بسمه تعالی

برنامه نویسی روش رانگه-کوتا مرتبه ٤

Ssmns.blog.ir

مقدمه

در این آموزش قصد دارم تا چگونگی حل یک معادله دیفرانسیل با روش رانگه-کوتای مرتبه چهار رو برای آموزش قرار بدهم. برای این روش در کتاب‌های گوناگون می توانید کلیت آن را مشاهده کنید ولی احتمال دارد در ابطه با عمال آن بر روی یک معادله مرتبه بالا دچار مشکل شوید. این روش بر پایه حل معادله دیفرانسل مرتبه اول نوشته می شود ، لذا لازم است در صورتی که معادله با مرتبه بالاتر از یک داریم ، معادله را به چند معادله مرتبه اول تجزیه کنیم و سپس به حل مساله بپردازیم.

مثال

معادله زیر را در نظر بگیرید در ادامه به آموزش حل آن خواهیم پرداخت:

$$\begin{aligned} & y''' + yy'' + 5(1-y')^2 = \sin(x) \\ & y(0) = 1 \\ & y'(0) = 2 \\ & y''(0) = 0 \end{aligned}$$

رابطه ١

در ادامه باید با تعریف متغیرهایی سه معادله مرتبه اول از رابطه فوق استخراج کنیم. که بصورت زیر خواهند شد:

$$\begin{aligned} & y' = \frac{dy}{dx} = eq1 \\ & y'' = \frac{dy'}{dx} = eq2 \\ & y''' = \frac{dy''}{dx} = -y \bullet eq2 - 5(1-eq1)^2 + \sin(x) \\ & y(0) = 1 \\ & y'(0) = 2 \\ & y''(0) = 0 \end{aligned}$$

رابطه ٢

مقدمات عددی

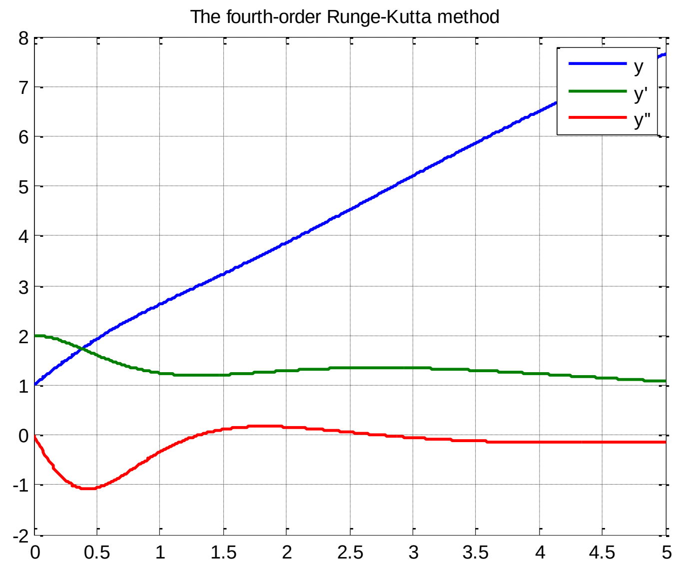
در ادامه به اعمال روش رانگه-کوتا در برنامه مطلب می پردازیم می پردازیم. باز شده عبارات فوق در ادامه آورده شده اند:

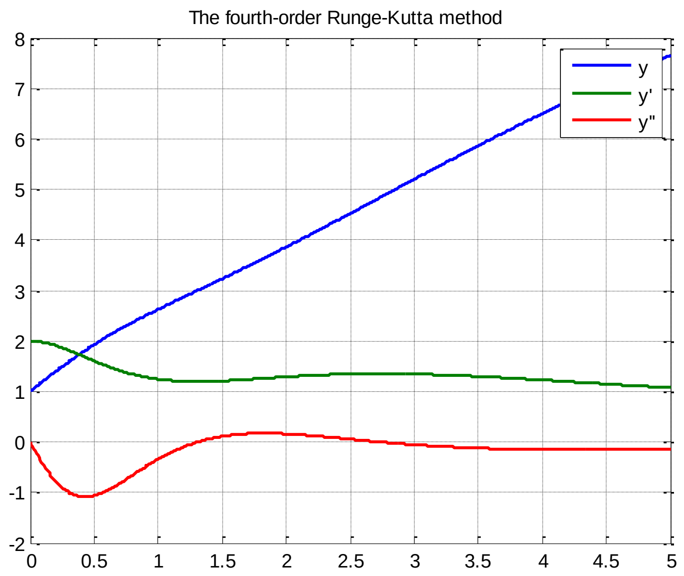
$$\begin{aligned} & y_{i+1} = y_i + (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4)/6 \\ & F_1 = dx \bullet y_i' \\ & F_2 = dx \bullet (y_i' + F_1/2) \\ & F_3 = dx \bullet (y_i' + F_2/2) \\ & F_4 = dx \bullet (y_i' + F_3) \end{aligned}$$

رابطه ٣

$y'_{i+1} = y'_i + (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4)/6$ $F_1 = dx \bullet y''_i$ $F_2 = dx \bullet (y''_{ii} + F_1/2)$ $F_3 = dx \bullet (y''_{ii} + F_2/2)$ $F_4 = dx \bullet (y''_{ii} + F_3)$	**رابطه ٤**
$y''_{i+1} = y''_i + (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4)/6$ $F_1 = dx \bullet (-y_i \bullet y''_i - 5(1 - y'_i)^2 + \sin((\mathrm{i}-1) \bullet x))$ $F_2 = dx \bullet (-(y_i + F_1/2) \bullet (y''_i + F_1/2) - 5(1 - (y'_i + F_1/2))^2 + \sin((\mathrm{i}-1) \bullet x + dx/2))$ $F_3 = dx \bullet (-(y_i + F_2/2) \bullet (y''_i + F_2/2) - 5(1 - (y'_i + F_2/2))^2 + \sin((\mathrm{i}-1) \bullet x + dx/2))$ $F_4 = dx \bullet (-(y_i + F_3) \bullet (y''_i + F_3) - 5(1 - (y'_i + F_3))^2 + \sin((\mathrm{i}-1) \bullet x + dx))$	**رابطه ٥**

در برنامه نویسی ابتدا باید از رابطه ۵ شروع کرده و به رابطه ۳ برسیم به این ترتیب مساله ما حل خواهد شد. در ادامه جواب معادله فوق و مشتقات و اول و دوم در نموداری ترسیم شده اند.





کد Matlab

کد برنامه حل بالا و همچنین حل تابع ode45 برنامه Matlab در زیر آورده شده است .

```
function [x,y,y1,y2,xx,yy] = main()
clc
clear all
close all
global beta
beta=5;
dx=.01;
x=0:dx:5;
y(1)=1;
y1(1)=2;
y2(1)=0;
for i=2:numel(x)

    f1=-dx*(y(i-1)*y2(i-1)+beta*(1-y1(i-1))^2-sin((i-1)*dx));
    f2=-dx*((y(i-1)+f1/2)*(y2(i-1)+f1/2)+beta*(1-(y1(i-1)+f1/2))^2 ...
        -sin((i-1)*dx+dx/2));
    f3=-dx*((y(i-1)+f2/2)*(y2(i-1)+f2/2)+beta*(1-(y1(i-1)+f2/2))^2 ...
        -sin((i-1)*dx+dx/2));
    f4=-dx*((y(i-1)+f3)*(y2(i-1)+f3)+beta*(1-(y1(i-1)+f3))^2 ...
        -sin((i-1)*dx+dx));
    y2(i)=y2(i-1)+(f1+f4+2*(f3+f2))/6;

    f1=dx*y2(i);
    f2=dx*(y2(i)+f1/2);
    f3=dx*(y2(i)+f2/2);
    f4=dx*(y2(i)+f3);
    y1(i)=y1(i-1)+(f1+f4+2*(f3+f2))/6;

    f1=dx*y1(i);
    f2=dx*(y1(i)+f1/2);
    f3=dx*(y1(i)+f2/2);
    f4=dx*(y1(i)+f3);
    y(i)=y(i-1)+(f1+f4+2*(f3+f2))/6;

end
figure(1)
plot(x,y,x,y1,x,y2,'linewidth',2)
legend('y','y''','y''''')
grid on
title('The fourth-order Runge-Kutta method ')


figure(2)
[xx,yy]=ode45(@ode001,[0 5],[1;2;0]);
plot(xx,yy(:,1),xx,yy(:,2),xx,yy(:,3),'linewidth',2)
legend('y','y''','y''''')
grid on
title('Matlab ode45 method')
end


function dydx=ode001(x,y)
global beta
dydx=[y(2);y(3);-y(1)*y(3)-beta*(1-y(2))^2+sin(x)];
end
```

امیدوارم این آموزش مورد توجه دوستان محترم قرار بگیرد.

سید سجاد موسوی نژاد سوق

آذر ۹۳ - یاسوج