

$$f(x) > 3 \Rightarrow x^2 + 2x + m^2 - 1 > 3 \Rightarrow x^2 + 2x + m^2 - 4 > 0.$$

برای آن که عبارت فوق همواره مثبت باشد، باید $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد، لذا:

$$\Delta = 4 - 4(m^2 - 4) > 0 \Rightarrow -4m^2 + 20 > 0.$$

| m | $-\sqrt{5}$ | $\sqrt{5}$ |
|------------------|-------------|------------|
| $-4m^2 + 20$ | - | + |
| $-4m^2 + 20 > 0$ | ✓ | ✓ |

جواب: $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$

۱۱ الف) برای آن که نمودار تابع بالای محور x ها باشد باید $f(x) > 0$ لذا:

$$m(x^2 + 5x + 4) - x > 0 \Rightarrow mx^2 + (\Delta m - 1)x + 4m > 0.$$

باید داشته باشیم $\begin{cases} \Delta < 0 \\ m > 0 \end{cases}$ در نتیجه:

$$(\Delta m - 1)^2 - 16m^2 < 0 \Rightarrow 9m^2 - 10m + 1 < 0.$$

| m | 0 | $\frac{1}{9}$ | 1 |
|----------------------|---|---------------|---|
| $9m^2 - 10m + 1$ | + | + | - |
| $9m^2 - 10m + 1 < 0$ | ✓ | ✓ | ✓ |
| $m > 0$ | ✓ | ✓ | ✓ |
| جواب مشترک | ✓ | ✓ | ✓ |

$$\left(\frac{1}{9} < m < 1\right)$$

ب) نمودار تابع درجه دوم وقتی بر محور x ها مماس است که $\Delta = 0$

$$\Delta = (\Delta m - 1)^2 - 16m^2 = 0 \Rightarrow 9m^2 - 10m + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{9} \\ m = 1 \end{cases}$$

۱۲ برای رابطه اول باید داشته باشیم $\begin{cases} \Delta < 0 \\ m - 1 < 0 \end{cases}$ و برای رابطه دوم نیز باید $\begin{cases} \Delta < 0 \\ m > 0 \end{cases}$ در نتیجه باید در محدوده $0 < m < 1$ هر دو عبارت منفی شود.

$$\Delta = 4(m - 1)^2 - 4(2m - 5)(m - 1) = 4m^2 - 8m + 4 - 8m^2 + 28m - 20 = -4m^2 + 20m - 16 < 0 \Rightarrow 2m^2 - 5m + 4 > 0 \Rightarrow \text{همواره مثبت}$$