشان	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته $\times$ فراوانی
$6 \leq x < 14$	//// //			
$14 \leq x \leq 22$				۷۲

۹. معدل نمرات نیما در ۸ درس ۱۸ شده است. اگر پس از اعتراض ۱/۵ نمره به درس ریاضی و ۰/۵ نمره به درس علوم او اضافه شود، میانگین جدید چه قدر است؟

۱۰. میانگین ۴ عدد ۲۹ و میانگین ۶ عدد ۳۳ می باشد. میانگین کل عددها چه قدر است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع ۴ عدد} = \dots\dots\dots \\ \text{مجموع ۶ عدد} = \dots\dots\dots \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع کل} = \dots\dots\dots \Rightarrow \text{میانگین کل} = \dots\dots\dots$$

۱۱. میانگین اعداد زیر را حساب کنید.

$$-۶ \text{ و } ۱۵ \text{ و } ۹ \text{ و } ۲۴$$

۱۲. یک سکه را پرتاب کرده ایم، احتمال این که «رو» بیاید چه قدر است؟

۱۳. یک تاس را پرتاب کرده ایم هر یک از احتمال‌های زیر را حساب کنید.

الف) ۵ بیاید.

ب) فرد بیاید.

ج) عدد اول بیاید.

د) عددی کم‌تر از ۷ بیاید.

۱۴. در پرتاب یک تاس احتمال آمدن ۴ مساوی $\frac{1}{6}$ می‌باشد احتمال نیامدن ۴ چه قدر است؟

۱۵. از درون کیسه‌ای حاوی ۴ مهره‌ی سیاه، ۸ مهره‌ی سبز و ۵ مهره‌ی سفید، یک مهره به تصادف انتخاب کرده ایم، هر یک از احتمال‌های زیر را حساب کنید. (مهره‌ها یکسان هستند).

الف) احتمال این که مهره سیاه باشد.

ب) احتمال این که مهره‌ی سبز باشد.

ج) احتمال این که مهره سفید باشد.

د) مجموع همه‌ی احتمال‌ها را حساب کنید.

۱۶. فاطمه ۲۰ عدد مهره را که به هر کدام شماره‌ای اختصاص داده (از ۱ تا ۲۰) درون کیسه‌ای می‌ریزد. دوستش زهرا به تصادف یک مهره خارج می‌کند. هر یک از احتمال‌های زیر را حساب کنید.

الف) عدد اول بیاید.

ب) مضرب ۷ بیاید.

ج) شمارنده‌های ۱۵ بیاید.

۱۷. دو تاس را باهم پرتاب کرده ایم.

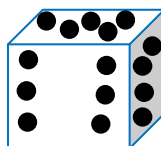
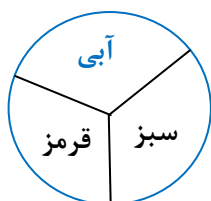
الف) کل حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب) احتمال این که عددها مثل هم بیایند چه قدر است؟

۱۸. دو سکه باهم پرتاب می کنیم. احتمال این که حداقل یکی از آن ها پشت بیاید، چه قدر است؟

۱۹. عقربه ی چرخنده ی مقابل را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم. جدول زیر را کامل کرده و تعداد کل حالت ها را به دست آورید.

تاس \ چرخنده	۱	۲	۳	۴	۵	۶
سبز						
آبی						
قرمز						



۲۰. معلم می خواهد از بین دانش آموزان به طور تصادفی ۸ نفر را برای مسابقات ورزشی انتخاب کند اگر تعداد دانش آموزان ۲۴ نفر باشد، احتمال انتخاب هر دانش آموز چه قدر است؟

۲۱. سیما ۳ جفت کفش و ۵ جفت جوراب دارد. به چند طریق می تواند یک جفت جوراب و یک جفت کفش بپوشد؟

جدول سودوکو

هدف



شما با حل این سودوکو با مفهوم احتمال و روش محاسبه‌ی احتمال وقوع یک پیشآمد آشنا شده و می‌توانید آن را در حل مسائل بکار ببرید.

دست ورزی

۲	۰			$\frac{1}{3}$			۸	
$\frac{1}{4}$		۶		$\frac{1}{6}$		۰		۲
$\frac{1}{5}$		۴	۶	۲	۰	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
۶		۲	۸	۴	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	۰	
$\frac{1}{3}$	۴	۰		۶		$\frac{1}{4}$	۲	۸
۸	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	۲	۰		۴		۶
	۲	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$		۶	۸		$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{5}$		۸		۲		۰
۴	۶		۰	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

با استفاده از اعداد ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{6}$ جدول سودوکو را کامل کنید به نحوی که در هر سطر و هر ستون و هر یک از خانه‌های 3×3 جدول، اعداد فوق بدون تکرار قرار گیرند. سپس سه عدد به دست آمده برای هر یک از سطرها افقی خانه‌های 3×3 را در نظر بگیرید و عدد وسطی را کنار بگذارید. در چند حالت، عدد سمت چپ، می‌تواند شماره‌ی به دست آمده از پرتاب یک تاس و عدد سمت راست احتمال آمدن آن عدد در این پرتاب باشد؟

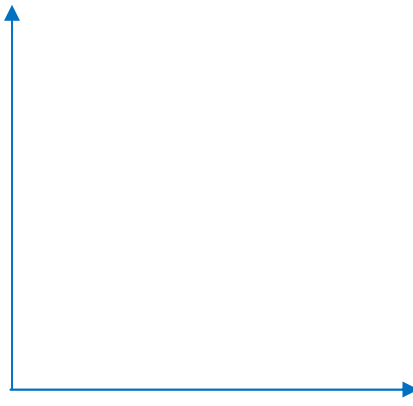
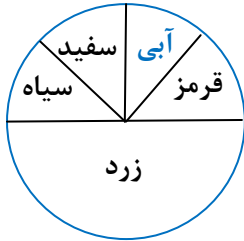
حال سه عدد به دست آمده برای هر یک از ستون‌های عمودی خانه‌های 3×3 را در نظر بگیرید. اگر دو عدد نخست، از بالا، شماره‌های اعداد روی تاس باشند، در کدام یک از سه تایی‌ها، عدد پایینی احتمال آمدن یکی از آن‌ها در پرتاب آن تاس خواهد بود؟ (تاس ۶ وجه دارد و روی هر یک از وجوه، یکی از اعداد ۱ تا ۶ نوشته می‌شود).

خودارزیابی



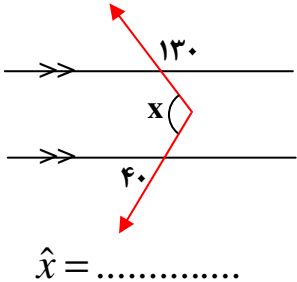
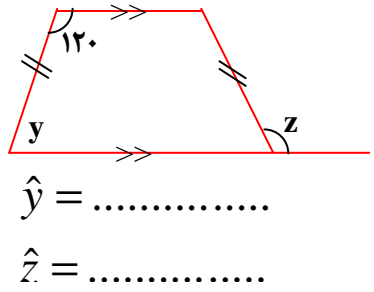
۱. کامل کردن جدول دقیقه
۲. حل مسئله‌ی ریاضی دقیقه
۳. تا چه حد از نتیجه‌ی کارتان راضی هستید؟
☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

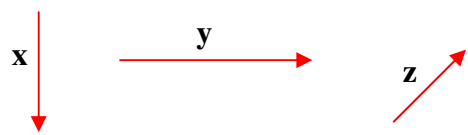
ردیف	آزمون فصل ۸ (استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد)	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) میانگین داده ها ممکن است یکی از داده ها باشد. ب) اگر احتمال رخ دادن اتفاقی $\frac{2}{5}$ باشد، احتمال رخ ندادن آن $\frac{3}{5}$ است. ج) احتمال پشت آمدن یک سکه همیشه $0/5$ است. د) داده ی ۸ در دسته ی $4 \leq x < 8$ قرار دارد.	۱
۲	کامل کنید. الف) مجموع همه ی احتمال ها در یک اتفاق برابر با..... است. ب) احتمال وقوع هر اتفاق عددی از تا می باشد. ج) دامنه ی تغییرات داده های ۵ و ۳- و ۶- برابر با است. د) علم جمع آوری، سازماندهی و تفسیر داده ها را گویند. ه) تعداد ۷ عدد چوب خط را به صورت نشان می دهیم.	۱/۵
۳	گزینه ی مناسب را علامت بزنید. الف) اگر تمام داده ها را ۲ برابر کنیم، میانگین جدید چند برابر می شود؟ 	

۶	میانگین اعداد زیر را حساب کنید. ۱۸ و ۲۰ و ۱۹/۵ و ۱۷/۵ و ۱۵	۱												
۷	میانگین نمرات ۸ درس صادق ۱۷ می باشد. اگر دو درس دیگر با نمرات ۱۹ و ۲۰ به آن ها اضافه شود، میانگین جدید را به دست آورید.	۱/۵												
۸	نمودار ستونی (بلوکی) جدول زیر را رسم کنید. (ابتدا جدول را کامل کنید). <table border="1" data-bbox="194 537 778 766"> <thead> <tr> <th>فرآوانی</th><th>خط نشان</th><th>حدود دسته ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۴</td><td></td><td>$0 \leq x < 5$</td></tr> <tr> <td></td><td>///</td><td>$5 \leq x < 10$</td></tr> <tr> <td>۶</td><td></td><td>$10 \leq x \leq 15$</td></tr> </tbody> </table> 	فرآوانی	خط نشان	حدود دسته ها	۴		$0 \leq x < 5$		///	$5 \leq x < 10$	۶		$10 \leq x \leq 15$	۲
فرآوانی	خط نشان	حدود دسته ها												
۴		$0 \leq x < 5$												
	///	$5 \leq x < 10$												
۶		$10 \leq x \leq 15$												
۹	یک تاس را پرتاب کرده ایم. احتمال های خواسته شده را بنویسید. الف) ۵ بیاید. ب) زوج نیاید. ج) عددی اول بیاید. د) نه اول و نه مرکب بیاید.	۲												
۱۰	از داخل کیسه ای حاوی ۷ مهره ی سبز، ۹ مهره ی آبی و ۴ مهره سیاه، یک مهره را به تصادف خارج کرده ایم. احتمال های خواسته شده را بنویسید. (مهره ها یکسان هستند) الف) مهره سیاه باشد. ب) مهره سبز یا آبی باشد. ج) مهره سبز نباشد.	۱/۵												
۱۱	چرخنده ی مقابل را به حرکت درآورده ایم. احتمال های خواسته شده را بنویسید. الف) روی زرد بایستد. ب) روی آبی یا سفید بایستد. ج) روی قرمز یا سیاه یا زرد بایستد.	۱/۵												
														
۱۲	الف) یک تاس و یک سکه باهم پرتاب کرده ایم. چند حالت اتفاق می افتد؟ (نمودار درختی) ب) احتمال این که تاس «زوج» و سکه «پشت» بیاید چند است؟	۲/۵												

۱	۱۳ برای پیشامد زیر یک مثال مناسب بنویسید. پیشامدی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.
۱/۵	۱۴ سؤال جایزه: میانگین سن بازیکنان یک تیم ورزشی ۱۴ سال است. اگر میانگین سن بازیکنان و مربی ۲۷ ساله ی آن ها، ۱۵ سال باشد این تیم چند بازیکن دارد؟

ردیف	آزمون پیش نوبت دوم - استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد.	بارم														
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (الف) معکوس عدد صفر مساوی صفر است. (ب) عدد $\sqrt{59}$ بین دو عدد صحیح ۷ و ۸ است. (ج) شش ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد. (د) مجموع زاویه های خارجی هر ۵ ضلعی ۵۴۰ درجه است.	۱														
۲	گزینه درست را انتخاب کنید. (الف) قرینه ی معکوس $2\frac{3}{4}$ - برابر است با : (۱) $2\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{11}{4}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{4}{11}$ (ب) کدام یک از حالت های زیر جزء حالت های هم نهشتی دو مثلث نیست؟ (۱) (ز ض ز) (۲) (ض ز ض) (۳) (و-ز) (۴) (ز ز ز) (ج) در پرتاب یک سکه و یک تاس چند حالت وجود دارد؟ (۱) ۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴ (۴) ۱۲ (د) جمله ی n ام الگوی و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱ کدام گزینه است؟ (۱) $n+n$ (۲) n^2 (۳) n^3 (۴) $2n$	۱														
۳	جمله های سمت راست را به عبارت صحیح در سمت چپ وصل کنید. (دو جواب اضافه است). <table><tr><th>سمت راست</th><th>سمت چپ</th></tr><tr><td>بزرگترین عدد اول دو رقمی</td><td>۹</td></tr><tr><td>تعداد محور تقارن های ۹ ضلعی منتظم</td><td>۹۹</td></tr><tr><td>حاصل $\sqrt{16+9}$</td><td>۹۷</td></tr><tr><td>حاصل $(-6)^2$</td><td>۳۶</td></tr><tr><td></td><td>۵</td></tr><tr><td></td><td>۱۳</td></tr></table>	سمت راست	سمت چپ	بزرگترین عدد اول دو رقمی	۹	تعداد محور تقارن های ۹ ضلعی منتظم	۹۹	حاصل $\sqrt{16+9}$	۹۷	حاصل $(-6)^2$	۳۶		۵		۱۳	۱
سمت راست	سمت چپ															
بزرگترین عدد اول دو رقمی	۹															
تعداد محور تقارن های ۹ ضلعی منتظم	۹۹															
حاصل $\sqrt{16+9}$	۹۷															
حاصل $(-6)^2$	۳۶															
	۵															
	۱۳															
۴	جمله های زیر را کامل کنید. (الف) حاصلضرب هر عدد گویا در معکوشش مساوی است. (ب) دو خط عمود بر یک خط هستند. (ج) اندازه ی یک زاویه ی داخلی ۸ ضلعی منتظم برابر با درجه است. (د) مجموع یک عدد دو رقمی و مقلوبش بر عدد بخش پذیر است.	۱														
۵	(الف) جمع متناظر با محور زیر را بنویسید.	۱														

۱/۵	(ب) حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (جواب را ساده کنید). $\left(-\frac{3}{5} + \frac{8}{9}\right) \div \left(-\frac{2}{45}\right) =$	
۱/۵	در غربال عددهای ۱ تا ۵۰ : (الف) اولین عددی که خط می خورد چیست؟ (ب) اولین عددی که با مضرب ۵ خط می خورد چند است؟ (ج) آیا ۳۹ اول است؟ چرا؟	۶
۰/۷۵	در شکل های زیر زاویه های خواسته شده را بنویسید.  	۷
۰/۵	(الف) یک چندضلعی دلخواه رسم کنید که مقعر باشد.	۸
۰/۷۵	(ب) آیا می توان با کاشی های به شکل ۵ ضلعی منتظم یک سطح را کامل کاشی کاری کرد؟ چرا؟	
۰/۷۵	(الف) عبارت زیر را ساده کنید. $x^2 - 5x(2x - 7) =$	۹
۰/۵	(ب) عبارت زیر را تجزیه کنید.	
۱/۲۵	(ج) معادله مقابل را حل کنید. $14ab + 7a^2 = \dots\dots\dots(2b + \dots\dots\dots)$ $2x - \frac{2}{3} = 5x + 3$	

۱۰	در شکل زیر مقدار b را حساب کنید.	۱										
۱۱	دلیل و حالت هم نهشتی دو مثلث OAB و OCD را بنویسید. (O مرکز دایره است).	۷۵/										
۱۲	الف) بر حسب i, j بنویسید ب) اگر $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ باشد مقدار $\vec{Z} = 2\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید. ج) بردار حاصل جمع (برآیند) بردارهای زیر را رسم کنید. 	۰/۵ ۱ ۱										
۱۳	الف) حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید. $7^{10} \times 35^3 \times 5^{10} =$ $8^6 \times (-3)^{18} =$ ب) عدد $\sqrt{43}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.	۱ ۰/۵										
۱۴	جدول زیر را کامل کنید.	۰/۷۵										
<table><tr><th>فراوانی × مرکز دسته</th><th>مرکز دسته</th><th>فراوانی</th><th>خط نشان</th><th>دسته</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>///</td><td>$6 \leq x < 10$</td></tr></table>			فراوانی × مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	دسته				///	$6 \leq x < 10$
فراوانی × مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	دسته								
			///	$6 \leq x < 10$								

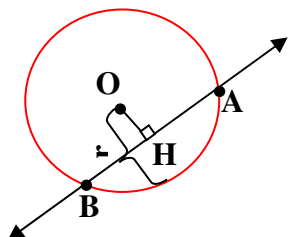
۰/۵	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب کرده ایم. احتمال های زیر را به دست آورید.	۱۵
۰/۵	الف) سکه «رو» و تاس عدد ۵ بیاید. ب) سکه «پشت» و تاس شمارنده ی ۶ بیاید.	
۱	سؤال جایزه : حاصل را به دست آورید. (سؤال اختیاری) $\sqrt{16 + 5\sqrt{16 + 16}} =$	۱۶

فصل ۹ دایره ها

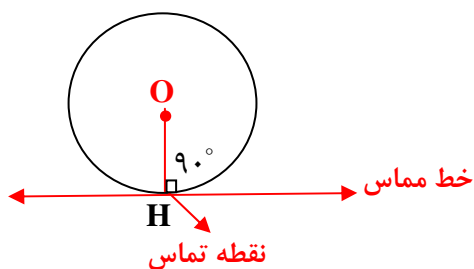
* خط و دایره

یک خط و یک دایره دارای سه حالت زیر می باشند :

۱. خط، دایره را در دو نقطه قطع کند. (شعاع $\overline{OH} < r$)

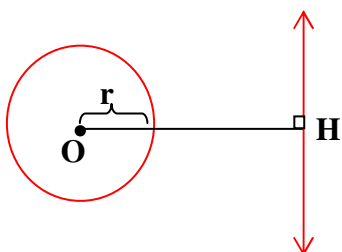


۲. خط دایره را در یک نقطه قطع کند. ($\overline{OH} = r$)



نکته : شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

۳. خط دایره را قطع نکند. ($\overline{OH} > r$)

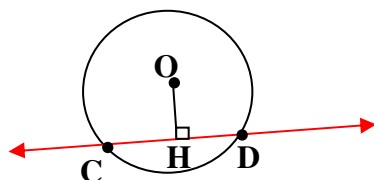


◀ مثال «۱» : فاصله ی خطی تا مرکز دایره $\frac{2}{3}$ شعاع دایره است. وضع خط و دایره را با رسم

شکل توضیح دهید.

پاسخ : چون فاصله خط تا مرکز دایره از شعاع کوچک تر است پس خط دایره را در دو نقطه قطع

می کند یعنی : $\overline{OH} < r$



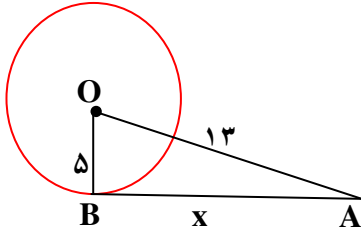
◀ **مثال «۲»:** در شکل زیر $\overline{AB}$ بر دایره مماس است. مقدار x را به دست آورید.

پاسخ: مثلث AOB قائم الزویه است $\Rightarrow OB \perp AB$

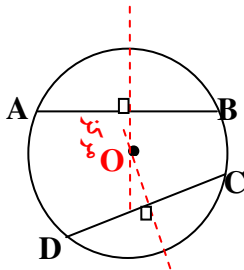
$$13^2 = x^2 + 5^2$$

$$169 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144} = 12$$

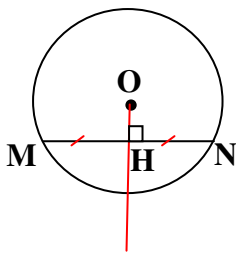


* **پیدا کردن مرکز دایره:** در هر دایره عمود منصف هر وتر، قطر دایره می باشد بنابراین با رسم دو وتر دلخواه (غیرموازی) و رسم عمود منصف های آن ها، محل برخورد عمود منصف ها (قطرها) مرکز دایره را مشخص می کند.



نکته: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند و برعکس خطی که از وسط وتر و مرکز دایره می گذرد، بر وتر عمود است.

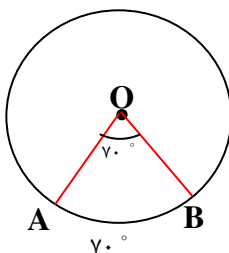
◀ **مثال:** در شکل مقابل O مرکز دایره و $\widehat{H} = 90^\circ$ و $\overline{MH} = \overline{HN}$



* **زاویه مرکزی:** هر زاویه که رأس آن روی مرکز دایره و ضلع های آن شعاع های دایره باشند، زاویه مرکزی نامیده می شود.

* اندازه ی هر زاویه مرکزی با اندازه ی کمان مقابل آن مساوی است.

$$\widehat{O} = \widehat{AB} = 70^\circ$$



نکته ۱) محیط دایره ۳۶۰ درجه است.

نکته ۲) در هر دایره، اگر دو کمان باهم مساوی باشند، وترهای نظیر آن ها نیز باهم مساوی اند.

نکته ۳) در هر دایره، اگر دو وتر باهم مساوی باشند، کمان های نظیر آن ها نیز باهم مساوی اند.

نکته ۴) کمان های کم تر از ۱۸۰ درجه با دو حرف و کمان های بزرگ تر از ۱۸۰ درجه را با سه حرف نمایش می دهند.

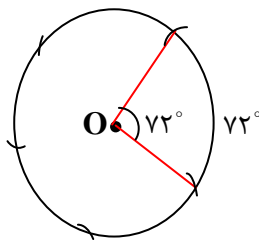
* تقسیم دایره به کمان های مساوی :

الف) چهار کمان مساوی : دو قطر عمود برهم دایره را به چهار کمان مساوی تقسیم می کند.
ب) شش کمان مساوی : دهانه ی پرگار را به اندازه ی شعاع دایره باز کرده و سپس از یک نقطه روی محیط دایره به طور متوالی کمان می زنیم.

ج) حالت کلی تقسیمات دایره : ابتدا یکی از شعاع های دایره را به دلخواه رسم می کنیم. سپس محیط دایره (۳۶۰ درجه) را بر تعداد تقسیمات خواسته شده، تقسیم کرده و به وسیله نقاله زاویه ای به همان اندازه رسم می کنیم. دهانه ی پرگار را به اندازه وتر ایجاد شده باز کرده، سوزن پرگار را روی یکی از نقاط دو سر پاره خط قرار داده و پی در پی کمان های مساوی می زنیم.

◀ **مثال :** دایره مقابل را به ۵ کمان مساوی تقسیم کنید.

زاویه مرکز و کمان مقابل به آن $360 \div 5 = 72$

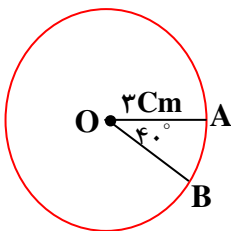


* محاسبه طول کمانی از دایره :

$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه کمان}}{360}$$

به عبارت دیگر : نسبت زاویه موردنظر را به ۳۶۰ درجه به دست آورده و آن کسر را در محیط دایره ضرب می کنیم.

◀ **مثال :** محمد می داند زاویه $\hat{AOB} = 40^\circ$ و شعاع دایره ۳cm است. او می خواهد طول کمان AB را به دست آورد. او را راهنمایی کنید.



$$360 \div 40 = 9$$

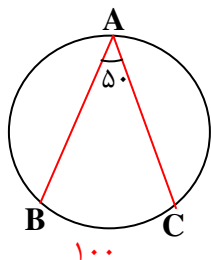
عدد پی × قطر = محیط دایره

$$\text{محیط دایره} = 6 \times 3 / 14 = 18 / 7$$

$$\text{طول کمان AB} = \frac{1}{9} \times 18 / 7 \approx 2 / 7$$

*** زاویه محاطی:** زاویه محاطی زاویه ای است که رأس آن روی محیط دایره و ضلع های آن وترهای دایره باشند.

*** اندازه ی هر زاویه محاطی با نصف کمان مقابل آن برابر است.**

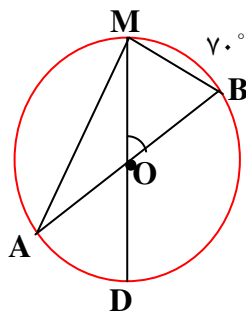


$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

نکته (۱): زاویه های محاطی رو به رو به یک کمان باهم مساوی اند.

نکته (۲): اندازه ی زاویه محاطی رو به رو به قطر دایره ۹۰ درجه (قائمه) است.

مثال: در شکل زیر O مرکز دایره و $\overline{AB}$ قطر دایره است. اندازه ی زاویه ها و کمان های خواسته شده را بنویسید.



مرکزی $\widehat{MOB} = \widehat{MB} = 70^\circ$

محاطی $\hat{A} = \frac{\widehat{MB}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$

$$\widehat{AM} = 180 - 70 = 110$$

$$\widehat{AMB} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{OMB} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{110}{2} = 55^\circ$$

سؤالات امتحانی
دایره ها

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.
 - (الف) هر زاویه که رأس آن روی محیط دایره باشد، زاویه محاطی نامیده می شود.
 - (ب) زاویه مرکز نصف کمان مقابل آن است.
 - (ج) اگر فاصله ی خطی تا مرکز دایره ای نصف شعاع دایره باشد، خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.
 - (د) در هر دایره، زاویه های محاطی رو به رو به یک کمان باهم مساوی اند.
 - (هـ) برای تقسیم دایره به ۶ کمان مساوی، دهانه ی پرگار را به اندازه ی قطر دایره باز می کنیم.
 - (و) خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن وتر را نصف می کند.
۲. جملات زیر را کامل کنید.
 - (الف) شعاع دایره در نقطه ی تماس بر خط مماس است.
 - (ب) برای تقسیم دایره به ۸ کمان مساوی از زاویه ی درجه ی مرکزی استفاده می کنیم.
 - (ج) اگر فاصله ی خطی تا مرکز دایره با شعاع دایره مساوی باشد، خط بر دایره می باشد.
 - (د) زاویه ی محاطی رو به رو به کمان ۱۲۴ درجه مساوی درجه است.
 - (هـ) پاره خطی که مرکز دایره را به وتر وصل می کند، بر آن وتر عمود است.
 - (و) در حالتی که خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، خط بر دایره است.
 - (ز) زاویه محاطی رو به رو به قطر دایره مساوی درجه است.
۳. هر یک از سؤالات سمت راست را به پاسخ های مناسب در سمت چپ وصل کنید.

سمت راست	سمت چپ
* کمان مقابل به زاویه ی مرکزی 65°	* 130°
* کمان مقابل به زاویه ی محاطی 60°	* 65°
* زاویه ی لازم برای تقسیم دایره به ۱۰ کمان مساوی	* $OH > r$
* وقتی خط و دایره نقطه مشترکی ندارند	* 36°
* وقتی خط و دایره دو نقطه مشترک دارند	* $OH < r$

۴. گزینه ی صحیح را علامت بزنید.

- یک ۸ ضلعی منتظم، دایره را به ۸ کمان چند درجه ای تقسیم می کند؟

- (۱) 90° (۲) 45° (۳) $22\frac{1}{2}^\circ$ (۴) 60°

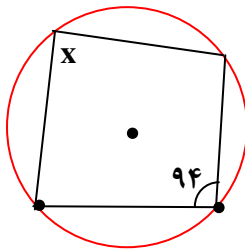
۴- اگر فاصله ی خطی تا مرکز دایره، مساوی قطر دایره باشد، خط دایره را در چند نقطه قطع می کند؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰

۵- در دایره ای به شعاع ۲cm زاویه مرکزی ۴۵ درجه ساخته ایم. طول کمان رو به روی این زاویه تقریباً چند سانتی متر است؟

- ۱) ۲/۵cm ۲) ۱/۵cm ۳) ۳cm ۴) ۴cm

۶- در شکل مقابل X چند درجه است؟



- ۱) ۷۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۸۶ ۴) ۹۴

۵. اگر فاصله ی خطی تا مرکز دایره ربع شعاع دایره باشد، وضعیت خط و دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه مشخص کنید.

۶. شکلی رسم کنید که مطابق اطلاعات زیر باشد :

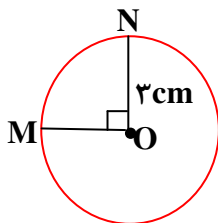
الف) O مرکز دایره و $\overline{OH}$ فاصله ی خط تا مرکز دایره باشد.

ب) $\overline{OH} = r$ (r شعاع دایره است)

۷. به کمک خط کش، نقاله و پرگار یک ۸ ضلعی منتظم رسم کنید.

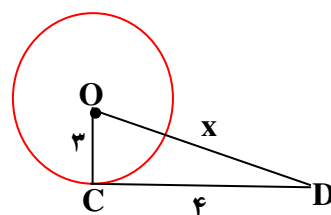
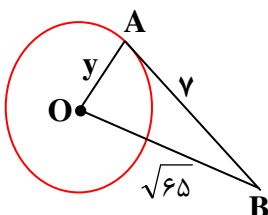
۸. الف) $\frac{1}{6}$ محیط دایره مساوی چند درجه است؟

ب) هر ۱۲ ضلعی منتظم دایره را به کمان های چند درجه تقسیم می کند.

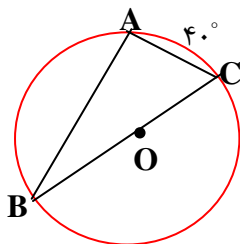


۹. در شکل مقابل طول کمان MN تقریباً چند سانتی متر است؟

۱۰. در شکل های زیر مقدار مجهول را به دست آورید (O مرکز دایره است)



۱۱. در شکل های زیر، اندازه ی کمان ها و زاویه های خواسته شده را بنویسید. (O مرکز دایره است).

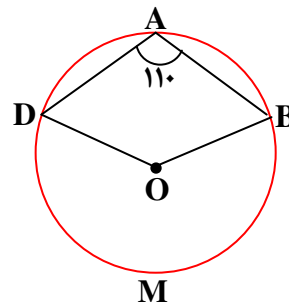


$$\widehat{AB} = \dots\dots\dots$$

$$\hat{A} = \dots\dots\dots$$

$$\hat{B} = \dots\dots\dots$$

$$\hat{C} = \dots\dots\dots$$



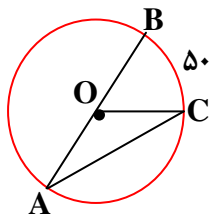
$$\widehat{DMB} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{DAB} = \dots\dots\dots$$

$$\hat{O} = \dots\dots\dots$$

۱۲. اگر فاصله ی خطی تا مرکز دایره ۱/۵ برابر شعاع دایره باشد، وضعیت خط و دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه مشخص کنید.

۱۳. در شکل زیر O مرکز دایره و $\widehat{BC} = 50^\circ$ است. اندازه ی کمان های خواسته شده را بنویسید.

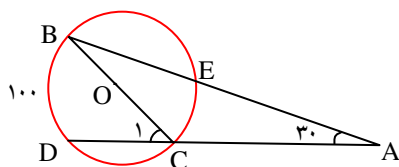


$$\hat{A} =$$

$$\widehat{AC} =$$

$$\widehat{BOC} =$$

۱۴. باتوجه به شکل، اندازه های خواسته شده را بنویسید.

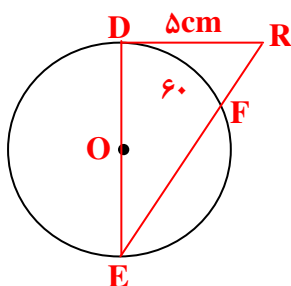


$$\hat{C}_1 = \dots\dots\dots$$

$$\hat{B} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{CE} = \dots\dots\dots$$

$$\widehat{DC} = \dots\dots\dots$$



۱۵. در شکل زیر $\overline{DR} = 5cm$ مماس بر دایره $\widehat{DF} = 60^\circ$ است.

الف) اندازه ی زاویه ها و کمان های خواسته شده را بنویسید.

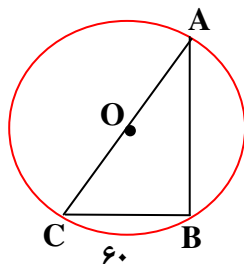
$$\hat{D} = \dots, \hat{R} = \dots, \hat{E} = \dots, \widehat{FE} = \dots$$

ب) شعاع دایره را به دست آورید. (راهنمایی: ضلع روبروی زاویه 30° درجه مساوی نصف وتر است).
 ۱۶. با توجه به اندازه‌ی روی شکل، اندازه‌ی زوایای مثلث ABC را به دست آورید.
 (AC قطر دایره است).

$$\hat{A} = \dots$$

$$\hat{B} = \dots$$

$$\hat{C} = \dots$$

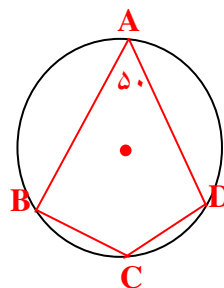


۱۷. با توجه به شکل، اندازه‌ی زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید. ($\hat{A} = 50^\circ$)

$$\widehat{BCD} = \dots$$

$$\widehat{BAD} = \dots$$

$$\hat{C} = \dots$$

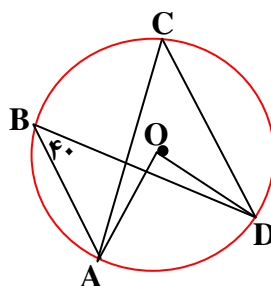


۱۸. در شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌ها و کمان‌های مجهول را پیدا کنید.

$$\widehat{AD} = \dots$$

$$\angle AOD = \dots$$

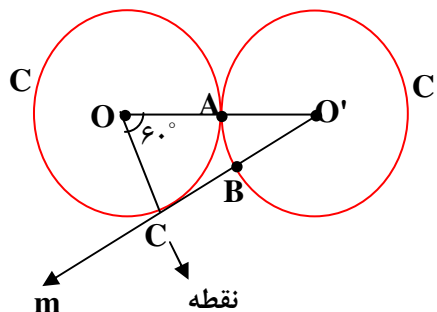
$$\hat{C} = \dots$$



$$\hat{O'} = \dots$$

$$\widehat{AB} = \dots$$

$$\widehat{AC} = \dots$$



جدول سودوکو

هدف



شما با حل این سودوکو، با تعاریف زاویه‌های مرکزی و محاطی در دایره آشنا شده و روش محاسبه‌ی آن‌ها را یاد می‌گیرید.

دست ورزی

۲۰	۱۰	۹۰	۸۰			۷۰	۶۰	۳۰
۸۰			۲۰	۳۰	۱۰			
	۴۰		۹۰	۷۰		۲۰		۸۰
۱۰		۸۰		۲۰			۹۰	۶۰
۹۰	۶۰	۲۰	۴۰		۳۰		۷۰	۵۰
۷۰	۵۰		۶۰	۹۰	۸۰	۳۰		۱۰
۳۰		۱۰		۸۰	۷۰		۴۰	
	۲۰		۳۰	۴۰	۹۰			۷۰
۴۰	۸۰	۷۰	۱۰			۵۰	۳۰	۹۰

با استفاده از اعداد ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ و ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ و ۸۰ و ۹۰، جدول سودوکو را کامل کنید؛ به نحوی که در هر یک از سطرها و هر یک از ستون‌ها و خانه‌های 3×3 جدول، اعداد گفته شده فقط یک بار مورد استفاده قرار گیرند. سپس، سه عدد به‌دست آمده برای هر یک از سطرها افقی خانه‌های 3×3 را در نظر بگیرید. عدد وسطی را خط بزنید و کنار بگذارید. شما ۲۷ گروه عدد دوتایی خواهید داشت.

اگر عدد سمت چپ اندازه‌ی یک زاویه‌ی مرکزی در دایره باشد؛ در کدام یک از حالات، عدد سمت راست اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی روبه‌روی همان کمان خواهد بود؟

شکل‌های متناسب با هر حالت را هم رسم کنید.

خودارزیابی



۱. کامل کردن جدول دقیقه

۲. حل مسئله‌ی ریاضی دقیقه

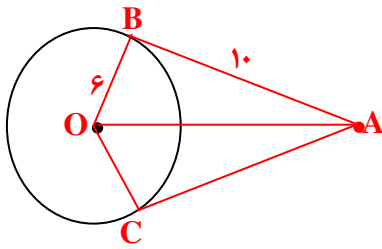
۳. تا چه حد از نتیجه‌ی کارتان راضی هستید؟

☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

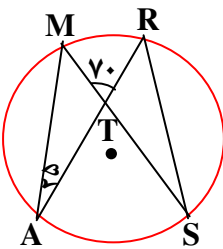
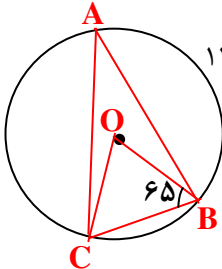
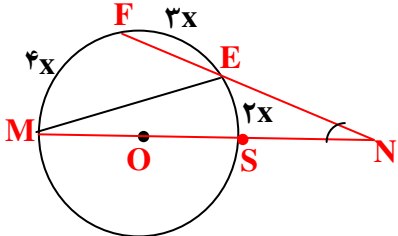
جدول سودوکو را کامل کنید.

جدول سودوکو را کامل کنید. مدت زمانی را که برای یافتن اعداد خانه‌های خالی جدول صرف کردید در محل خود ارزیابی درج کنید.

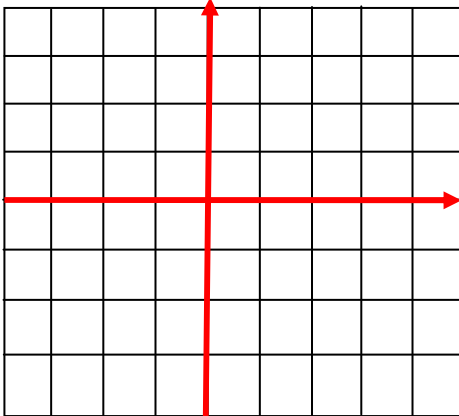
آزمون پایانی فصل دایره ها

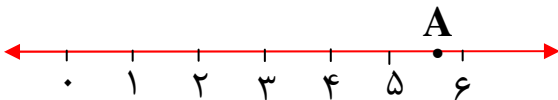
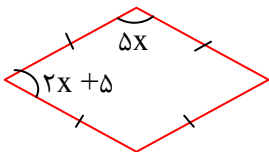
ردیف	استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد	بارم
۱	جملات زیر را کامل کنید. الف) اگر دایره ای را به ۵ کمان مساوی تقسیم کنیم، اندازه ی هر کمان مساوی..... درجه است. ب) شعاع دایره در نقطه تماس بر خط عمود است. ج) در هر دایره، زاویه های محاطی رو به یک کمان هستند. د) برای تقسیم دایره به شش کمان مساوی، دهانه ی پرگار را به اندازه ی دایره باز می کنیم.	۲
۲	گزینه ی صحیح را علامت بزنید. الف) محیط دایره ای را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. هر زاویه محاطی مقابل به یکی از کمان ها چند درجه است؟ (۱) ۲۷۰ (۲) ۱۳۵ (۳) ۴۵ (۴) ۱۲۰ ب) در دایره ای به شعاع ۱۲ سانتی متر طول کمان مقابل به زاویه مرکزی ۳۰ درجه چند سانتی متر است؟ (۱) ۱۸/۸۴ (۲) ۱۲/۵۶ (۳) ۶/۲۸ (۴) ۳/۱۴ ج) اگر وتر ی از دایره با شعاع دایره برابر شود، کمان رو به روی این وتر چند درجه است؟ (۱) ۱۸۰° (۲) ۹۰° (۳) ۳۰° (۴) ۶۰° د) فاصله ی خطی تا مرکز دایره $\frac{۳}{۲}$ شعاع دایره است خط و دایره چند نقطه مشترک دارند؟ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰	۲
۳	وضع یک خط و یک دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه مشخص کنید.	۱/۵
۴	سارا می خواهد جمله ی زیر را ثابت کند. او را راهنمایی کنید. «اگر از هر نقطه خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول مماس ها باهم مساوی است». $\overline{OA} = ?$ $\overline{AC} = ?$ 	۱/۵

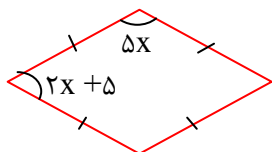
۱/۵	۵	به کمک پرگار یک دایره دلخواه را به ۶ کمان مساوی تقسیم کنید. (روش رسم خود را توضیح دهید).
۱/۵	۶	در شکل زیر MN بر دایره مماس است. مقدار X را به دست آورید. $(\overline{ON} = \sqrt{20}, \overline{MN} = 4)$
۱	۷	در شکل زیر ۵ ضلعی منتظم درون دایره قرار گرفته است. مقدار X, Y را به دست آورید. $\hat{x} = \dots\dots\dots$ $\hat{y} = \dots\dots\dots$
۱/۵	۸	در شکل زیر نشان دهید: در هر دایره، اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود کنیم، وتر به دو قسمت مساوی تقسیم می شود یعنی $\overline{AH} = \overline{BH}$.
۲	۹	در شکل زیر O مرکز دایره و $\hat{A} = 50^\circ$ است. اندازه ی زاویه ها و کمان های خواسته شده را بنویسید.

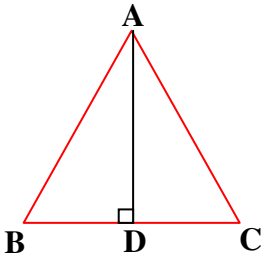
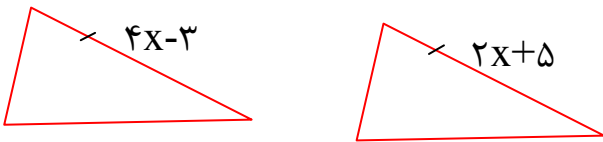
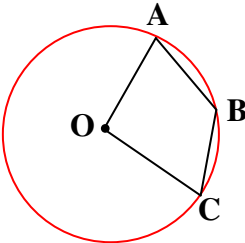
۲	۱۰ اگر $\hat{A} = 25^\circ$, $\hat{MTR} = 70^\circ$ باشد، اندازه های خواسته شده را به دست آورید.  $\widehat{MR} = \dots\dots$, $\hat{S} = \dots\dots\dots$ $\widehat{AS} = \dots\dots$, $\hat{M} = \dots\dots\dots$	۱۰
۲	۱۱ در شکل زیر اندازه های خواسته شده را بنویسید. (O مرکز دایره است).  $\hat{OCB} = \dots\dots$ $\hat{O} = \dots\dots$ $\hat{A} = \dots\dots$ $\widehat{AC} = \dots\dots$	۱۱
۱/۵	۱۲ در شکل زیر کمان ها بر حسب x مشخص شده اند. اندازه ی زاویه N چند درجه است؟ 	۱۲

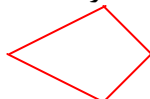
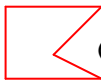
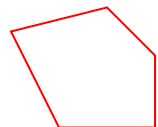
خرداد ماه		پایه هشتم		مدت : ۹۰ دقیقه	
آزمون شماره «۱»		آزمون پایانی سال			
ردیف	استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد				
بارم					
۱	A) جمله های درست را با «ص» و جمله های نادرست را با «غ» مشخص کنید.				
۱	* لوزی، نوعی مربع است. ☐				
۲	* علم آمار، علم جمع آوری داده هاست. ☐				
۳	* مثلث متساوی الساقین سه ضلعی منتظم است. ☐				
۴	* در هر دایره وترهای نظیر کمان های مساوی باهم برابرند. ☐				
۱	B) هر یک از جمله های زیر را با عدد یا کلمه ی مناسب کامل کنید.				
۱	* حاصل عبارت $(2xy^3)^2$ برابر است.				
۲	* قرینه معکوس $3\frac{1}{5} -$ مساوی است.				
۳	* اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی منتظم درجه است.				
۴	* اگر خط و دایره دو نقطه برخورد داشته باشند، شعاع دایره از فاصله مرکز تا خط است.				
۱	C) گزینه ی درست را انتخاب کنید.				
۱	* کدام یک از گزینه های زیر عدد گویا نیست؟ ☐ الف) $3/14$ ☐ ب) صفر ☐ ج) $\sqrt{18}$ ☐ د) -9				
۲	* کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟ ☐ الف) لوزی ☐ ب) مثلث متساوی الساقین ☐ ج) شش ضلعی منتظم ☐ د) متوازی الاضلاع				
۳	* کدام حالت را نمی توان برای هم نهشتی دو مثلث متساوی الساقین استفاده کرد؟ ☐ الف) ض ض ض ☐ ب) ز ض ز ☐ ج) ض ض ض ☐ د) و ض				
۴	* کدام تساوی درست نیست؟ ☐ الف) $\sqrt{25-16} = 5-4$ ☐ ب) $\sqrt{25 \times 16} = 5 \times 4$ ☐ ج) $\sqrt{5} \times \sqrt{4} = \sqrt{20}$ ☐ د) $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$				

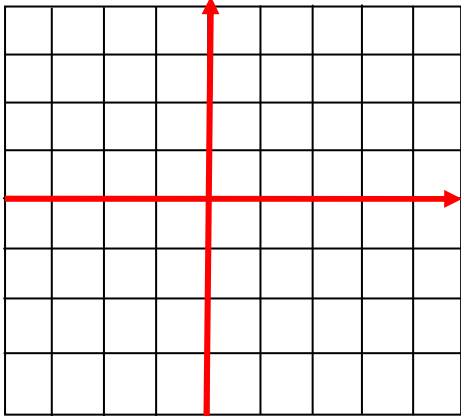
۱/۵	(D) به سؤال های زیر پاسخ دهید. حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.	۱
	$(-10-19) \div \left[-3\frac{1}{4} - \left(\frac{-5}{6} \right) \right] =$	
۱	در مجموعه ی مقابل، دور اعداد اول خط بکشید. $\{39, 71, 81, 1, 101, 89, 49, 97\}$	۲
۰/۵ ۰/۷۵	امید از کتابفروشی تعدادی خودکار و دفتر خرید. اگر قیمت هر خودکار ۱۵۰۰ تومان و هر دفتر ۳۰۰۰ تومان باشد. الف) خرید او را به صورت عبارت جبری بنویسید. ب) اگر ۸ خودکار و ۵ دفتر خریده باشد، کل پرداختی او را به دست آورید.	۳
۱	ساده شده ی کسر مقابل را با استفاده از تجزیه به دست آورید. $\frac{x^2a - xab}{x^2b - xb^2} =$	۴
۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۷۵	الف) بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$ را از مبدأ مختصات رسم کنید. ب) بردار حاصل جمع (برآیند) $\vec{a}, \vec{b}$ را رسم کنید. پ) یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی برای شکل بنویسید.	۵
		
۰/۷۵	اگر $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -2\vec{j}$ باشند، مختصات بردار $\vec{x}$ را به دست آورید. $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}$	۶

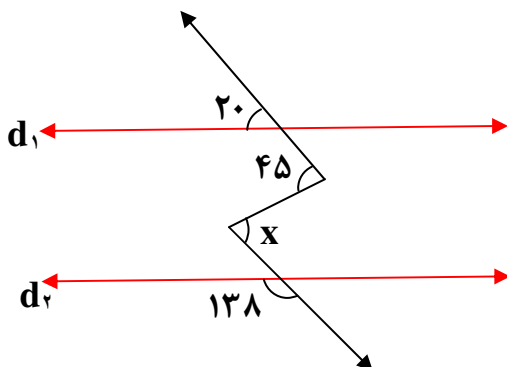
۷	حاصل هر یک از عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید. الف) $(24^y \div 3^y) \times 8^2 =$ ب) $(3^8 + 3^8 + 3^8) \div 9^3 =$	۱																				
۸	نقطه ی A به کدام یک از اعداد مقابل نزدیک تر است؟ چرا؟ $\sqrt{36}, \sqrt{30}, \sqrt{34}, \sqrt{38}$ 	۰.۷۵																				
۹	عدد $3 - \sqrt{2}$ را روی محور نمایش دهید.	۰.۷۵																				
۱۰	الف) جدول زیر را کامل کنید. ب) از روی جدول، میانگین را به دست آورید. <table border="1" data-bbox="312 1117 1287 1348"><thead><tr><th>مرکز دسته × فراوانی</th><th>مرکز دسته</th><th>فراوانی</th><th>خط نشان</th><th>حدود دسته</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td>////</td><td>$0 \leq x < 20$</td></tr><tr><td>۳۳۰</td><td></td><td></td><td></td><td>$20 \leq x \leq 40$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td>جمع</td></tr></tbody></table>	مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته				////	$0 \leq x < 20$	۳۳۰				$20 \leq x \leq 40$				-	جمع	۱/۲۵
مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته																		
			////	$0 \leq x < 20$																		
۳۳۰				$20 \leq x \leq 40$																		
			-	جمع																		
۱۱	یک تاس و یک سکه را پرتاب می کنیم. الف) تعداد حالت های ممکن را به دست آورید. ب) احتمال این که سکه پشت و تاس ۴ بیاید چه قدر است؟ پ) احتمال این که سکه رو و تاس فرد بیاید چه قدر است؟	۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵																				
۱۲	چهارضلعی مقابل لوزی است. مقدار X را به دست آورید. 	۱																				

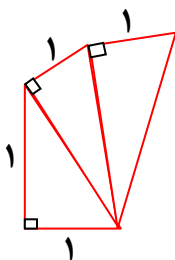
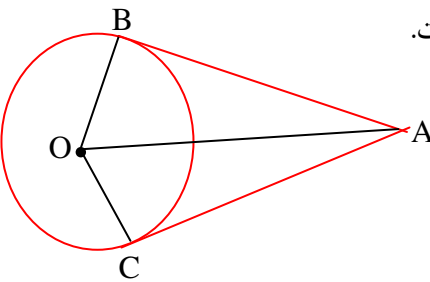
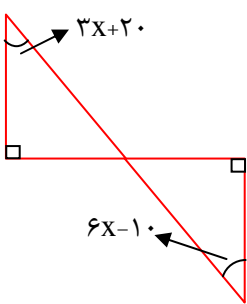
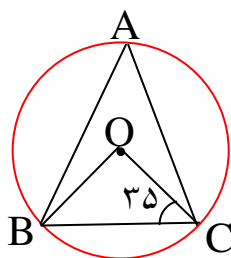


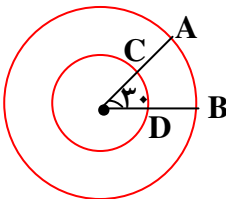
۱	۱۳	قطر بزرگ یک لوزی ۱۶ و اندازه ی هر ضلع آن ۱۰ می باشد. قطر کوچک آن را به دست آورید.
۰/۷۵ ۰/۲۵	۱۴	$\overline{AD}$ ارتفاع وارد بر قاعده ی مثلث متساوی الساقین ABC است. الف) اجزای متناظر مساوی دو مثلث ABD , ACD را بنویسید. ب) حالت هم نهشتی را بیان کنید. 
۰/۷۵	۱۵	دو مثلث زیر هم نهشت هستند. مقدار X را به دست آورید. 
۱	۱۶	شعاع دایره ای $\frac{3}{4}$ فاصله ی مرکز دایره از خط d است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه مشخص کنید.
۰/۵	۱۷	در شکل زیر نقطه ی O مرکز دایره و زاویه مرکزی AOC مساوی با 90° درجه است. اندازه ی زاویه ی B را با راه حل به دست آورید. 

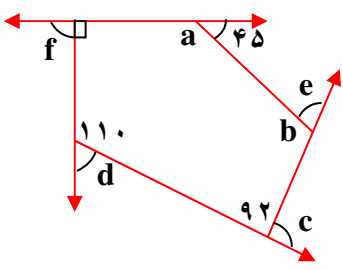
خرداد ماه		پایه هشتم		مدت : ۹۰ دقیقه	
آزمون شماره «۲»		آزمون پایانی سال			
ردیف	استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد				نمره
۱	A) جمله های درست را با «ص» و جمله های نادرست را با «غ» مشخص کنید.				۱
۲	☐ حاصل $\sqrt{25-9}$ مساوی ۲ است. ☐ حاصل عبارت $(2 \times 5^4)^0$ مساوی صفر است.				۲
۳	☐ بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد وجود دارد. ☐ هر زاویه خارجی ۶ ضلعی منتظم ۶۰ درجه است.				۳
۴					۴
۱	B) هر یک از جملات زیر را با یکی از اعداد مقابل کامل کنید. (دو عدد اضافه است) ۱ و ۵ و ۲ و ۱- و ۳ و +۸				۱
۲	حاصل عبارت $2 \times 5 - 9$ مساوی است.				۱
۳	مثلث متساوی الاضلاع محور تقارن دارد.				۲
۴	دو مثلث قائم الزاویه حالت هم نهشتی دارند.				۳
۴	اگر شعاع دایره با فاصله مرکز از خط d برابر باشد، خط و دایره نقطه برخورد دارند.				۴
۱	C) گزینه ی درست را انتخاب کنید.				۱
۱	☐ الف)  ☐ ب)  ☐ ج)  ☐ د) 				۱
۲	متوازی الاضلاعی که اضلاع و زوایای آن مساوی باشد چه نام دارد؟				۲
۳	☐ الف) مربع ☐ ب) مستطیل ☐ ج) ذوزنقه متساوی الساقین ☐ د) لوزی				۳
۴	فاصله بین بیشترین و کمترین داده چه نام دارد؟				۴
۴	☐ الف) دامنه تغییرات ☐ ب) فراوانی ☐ ج) میانگین ☐ د) مجموع داده ها				۴
۱/۵	اگر یک زاویه محاطی و مرکزی رو به رو به یک کمان باشند، زاویه محاطی چند برابر زاویه مرکزی است؟				۱/۵
۱	☐ الف) دو برابر ☐ ب) یک برابر ☐ ج) $\frac{1}{4}$ برابر ☐ د) سه برابر				۱
۱	D) به سؤال های زیر پاسخ دهید.				۱/۵
۱	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.				۱
$\frac{-\frac{5}{9} + 2 - \frac{1}{6}}{-\frac{5}{9} - \frac{3}{4}} =$					

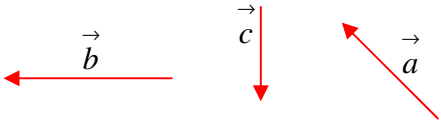
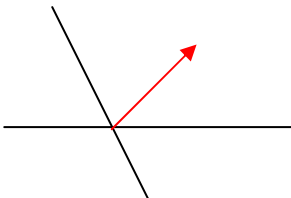
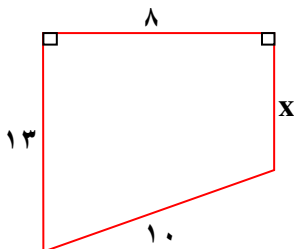
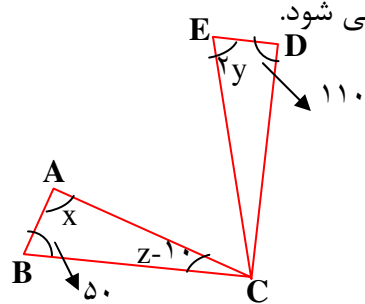
۱	۲	روش الگوریتم غربال را برای تعیین اعداد اول بین ۸۵ و ۱۰۵ به کار ببرید.
۰/۷۵	۳	عبارت جبری مقابل را ساده کنید. $(x - 2y)^2 + 4xy =$
۰/۷۵	۴	معادله ی مقابل را حل کنید. $\frac{2}{3}x - 3 = 4x + \frac{1}{2}$
۰/۵	۵	برای مسئله زیر یک معادله بنویسید. سارینا می خواهد بستنی بخرد. اگر ۵ بستنی بخرد ۱۰۰۰ تومان کم می آورد و اگر ۴ بستنی بخرد ۲۰۰ تومان اضافه می آورد. قیمت هر بستنی چند تومان است؟
۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۷۵	۶	الف) بردارهای $\vec{AB} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\vec{OA} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ را رسم کنید. ب) بردار حاصل جمع دو بردار رسم کنید. پ) برای شکل یک تساوی برداری و یک تساوی مختصاتی بنویسید. 
۰/۷۵	۷	معادله ی مختصاتی مقابل را حل کنید. $\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = 7\vec{i} - 4\vec{j}$

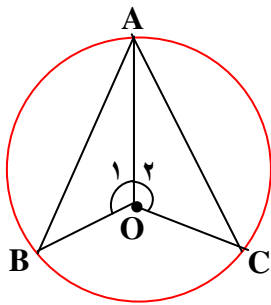
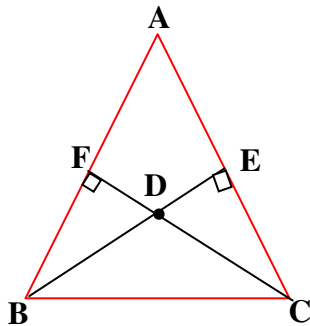
۸	حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید. الف) $(12^8 \div 6^8) \div 8^2 =$ ب) $(3^7 + 3^7) \times (2^7 + 2^7 + 2^7) =$	۱										
۹	نقطه ی A را به صورت تقریبی روی محور مشخص کنید. $A = \sqrt{17}$	۰/۷۵										
۱۰	عدد $2 + \sqrt{5}$ را روی محور نمایش دهید.	۰/۷۵										
۱۱	الف) جدول زیر را کامل کنید. <table border="1"><thead><tr><th>مرکز دسته × فراوانی</th><th>مرکز دسته</th><th>فراوانی</th><th>خط نشان</th><th>حدود دسته</th></tr></thead><tbody><tr><td>۱۲۵</td><td></td><td></td><td></td><td>$10 \leq x < 15$</td></tr></tbody></table> ب) میانگین وزن ۵ نفر ۶۳ کیلوگرم و میانگین وزن ۴ نفر دیگر ۶۵ کیلوگرم است. میانگین وزن این ۹ نفر چه قدر است؟	مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته	۱۲۵				$10 \leq x < 15$	۰/۵ ۰/۷۵
مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته								
۱۲۵				$10 \leq x < 15$								
۱۲	دو تاس و یک سکه را پرتاب می کنیم. الف) تعداد تمام حالت های ممکن را به دست آورید. ب) احتمال این که سکه ها هر دو رو و تاس ۵ باشد چه قدر است؟ پ) احتمال این که یک سکه رو و یک سکه پشت و تاس زوج بیاید چه قدر است؟	۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵										
۱۳	در شکل زیر مقدار X را به دست آورید. $(d_1 \parallel d_2)$ 	۱										

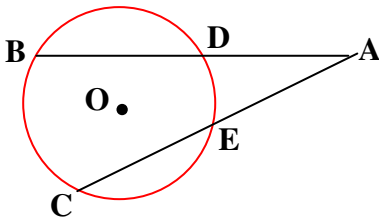
۱	اگر شکل مقابل را تا ۱۵ مثلث ادامه دهیم. محیط شکل را به دست آورید. 	۱۴
۱	نقطه ی O مرکز دایره و $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ دو مماس بر دایره اند. با استفاده از هم نهشتی ثابت کنید $\overline{OA}$ نیم ساز زاویه ی A است. 	۱۵
۰/۷۵	دو مثلث زیر هم نهشت اند. مقدار X را به دست آورید. 	۱۶
۱	قطر دایره ای ۲cm و فاصله ی مرکز دایره از خط d برابر $۱/۵\text{cm}$ است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه تعیین کنید.	۱۷
۱	نقطه ی O مرکز دایره است. اندازه ی زاویه ی A را با راه حل به دست آورید. 	۱۸

خرداد ماه		پایه هشتم		مدت : ۹۰ دقیقه	
آزمون شماره «۳»		آزمون پایانی سال			
ردیف	استفاده از ماشین حساب مانعی ندارد				
بارم					
۱	(A) جمله های درست را با «ص» و جمله های نادرست را با «غ» مشخص کنید. الف) $\sqrt{34}$ بین دو عدد ۶ و ۷ قرار دارد. ☐ ب) تساوی $k \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k+x \\ k+y \end{bmatrix}$ همواره برقرار است. ☐ ج) در شکل مقابل اندازه دو کمان AB , CD با هم برابرند، ولی طول $\overline{AB}$ از طول $\overline{CD}$ بیش تر است. ☐ د) احتمال این که در پرتاب یک تاس عدد کم تر از ۵ بیاید، $\frac{2}{3}$ می باشد. ☐				
					
۱	(B) هر یک از جمله های زیر را با عدد یا کلمه ی مناسب کامل کنید. تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش مضرب است. هر زاویه خارجی یک هشت ضلعی منتظم هر زاویه داخلی اش می باشد. برای نشان دادن $\sqrt{2}$ روی محور اعداد به یک مثلث به ضلع نیاز است. رضا ۵ جفت جوراب و ۲ تا شلوار و ۳ تا پیراهن دارد، پس به طریق می تواند برای مهمانی لباس بپوشد.				
۱	(C) گزینه ی درست را انتخاب کنید. یک کمان روی دایره C انتخاب می کنیم چند زاویه محاطی رو به روی این کمان می توان رسم کرد؟ الف) یکی ☐ ب) دو تا ☐ ج) بی شمار ☐ د) هیچی ☐ کدام دسته از اعداد زیر فیثاغورسی نیست؟ الف) ۳ و ۴ و ۵ ☐ ب) ۱۲ و ۵ و ۱۳ ☐ ج) ۸ و ۱۰ و ۱۲ ☐ د) ۹ و ۱۲ و ۱۵ ☐ کدام یک از اعداد زیر اول است؟ الف) ۱۱۹ ☐ ب) ۱۱۳ ☐ ج) ۹۱ ☐ د) ۸۷ ☐ زاویه بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر در یک رأس یک چندضلعی محدب، زاویه نام دارد؟ الف) درونی ☐ ب) خارجی ☐ ج) متقابل به راس ☐ د) نیم صفحه ☐				
۱	(D) به سؤال های زیر پاسخ دهید. حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $\frac{\frac{5}{4} + (-\frac{1}{4}) - (-\frac{9}{12}) - (-\frac{3}{2})}{(\frac{5}{6} \times (\frac{-6}{10})) \div \frac{1}{4}} =$				

۰/۵	۲	بین دو کسر $-\frac{1}{7}$ و $-\frac{1}{8}$ دو کسر نام ببرید.						
۱/۲۵	۳	حاصل ضرب دو عدد اول ۱۵۵ است. آن دو عدد چیست؟						
۰/۵	۴	مجموعه ی اعداد مرکب بین ۱۲۵ تا ۱۴۳ را به روش غربال اراتستن به دست آورید.						
۰/۵	۵	اندازه ی زاویه های خواسته شده را به دست آورید. (دو مورد از پنج مورد را به دلخواه بنویسید). $\hat{a} = \dots\dots\dots$, $\hat{b} = \dots\dots\dots$, $\hat{c} = \dots\dots\dots$ $\hat{d} = \dots\dots\dots$, $\hat{e} = \dots\dots\dots$ 						
۰/۵	۶	در یک n ضلعی منتظم مجموع زوایای داخلی برابر ۹۰۰ درجه است. مقدار n را مشخص کنید.						
۱	۷	عبارت جبری مقابل را ساده کنید. $(a + b)^2 - (a - b)^2 =$						
۰/۵	۸	جدول زیر را کامل کنید. $y = -4x^2 - 1$ <table border="1" data-bbox="542 1489 813 1624"> <tr> <td>x</td> <td>-۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-۲	۳	y		
x	-۲	۳						
y								
۱	۹	معادله ی مقابل را حل کنید. $\frac{-(x+4)}{12} = \frac{5(x+6)}{18}$						

۰/۵	عبارت زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید و سپس آن را ساده کنید. $3 \cdot x^2 - 2 \cdot x^2 y^2 =$	۱۰
۰/۲۵	حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید و سپس برای آن ها یک جمع برداری بنویسید. 	۱۱
۰/۵	به سؤال های زیر پاسخ دهید. (به دو مورد از سه مورد پاسخ دهید). الف) قطرهای در لوزی و متوازی الاضلاع..... ب) اگر وسطهای اضلاع یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم، یک..... تشکیل می شود. پ) اگر $a \perp b$, $b \parallel c$ باشد، آن گاه رابطه ی..... برقرار است.	۱۲
۰/۵	بردار داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید. 	۱۳
۰/۵	در معادله ی مختصاتی مقابل مقدار $\vec{x}$ را به دست آورید. $5\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} + \vec{i}$	۱۴
۱	اندازه ی ضلع X را به دست آورید. 	۱۵
۰/۷۵	مثلث ABC با دوران ۹۰ درجه حول نقطه ی C بر مثلث CDE منطبق می شود. مقادیر X, Y و Z را به دست آورید. 	۱۶

۰/۷۵	دلیل هم نهشتی دو مثلث مقابل را بیان کنید. (O مرکز دایره است). $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 130^\circ$ 	۱۷
۰/۵	مثلث DBC متساوی الساقین است. اگر دو مثلث DFB , DEC هم نهشت باشند. جاهای خالی را پر کنید. الف) $\overline{DB} = \dots\dots\dots$ چون $\dots\dots\dots$ ب) $\hat{E} = \dots\dots\dots$ چون $\dots\dots\dots$ 	۱۸
۰/۵	حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید. $\left[(-42)^6 \div 7^6 \right] \div \left[(-3)^4 \times 2^4 \times 2^0 \right] =$	۱۹
۰/۵	اگر $3^x = 45$ باشد، 3^{x-2} چند است؟	۲۰
۰/۵	عدد $2 + \sqrt{5}$ را روی محور نشان دهید.	۲۱
۰/۵	حاصل عبارت $\sqrt{\frac{49}{100 \times 9}}$ را به دست آورید.	۲۲
۲	نمره های ریاضی ۲۰ نفر از دانش آموزان یک کلاس به صورت زیر است : ۱۲/۵ ۱۴ ۱۳/۵ ۱۶ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۵ ۱۴/۵ ۲۰ ۸ ۱۳ ۱۵/۵ ۱۶/۵ ۱۷/۵ ۱۷ ۱۶ ۱۸/۵ ۱۴/۵ ۱۹/۵ ۱۲	۲۳

	(الف) کمترین و بیش ترین داده چیست؟ (ب) دامنه ی تغییرات را مشخص کنید. (پ) طول دسته و تعداد دسته ها را با توجه به جدول زیر بنویسید. (ت) جدول زیر را کامل کنید. (ث) میانگین نمره های ریاضی این کلاس را به دست آورید. <table><tr><th>فراوانی × مرکز دسته</th><th>فراوانی</th><th>مرکز دسته</th><th>چوب خط</th><th>حدود دسته</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$8 \leq x <$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\leq x <$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\leq x <$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\leq x <$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>مجموع</td></tr></table>	فراوانی × مرکز دسته	فراوانی	مرکز دسته	چوب خط	حدود دسته					$8 \leq x <$					$\leq x <$					$\leq x <$					$\leq x <$					مجموع	
فراوانی × مرکز دسته	فراوانی	مرکز دسته	چوب خط	حدود دسته																												
				$8 \leq x <$																												
				$\leq x <$																												
				$\leq x <$																												
				$\leq x <$																												
				مجموع																												
۲۴	دو سکه را پرتاب می کنیم، احتمال این که دست کم یکی از آن ها رو بیاید، چه قدر است؟	۰/۵																														
۲۵	در شکل مقابل $\widehat{DE} = ۲۵^\circ, \widehat{BC} = ۸۵^\circ$ هستند. اندازه ی زاویه ی خارجی $\hat{A}$ را به دست آورید. (راهنمایی: یک وتر مناسب رسم کنید). 	۱																														