۱- اگر در ماشین کارنو دمای چشمه‌ی گرم و چشمه‌ی سرد، هر کدام ۱۰ درجه‌ی سلسیوس کاهش یابد، بازده‌ی ماشین چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد.
۲) ثابت می‌ماند.
۳) بستگی به دمای چشمه‌ی گرم دارد.
۴) افزایش می‌یابد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

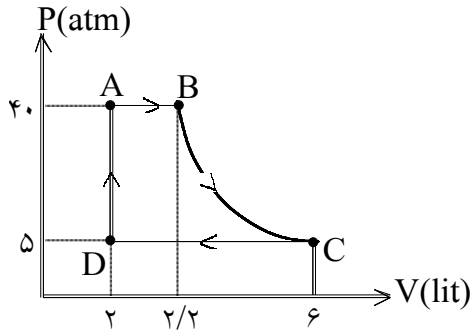
$$\frac{T_C}{T_H} > \frac{T_C - ۱۰}{T_H - ۱۰} \Rightarrow -\frac{T_C}{T_H} < -\frac{T_C - ۱۰}{T_H - ۱۰} \Rightarrow ۱ - \frac{T_C}{T_H} < ۱ - \frac{T_C - ۱۰}{T_H - ۱۰} \Rightarrow \eta_۱ < \eta_۲$$

برای اثبات بخش اول حل می‌توان به این‌که $T_H - T_C$ مقدار ثابتی است استناد کرد.

$$\alpha = \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - \Delta}{T_H} = ۱ - \frac{\Delta}{T_H}$$

اگر Δ ثابت باشد، با کاهش T_H ، $\frac{\Delta}{T_H}$ زیاد می‌شود، در نتیجه α کاهش می‌یابد.

۲- نمودار $P - V$ی چرخه‌ای که مقدار معینی گاز کامل تک اتمی در یک ماشین گرمایی فرضی طی می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بازده‌ی این ماشین گرمایی چند درصد است؟ (فرایند BC بی‌دررو فرض شود و $C_{MN} = \frac{۳}{۲}R$ و $C_{MN} = \frac{۵}{۲}R$)



۱) ۳۰ ۲) ۴۰
۳) ۵۰ ۴) ۶۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در فرایند AB در فشار ثابت حجم گاز افزایش می‌یابد. بنابراین در این فرایند گاز از محیط گرما می‌گیرد و داریم:

$$Q_{AB} = nC_{MP}\,\Delta T \xrightarrow{P=\text{ثابت}} Q_{AB} = \frac{۵}{۲}P_{AB}(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{۵}{۲}\times ۴۰ \times ۱۰^{۵} \times (۳/۲ - ۲) \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow Q_{AB} = ۲۰۰۰J$$

فرایند BC یک فرایند بی‌دررو است بنابراین طی آن گرمایی مبادله نمی‌شود. در فرایند CD در فشار ثابت حجم گاز کاهش می‌یابد. بنابراین در این فرایند گاز گرما از دست می‌دهد و داریم:

$$Q_{CD} = nC_{MP}\Delta T \xrightarrow{P=\text{ثابت}} Q_{CDB} = \frac{۵}{۲}P_{CD}(V_D - V_C)$$

$$\Rightarrow Q_{CD} = \frac{۵}{۲}\times ۵ \times ۱۰^{۵} \times (۳-۶) \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow Q_{CD} = -۵۰۰۰J$$

در فرایندDA در حجم ثابت فشار گاز افزایش می‌یابد. بنابراین در این فرایند گاز گرما می‌گیرد و داریم:

$$Q_{DA} = nC_{MV}\,\Delta T \xrightarrow{V=\text{ثابت}} Q_{DA} = \frac{۳}{۲}V_{DA}(V_A - V_D)$$

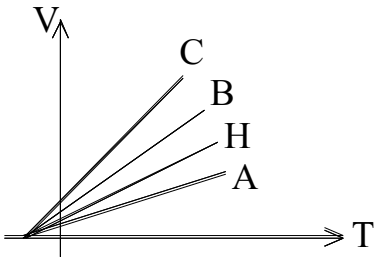
$$\Rightarrow Q_{DA} = \frac{۳}{۲}\times ۲ \times ۱۰^{-۳} \times (۴۰-۵) \times ۱۰^{۵} \Rightarrow Q_{DA} = ۱۰۵۰۰J$$

بنابراین گاز طی فرایندهای AB و DA گرما گرفته (Q_H) و طی فرایند CD گرما از دست داده است (Q_C) با استفاده از رابطه‌ی بازه‌ی یک ماشین گرمایی می‌توان نوشت:

$$Q_\eta = A_{AB} + Q_{DA} = ۲۰۰۰ + ۱۰۵۰۰ = ۱۲۵۰۰J.\ Q_C = Q_{CD} = -۵۰۰۰J$$

$$\Rightarrow \eta = ۱ - \frac{|Q_C|}{Q_H} = ۱ - \frac{۵۰۰۰}{۱۲۵۰۰} = \eta = ۶۰\%$$

۳- نمودار حجم به دما برای n مول از گاز کاملی در فشار P(ثابت) به‌صورت خط H است. اگر فشار را نصف کنیم، نمودار حجم به دما کدام خط خواهد بود؟



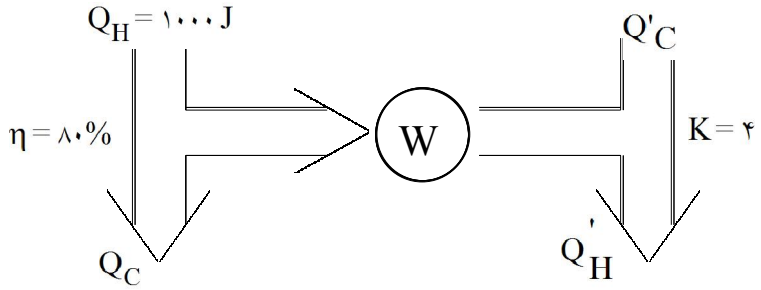
۱) A
۲) B
۳) H
۴) C

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. از شکل معلوم است که T به صورت سانتی‌گراد بیان شده است. از طرفی معادله V بر حسب T در فشار ثابت به صورت زیر است:

$$V = \left(\frac{nR}{P}\right) T$$

حال اگر فشار را نصف کنید شیب خط V - T دو برابر می‌شود پس خط C پاسخ است.

۴- برای ترکیب یک ماشین گرمایی و یک یخچال، مطابق شکل کار ماشین گرمایی به یخچال تحویل داده شده است. بازده ماشین گرمایی ۸۰% است و گرمای داده شده به ماشین (Q_H) , ۱۰۰۰ J می‌باشد. ضریب عملکرد یخچال ۴ است. Q'_H چند ژول است؟



۱) ۲۰۰ J
۲) ۴۰۰ J
۳) ۲۰۰۰ J
۴) ۴۰۰۰ J

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. از روابط ماشین گرمایی می‌توان مقدار W را یافت.

$$I = \frac{W}{Q_H} = \frac{W}{۱۰۰۰} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow W = ۸۰۰\,(J)$$

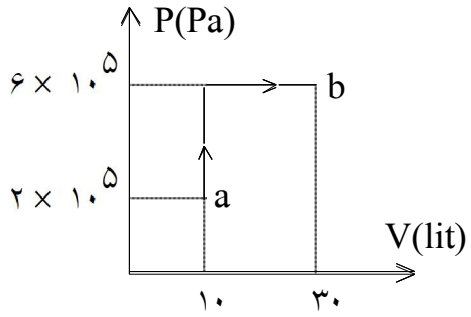
در یخچال‌ها داریم:

$$k = \frac{Q'_C}{W} \Rightarrow \frac{Q'_C}{۸۰۰} = ۴ \Rightarrow Q'_C = ۳۲۰۰\ (J)$$

$$Q'_H = Q'_C + W = ۴۰۰۰\ (J)$$

۵- در مقدار معیّنی از گاز کامل تک اتمی، فرایندی مطابق شکل انجام می‌شود.
گرمای داده شده به گاز در کل فرایند از a و b چند ژول است؟

۱) ۱۲۰۰۰
۲) ۱۸۰۰۰
۳) ۲۴۰۰۰
۴) ۳۶۰۰۰



گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر فرایند a و b را به دو مرحله‌ی (۱) و (۲) تبدیل کنیم، مرحله‌ی (۱) فرایندی است هم حجم و مرحله‌ی (۲) فرایندی است هم فشار، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q = Q_1 + Q_2 = nC_{MV}(\Delta T_1) + nC_{MP}(\Delta T_2)$$

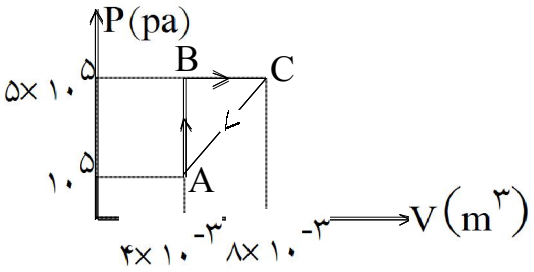
$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_1 = \frac{V}{nR}\Delta P_1 \\ \Delta T_2 = \frac{P_2}{nR}\Delta V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q = n \times \frac{3}{2}R \times \frac{V_1}{nR}\Delta P_1 + n \times \frac{5}{2}R \times \frac{P_2}{nR}\Delta V_2 = \frac{3}{2}V_1\Delta P_1 + \frac{5}{2}P_2\Delta V_2$$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = 10\,lit = 10^{-2}\,m^3 \\ \Delta P_1 = (6\times10^5 - 2\times10^5)\,Pa = 4\times10^5\,Pa \\ P_2 = 6\times10^5\,Pa \\ \Delta V_2 = (30-10)\,lit = 20\,lit = 2\times10^{-2}\,m^3 \end{array}\right\} \Rightarrow Q = \frac{3}{2}\times10^{-2}\times4\times10^5 + \frac{5}{2}\times6\times10^5\times2\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow Q = 6000 + 30000 = 36000 \Rightarrow Q = 36000\,J$$

۶- یک مول از گاز تک اتمی، یک چرخه مطابق شکل پیموده است.



این گاز در چرخه ABC

۱) ۱۶۰۰ J گرما گرفته است.

۲) ۱۶۰۰ J گرما پس داده است.

۳) ۸۰۰ J گرما گرفته است.

۴) ۸۰۰ J گرما پس داده است.

کار انجام شده روی گاز کامل در یک فرآیند آرمانی برابر است با سطح زیر منحنی در نمودار P - V.

* قسمت AB یک فرآیند هم حجم است. در این فرآیند کار انجام شده روی جسم صفر است.

* قسمت BC یک فرآیند هم فشار است. در این فرآیند حجم گاز افزایش می‌یابد و کار انجام شده روی جسم گاز منفی است. در قسمت CA چون حجم کم می‌شود، کار انجام شده روی گاز مثبت است.

$$W_{CA} = +\frac{۱}{۲} \times (۸ \times ۱۰^{-۳} - ۴ \times ۱۰^{-۳}) \times (۱۰^{۵} + ۵ \times ۱۰^{۵}) = +۱۲۰۰\,J$$

$$W_{BC} = -۵ \times ۱۰^{۵} \times (۸ \times ۱۰^{-۳} - ۴ \times ۱۰^{-۳}) = -۲۰۰۰\,J$$

بنابراین کل کار انجام شده روی گاز در چرخهٔ ABC برابر خواهد بود با:

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -۸۰۰\,J$$

بنابراین در چرخهٔ ABC، ۸۰۰ - ژول کار روی گاز انجام گرفته است.

* توجه کنید که کل کار انجام شده در این چرخه با قرینه مساحت مثلث ABC ، برابر است.

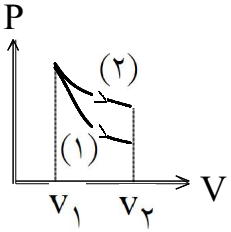
می‌دانیم، در ابتدا و انتهای چرخه حالت گاز یکسان است. پس انرژی درونی گاز در ابتدا و انتهای چرخه یکسان است.

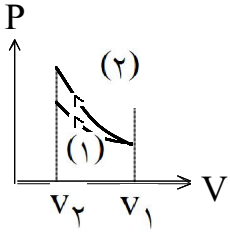
از قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U = U_{۲} - U_{۱} = Q + W$

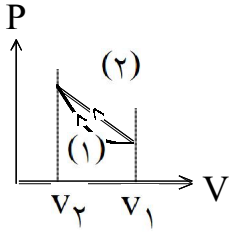
$$U_{۲} = U_{۱} \Rightarrow \Delta U = ۰ \Rightarrow Q + W = ۰ \Rightarrow Q = -w = +۸۰۰J$$

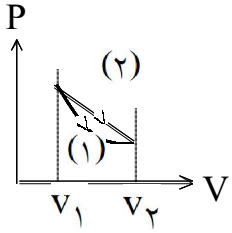
پس گاز در این چرخه ۸۰۰ ژول گرما گرفته است. بنابراین گزینهٔ ۳ جواب صحیح است.

۷- اگر نمودار تغییرات فشار و حجم یک گاز کامل را در فرآیند همدما با شماره (۱) و در فرآیند بی‌دررو با شماره (۲) نشان دهیم، کدامیک از نمودارهای زیر صحیح است؟

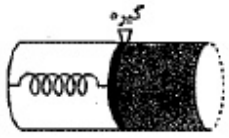
۱)


۲)


۳)


۴)


در فرآیند هم‌دما نسبت به فرآیند بی‌درو، وقتی که حجم کاهش می‌یابد، بدلیل آنکه گاز، گرما از دست می‌دهد، افت فشارش کمتر می‌شود و برعکس زمانی که حجم آن افزایش می‌یابد، چون گاز گرما می‌گیرد، لذا میزان افزایش فشارش کمتر می‌شود. بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است.



۸- در شکل روبه‌رو، استوانه‌ای به طول محور $۱۲\,cm$ و سطح مقطع $۵\,cm^۲$ از طریق پیستونی که اصطکاک آن با دیواره‌ها ناچیز است، به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. نیمه‌ی سمت راست، محتوی $۱۶\,g$ گاز اکسیژن به دمای $۲۷^\circ C$ و نیمه‌ی سمت چپ، خالی از گاز و دارای یک فنر (در حالت تعادل) است. اگر گیرنده‌ی متصل به پیستون را برداریم فنر $۲\,cm$ فشرده شده و در همان وضعیت باقی می‌ماند. اگر دمای گاز ثابت بماند ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $\left(M_{O_۲} = ۳۲\frac{g}{mol}\,,\ R = ۸\frac{J}{mol.K}\right)$

۱) $۶/۷۵ \times ۱۰^۲$ ۲) $۶/۷۵ \times ۱۰^۴$ ۳) $۷/۵ \times ۱۰^۳$ ۴) $۷/۵ \times ۱۰^۵$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا طول هر قسمت $۶\,cm$ است. با برداشتن گیره، فنر $۲\,cm$ فشرده می‌شود $(x = ۲\,cm)$ و طول قسمت سمت راست به $۸\,cm$ می‌رسد. حجم این قسمت برابر است با:

$$V = ۸ \times ۵ = ۴۰\,cm^۳ = ۴۰ \times ۱۰^{-۶}\,m^۳ = ۴ \times ۱۰^{-۵}\,m^۳$$

تعداد مول‌های گاز اکسیژن موجود در استوانه برابر است با: $n = \frac{m}{M} = \frac{۱۶}{۳۲} = ۰/۵\,mol$

طبق معادله‌ی حالت گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times \left(۴ \times ۱۰^{-۵}\right) = ۰/۵ \times ۸ \times (۲۷ + ۲۷۳) \Rightarrow P = ۳ \times ۱۰^۷\,pa$$

حالا نیرویی را که گاز به پیستون وارد می‌کند، محاسبه می‌کنیم: $F = PA = ۳ \times ۱۰^۷ \times \left(۵ \times ۱۰^{-۴}\right) = ۱۵۰۰۰N$

همین نیرو از طریق پیستون به فنر وارد می‌شود و آن‌را به اندازه‌ی $x = ۲\,cm$ فشرده می‌کند ثابت فنر را به کمک قانون هوک حساب می‌کنیم: $F = kx \Rightarrow ۱۵۰۰۰ = k \times ۲ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow k = ۷/۵ \times ۱۰^۵\frac{N}{m}$

۹- گاز کامل و تک‌اتمی A در محفظه‌ای به حجم V، تحت فشار P و دمای T و هم‌چنین گاز کامل و تک‌اتمی B در محفظه‌ای به حجم V، تحت فشار ۳P و دمای $\frac{T}{۳}$ موجود می‌باشند. اگر آن‌ها را در محفظه‌ای به حجم ۲V مخلوط کنیم به گونه‌ای که در طی فرایند انرژی درونی کل برابر مجموع تک تک انرژی‌های درونی گازهای اولیه شود، فشار گاز در محفظه‌ی جدید کدام است؟

۱) ۵P　　۲) ۲P　　۳) $\frac{۱۰}{۳}$P　　۴) $\frac{۵}{۳}$P

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر مخلوط جدید را با C نام‌گذاری کنیم، داریم:

$$n_A + n_B = n_C \Rightarrow \frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{PV}{T} + \frac{(۳P)V}{\frac{T}{۳}} = \frac{P_C(۲V)}{T_C}$$

$$\Rightarrow ۱۰\frac{PV}{T} = ۲\frac{P_C}{T_C}V \Rightarrow \frac{P_C}{T_C} = ۵\frac{P}{T} \quad (I)$$

معادله‌ی حالت گاز کامل برای A و B $\Rightarrow \begin{matrix} P_A V_A = n_A R T_A \\ P_B V_B = n_B R T_B \end{matrix}$

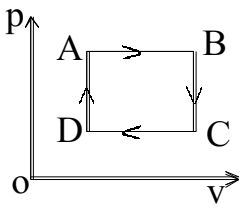
$$\Rightarrow \begin{cases} PV = n_A RT \\ ۳PV = n_B R\left(\frac{T}{۳}\right) \end{cases} \Rightarrow n_B = ۹n_A \quad \begin{cases} n_A = n \\ n_B = ۹n \end{cases} \quad n_C = n_A + n_B = ۱۰n$$

شرط مسئله : $U_C = U_A + U_B \Rightarrow \frac{۳}{۲}n_C R T_C = \frac{۳}{۲}n_A R T_A + \frac{۳}{۲}n_B R_{T_B} \Rightarrow$

$$\frac{۳}{۲}(۱۰n)RT_C = \frac{۳}{۲}(n)RT + \frac{۳}{۲}(۹n)R\left(\frac{T}{۳}\right) \Rightarrow T_C = ۰/۴T \quad (II)$$

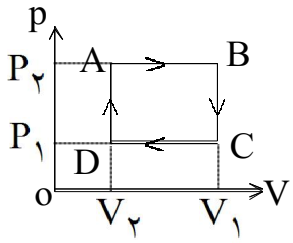
$$(I)\,,\,(II) \Rightarrow \frac{P_C}{۰/۴T} = \frac{۵P}{T} \Rightarrow P_C = ۲P$$

۱۰- یک مول گاز کامل تک‌اتمی چرخه‌ای به شکل زیر انجام داده است (ABCDA) در این چرخه گاز با محیط خارج چگونه کار و گرما مبادله کرده است؟



۱) کار داده و گرما گرفته است
۲) گرما داده و کار گرفته است
۳) بدون دادن گرما، کار گرفته است
۴) بدون دریافت گرما، کار داده است

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



کار انجام شده در چرخهٔ $C \leftarrow D \leftarrow A \leftarrow B \leftarrow C$ بصورت زیر می‌باشد:

$$W_{CDAB} = W_{CD} + W_{DA} + W_{AB} + W_{BC}$$

میدانیم کار انجام شده بر روی گاز $W = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV$ می‌باشد. اما از D تا A و از B تا C، حجم گاز ثابت مانده، پس کار انجام شده در این دو مرحله صفر است، لذا:

$$W_{DA} = W_{BC} = ۰$$

پس کار انجام شده برابر با $W_{CD} + W_{AB}$ می‌باشد. پس:

$$W_{CDAB} = -\int_{V_1}^{V_2} P_1\,dV - \int_{V_2}^{V_1} P_2\,dV = \int_{V_2}^{V_1} P_1\,dV - \int_{V_2}^{V_1} P_2\,dV = \int_{V_2}^{V_1} (P_1 - P_2)\,dV \Rightarrow$$

$$W_{CDAB} = -(\text{مساحت مستطیل } ABCD) < ۰ \Rightarrow \text{گاز کار انجام داده است}$$

طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی دستگاه برابر با مجموع جبری گرمای داده شده به دستگاه با کار انجام شده روی آن است. از طرفی، چون حالت اولیه و نهایی دستگاه یکسان است، پس:

$$U_1 = U_2 = \frac{۳}{۲}NKT$$

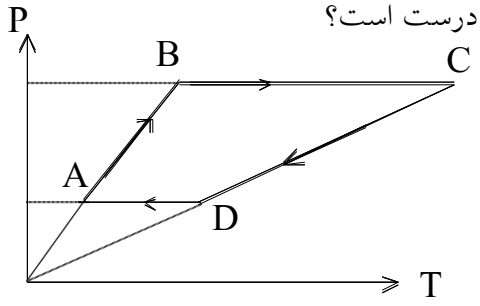
پس:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U = U_2 - U_1 = ۰ \Rightarrow Q + W = ۰ \Rightarrow Q = -W \\ W < ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow Q > ۰ \Rightarrow \text{گاز از محیط گرما گرفته است}$$

راه ساده‌تر: اندازه‌ی کاری که در یک چرخه روی سیستم انجام می‌شود برابر است با مساحت داخل چرخه، اگر چرخه ساعتگرد باشد، $W < ۰$ یعنی گاز روی محیط کار انجام داده و اگر چرخه پادساعتگرد باشد، $W > ۰$ یعنی محیط روی گاز کار انجام داده است. هم‌چنین می‌گوییم در یک چرخه به دلیل این‌که همواره سیستم به وضعیت اولیه‌ی خود باز می‌گردد، دما ثابت خواهد ماند پس:

$$\Delta T = ۰ \Rightarrow \Delta U = ۰ \Rightarrow W + Q = ۰ \Rightarrow \begin{cases} W > ۰ \Rightarrow Q < ۰ \\ W < ۰ \Rightarrow Q > ۰ \end{cases}$$

۱۱- نمودار (P-T)ی یک گاز کامل مطابق شکل است. کدام گزینه‌ی زیر درست است؟



۱) $W_{CD} > W_{AB}$

۲) $Q_{BC} < |Q_{DA}|$

۳) $|Q_{CD}| > Q_{AB}$

۴) $|W_{BC}| < W_{DA}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. چون در نمودار P-T، امتداد فرآیندهای AB و CD که خط راست هستند، از مبدأ مختصات عبور می‌کند، طبق رابطه‌ی $P=\frac{nR}{V}T$ ، حجم گاز طی این دو فرآیند ثابت است و بنابراین این دو فرآیند هم حجم هستند و همان‌طور که می‌دانیم در فرآیندهای هم حجم کاری بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود، بنابراین $W_{AB}=W_{CD}=۰$ خواهد بود. (گزینه‌ی ۱) از طرفی چون در فرآیندهای هم حجم در نمودار P-T، شیب نمودار با حجم گاز نسبت عکس دارد، بنابراین $V_{CD} > V_{AB}$ خواهد بود. برای گرمای مبادله شده در طی این دو فرآیند هم‌حجم، می‌توان نوشت:

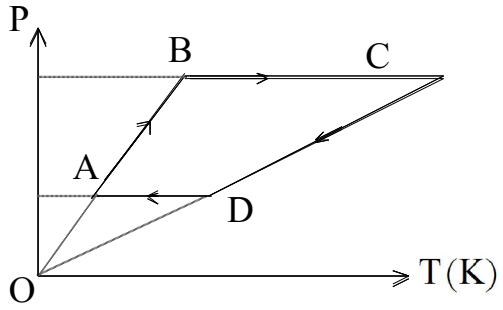
$$Q_V=nC_{MV}(T_۲-T_۱) \Rightarrow Q_V=\frac{C_{MV}}{R}V(P_۲-P_۱)$$

چون $|P_۲-P_۱|$ در هر دو فرآیند یکسان و $V_{CD}>V_{AB}$ است، بنابراین $|Q_{CD}| > Q_{AB}$ است. (گزینه‌ی ۳).

فرآیندهای BC و DA هم فشار هستند، برای گرمای مبادله شده، طی این دو فرآیند، می‌توان نوشت:

$$Q_P=nC_{MP}(T_۲-T_۱) \Rightarrow Q_P=\frac{C_{MP}}{R}P(V_۲-V_۱)$$

چون $|V_۲-V_۱|$ در هر دو فرآیند یکسان، و $P_{BC} > P_{DA}$ است، بنابراین $Q_{BC}>|Q_{DA}|$ است. (گزینه‌ی ۲).



در فرآیندهای هم فشار، رابطه‌ی $Q=\frac{-C_{MP}}{R}W$ بین کار و گرمای مبادله شده برقرار است، بنابراین در دو فرآیند هم‌فشار BC و DA با توجه به این که $Q_{BC}>|Q_{DA}|$ است می‌توان نتیجه گرفت: $|W_{BC}| > W_{DA}$ است (گزینه‌ی ۴)

۱۲- در یک یخچال $\frac{Q_C}{|Q_H|}$ کدام است؟ (k ضریب عملکرد یخچال است.)

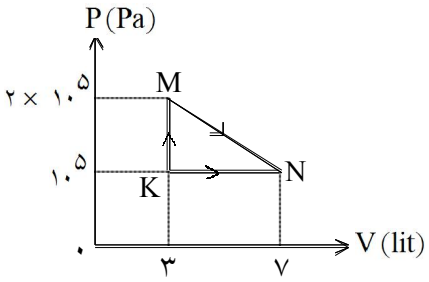
۱) k ۲) $\frac{۱+k}{k}$ ۳) $\frac{k}{k+۱}$ ۴) $\frac{k}{k-۱}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$K=\frac{Q_C}{W} \Rightarrow K=\frac{Q_C}{|Q_H|-Q_C} \Rightarrow \frac{۱}{K}=\frac{|Q_H|-Q_C}{Q_C} \Rightarrow \frac{۱}{K}=\frac{|Q_H|}{Q_C}-۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{K}+۱=\frac{|Q_H|}{Q_C} \Rightarrow \frac{|Q_H|}{Q_C}=\frac{K+۱}{K} \Rightarrow \frac{Q_C}{|Q_H|}=\frac{K}{K+۱}$$

۱۳- مطابق شکل مقابل، گاز دواتمی، از طریق دو مسیر از K به N رسیده است. گرمایی که گاز در مسیر KMN گرفته، چند ژول است؟ $\left(C_{MV}=\frac{۵}{۲}R\ ,\ C_{MP}=\frac{۷}{۲}R\right)$



۱) ۶۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۱۶۰۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

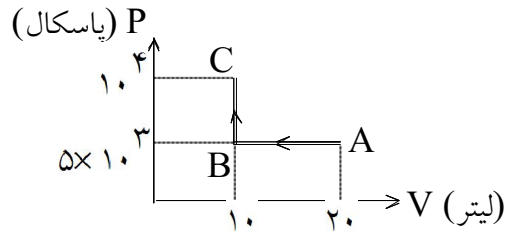
$$\left.\begin{matrix}\Delta T_{KN}=\Delta T_{KMN}\\ \Delta U_{KN}=\Delta U_{KMN}\end{matrix}\right\}\Rightarrow Q_{KN}+W_{KN}=Q_{KMN}+W_{KMN}$$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۲}P\Delta V - P\Delta V = Q_{KMN}+W_{KMN}$$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۲}\times ۱۰^{۵}\times ۴\times ۱۰^{-۳} - \left(+۱۰^{۵}\right)\times (۷-۳)\times ۱۰^{-۳} = Q_{KMN}+\frac{۳\times ۱۰^{۵}\times ۴\times ۱۰^{-۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow Q_{KMN} - ۶۰۰ = ۱۰۰۰ \Rightarrow Q_{KMN} = ۱۶۰۰J$$

۱۴- نمودار فرآیند گاز کاملی به شکل مقابل است. در این فرآیند گاز از محیط خارج چقدر کار و چقدر گرما گرفته است؟



۱) $W = ۵۰\,j$ و $Q = -۵۰\,j$

۲) $W = ۵۰\,j$ و $Q = ۰$

۳) $W = -۵۰\,j$ و $Q = ۵۰\,j$

۴) $W = ۰$ و $Q = -۵۰\,j$

در صورتیکه W کار انجام شده بر روی گاز باشد مقدار آن از رابطه $W = -\int_{V_۱}^{V_۲} P\,dv$ بدست می‌آید. بنابراین برای محاسبه W روی مسیر $A \longleftarrow B \longleftarrow C$ خواهیم داشت:

$$W_{AC} = W_{AB} + W_{BC} = -\int_{۲۰}^{۱۰} ۵\times۱۰^{۳}\,dV - \int_{۱۰}^{۱۰} P\,dV \Rightarrow W_{AC} = +۵\times۱۰^{۳}(۲۰-۱۰) \Rightarrow$$

$$\int_{۱۰}^{۱۰} P\,dV = ۰$$

$$W_{AC} = ۵\times۱۰^{۴}\ N/m^{۲} \times lit = \frac{۵\times۱۰^{۴}}{۱۰^{۳}} = ۵۰\ J \Rightarrow$$ دستگاه ۵۰ J کار در یافت کرده است.

طبق رابطه $\frac{PV}{T} = cte$ می‌توان گفت که برای دو حالت A و C داریم:

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{T_C}{T_A} = \frac{P_C}{P_A}\times\frac{V_C}{V_A} = \left(\frac{۱۰}{۵}\right)\times\left(\frac{۱۰}{۲۰}\right) = ۱ \Rightarrow T_C = T_A \Rightarrow$$

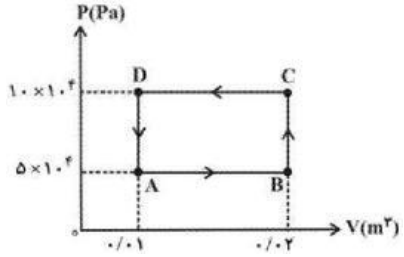
$$\left.\begin{array}{l} T_C = T_A \\ U_A = \frac{۳}{۲}NKT_A \\ U_C = \frac{۳}{۲}NKT_C \end{array}\right\} \Rightarrow U_A = U_C \Rightarrow \Delta U_{A\longrightarrow C} = ۰$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U_{A\longrightarrow C} = ۰ \\ \text{طبق قانون اول ترمودینامیک } \Delta U = Q + W \end{array}\right\} \Rightarrow Q + W = ۰ \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} Q = -W = -۵۰\ J \\ W > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow Q < ۰$$

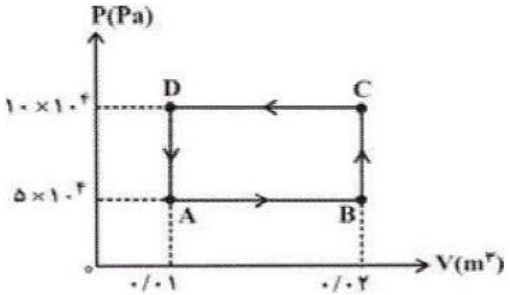
دستگاه گرما داده است. بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

۱۵- یک مول گاز کامل تک‌اتمی در یک یخچال فرضی چرخه‌ای مطابق شکل مقابل را می‌پیماید. ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟ $\left(C_{MP}=\frac{۵}{۲}R\ ,\ C_{MV}=\frac{۳}{۲}R\right)$



۱) ۴
۲) ۵/۵
۳) ۴/۵
۴) ۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا کار انجام شده بر روی یخچال را که برابر با مساحت داخل چرخه است، حساب می‌کنیم.



$W_{\text{چرخه}}$ = مساحت مستطیل

$= (۰/۰۲ - ۰/۰۱) \times \left(۱۰ \times ۱۰^{۴} - ۵ \times ۱۰^{۴}\right) \Rightarrow W = ۵۰۰J$

با توجه به فرآیندهای این چرخه، در فرآیندهایی که دمای گاز افزایش می‌یابد (فرآیندهای AB و BC)، گاز گرمای Q_C را از محیط سرد داخل یخچال می‌گیرد. بنابراین داریم:

$$Q_{AB}=\frac{۵}{۲}P_{AB}(V_B - V_A) \Rightarrow Q_{AB}=\frac{۵}{۲}\times ۵ \times ۱۰^{۴} \times (۰/۰۲ - ۰/۰۱) = ۱۲۵۰J$$

$$Q_{BC}=\frac{۳}{۲}V_{BC}(P_C - P_B) \Rightarrow Q_{BC}=\frac{۳}{۲}\times ۰/۰۲ \times \left(۱۰ \times ۱۰^{۴} - ۵ \times ۱۰^{۴}\right) = ۱۵۰۰J$$

$$Q_C = Q_{AB} + Q_{BC} = ۱۲۵۰ + ۱۵۰۰ \Rightarrow Q_C = ۲۷۵۰J$$

در نهایت ضریب عملکرد یخچال را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$K = Q_{CW} = \frac{۲۷۵۰}{۵۰۰} \Rightarrow K = ۵/۵$$

۱۶- توان الکتریکی دو یخچال A و B با هم برابر است، ولی در یک مدت معین، گرمایی که یخچال A به محیط می‌دهد دو برابر گرمایی است که یخچال B به محیط می‌دهد. اگر ضریب عملکرد یخچال A، n برابر ضریب عملکرد یخچال B باشد، n چقدر است؟

۱) $۲ > n > ۱$ ۲) $۱ > n > \frac{۱}{۲}$ ۳) $n > ۲$ ۴) $\frac{۱}{۲} > n$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|Q_{HA}| = ۲|Q_{HB}| \Rightarrow W + Q_{CA} = ۲(W + Q_{CB})$$

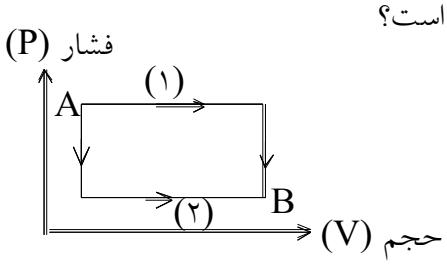
چون توان دو یخچال برابر است، در مدت یکسان W برای هر دو برابر است.

$$\Rightarrow W + Q_{CA} = ۲W + ۲Q_{CB} \Rightarrow Q_{CA} = W + ۲Q_{CB}$$

$$n = \frac{\eta_A}{\eta_B} = \frac{\frac{Q_{CA}}{W}}{\frac{Q_{CB}}{W}} = \frac{Q_{CA}}{Q_{CB}} = \frac{W + ۲Q_{CB}}{Q_{CB}} = \frac{W}{Q_{CB}} + \frac{۲Q_{CB}}{Q_{CB}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{W}{Q_{CB}} + ۲ \Rightarrow n > ۲$$

۱۷- شکل مقابل نمودار تحول یک مول گاز کامل را از A به B از دو طریق (۱) و (۲) نشان می‌دهد. اگر کار و گرمای مبادله شده با محیط به ترتیب $(Q_۱, W_۱)$ و $(Q_۲, W_۲)$ باشد کدام صحیح است؟



۱) $Q_۱ > W_۲, Q_۱ = Q_۲$

۲) $Q_۱ > Q_۲, W_۱ = W_۲$

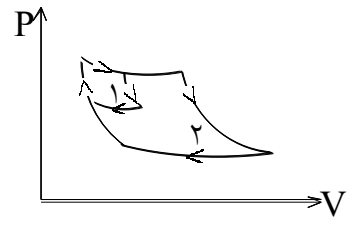
۳) $W_۱ + Q_۱ = W_۲ + Q_۲$

۴) $W_۱ < W_۲, Q_۱ = Q_۲$

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم: $Q + W = \Delta U$. چون تغییر انرژی درونی بین دو نقطه A و B به مسیر بستگی ندارد لذا خواهیم داشت: $Q_۱ + W_۱ = Q_۲ + W_۲ = \Delta U$

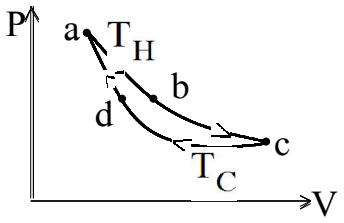
بنابراین گزینهٔ ۳ صحیح است.

۱۸- در شکل زیر، نمودار PV دو ماشین گرمایی کارنو با شماره‌های ۱ و ۲ مشخص شده است. کدام گزینه درست است؟

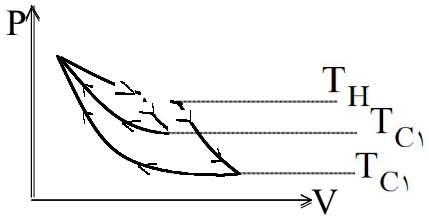


۱) بازده ماشین ۲ از بازده ماشین ۱ بزرگتر است.
۲) بازده ماشین ۱ از بازده ماشین ۲ بزرگتر است.
۳) الزاماً توان ماشین ۲ از توان ماشین ۱ بزرگتر است.
۴) الزاماً توان ماشین ۱ از توان ماشین ۲ بزرگتر است.

چرخهٔ یک ماشین کارنو از چهار فرآیند آرمانی تشکیل می‌شود.



۱- فرآیند همدمای ab در دمای T_H (دمای چشمهٔ گرم)
۲- فرآیند بی‌دررو bc
۳- فرآیند همدمای cd در دمای T_C (دمای چشمه سرد)
۴- فرآیند بی‌دررو da

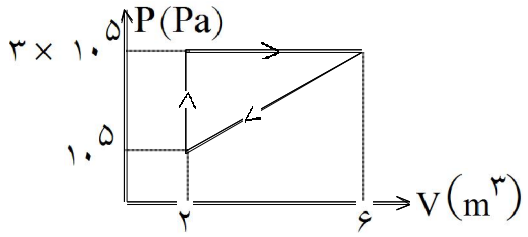


پس دستگاه در حالت a در دمای T_H و در حالت c در دمای T_C می‌باشد.
با توجه به شکل سؤال، دمای چشمهٔ گرم (T_H) برای هر دو ماشین یکسان است. دمای چشمهٔ سرد ماشین ۱ بیشتر از دمای چشمهٔ سرد ماشین ۲ است. ($T_{C۱} > T_{C۲}$)

$$\eta = ۱ - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \begin{cases} \eta_۱ = ۱ - \dfrac{T_{C۱}}{T_H} \\ \eta_۲ = ۱ - \dfrac{T_{C۲}}{T_H} \end{cases} \Rightarrow T_{C۱} > T_{C۲} \Rightarrow \eta_۱ < \eta_۲$$

بنابراین گزینهٔ ۱ صحیح است.

۱۹- یک گاز چرخه‌ای مطابق شکل مقابل را طی می‌کند. کاری که در یک چرخه، محیط روی گاز انجام می‌دهد، بر حسب ژول کدام است؟

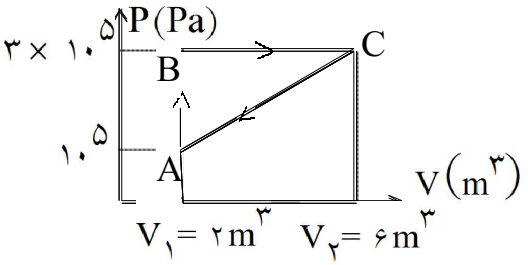


۱) -۸×۱۰^{۵} ۲) -۴×۱۰^{۵}

۳) ۴×۱۰^{۵} ۴) ۸×۱۰^{۵}

می‌دانیم در هر فرایند، کل کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد برابر با سطح زیر منحنی نمودار PV است:

$$W = -\int_{V_۱}^{V_۲} P\,dV$$



در فرایند هم‌حجم AB ، حجم گاز در حین تحول ثابت می‌ماند و کار انجام شده صفر است. در فرایند هم‌فشار BC، کار انجام شده روی گاز برابر خواهد بود با:

$$W_{BC} = -P_۲(V_۲ - V_۱) = -۳ \times ۱۰^{۵} \times (۶ - ۲) = -۱۲ \times ۱۰^{۵} J$$

در فرآیند CA، کار انجام شده روی گاز با مساحت ذوزنقهٔ هاشور خورده در شکل، برابر است:

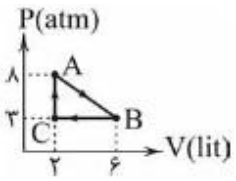
$$W_{CA} = \frac{۱}{۲} \times (V_۲ - V_۱) \times (P_۱ + P_۲) = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ \times ۱۰^{۵} = ۸ \times ۱۰^{۵} J$$

و در نهایت کل کاری که در این چرخه، محیط روی گاز انجام می‌دهد، برابر خواهد با:

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = ۰ - ۱۲ \times ۱۰^{۵} + ۸ \times ۱۰^{۵} = -۴ \times ۱۰^{۵} J$$

توجه کنید که در هر فرایندی که حجم گاز کاهش بیابد، کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد مثبت است و در هر فرایندی که حجم گاز افزایش بیابد، کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد منفی است. بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح سوال است.

۲۰- چرخه‌ی شکل مقابل، مربوط به ماشین گرمایی است که با گاز کامل و تک‌اتمی کار می‌کند. بازده ماشین چند درصد است؟



۱) ٪۱۵ ۲) ٪۲۵

۳) ٪۴۰ ۴) ٪۶۰

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در ماشین گرمایی Q_H مثبت و Q_C و W منفی است. چرخه‌ی نمایش داده شده ساعتگرد بوده پس W منفی است. هم‌چنین $Q_{CA} > ۰$ و $Q_{CB} < ۰$ برای تعیین علامت Q_{AB} ابتدا W و ΔU را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_B V_B = ۱۸ \times ۱۰^{۲} J \\ P_A V_A = ۱۶ \times ۱۰^{۲} J \end{cases} \Rightarrow P_B V_B > P_A V_A \Rightarrow \Delta U_{AB} > ۰$$

با توجه به افزایش حجم در فرایند AB ، $W_{AB} < ۰$، پس حتماً $Q_{AB} > ۰$.

$$|Q_C| = Q_{BC} = \left|\frac{۵}{۲} P \Delta V\right| = \left|\frac{۵}{۲} \times ۳ \times ۱۰^{۵} \times (۲ - ۶) \times ۱۰^{-۳}\right| = ۳۰۰۰ J$$

$$|W| = S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵ \times ۱۰^{۲} = ۱۰۰۰ J$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} = \frac{۱۰۰۰}{۱۰۰۰ + ۳۰۰۰} = ۰/۲۵ = ٪۲۵$$