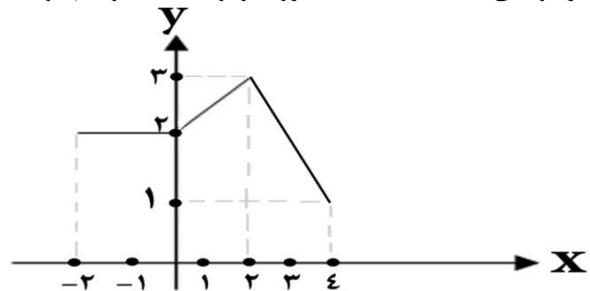


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۱
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: حسین مهربانی		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره		
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) تابع $f(x) = x - 3 $ در بازه ی اکیدا نزولی است. ب) باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $x^3 + x - 2$ بر $x^2 + 1$ برابر با است. پ) دوره تناوب تابع $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 2$ برابر با است. ت) جواب های کلی معادله $\tan x = \tan \alpha$ به صورت می باشد.	۱		
۱	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با رسم مراحل، نمودار $y = -f(2x)$ را رسم کنید. 	۱		
۳	جواب های کلی معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را بدست آورید.	۱		
۴	حاصل حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x}{4x + 1}$	۲		
۵	مشتق تابع $f(x) = x^2 + 3x$ را در نقطه $x = 2$ به کمک تعریف مشتق بدست آورید.	۱/۵		
۶	در تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ معادله خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول $x = 3$ را بدست آورید.	۱/۵		
۷	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۵		
۸	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{3x^2 + 4x}{x^2 - 3x + 4}$ ب) $g(x) = \sin^2(3x^2 + 5)$	۲		
۹	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - 5t + 6$ بر حسب متر در بازه زمانی $[3, 5]$ (ت بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه $[3, 5]$ با هم برابرند.	۱/۵		
۱۰	در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $(-1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد.	۱/۷۵		
۱۱	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را در بازه $[-1, 2]$ در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را بدست آورید.	۱/۷۵		
۱۲	جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = -\sqrt{x-2}$ را بدست آورید.	۱/۷۵		
۱۳	اگر نقطه $A(-2, 3)$ محل برخورد مجانب های تابع $y = \frac{ax+6}{cx+4}$ باشد، نقطه برخورد تابع با محور x ها را بیابید.	۱/۷۵		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: حسین مهربانی					
ردیف	پاسخنامه						نمره
۱	الف) $(-\infty, 3]$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷) (۰/۲۵) ب) $\frac{-21}{8}$ (کار در کلاس صفحه ۱۹) (۰/۲۵) پ) ۸ (مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۳) (۰/۲۵) ت) $x = k\pi + \alpha$ (صفحه ۴۲ کتاب) (۰/۲۵)						۱
۲	(مشابه کار در کلاس صفحه ۸) 						۲
۳	(مثال صفحه ۴۰) (۰/۲۵) $2\sin x \cos x = 2 \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin \frac{\pi}{3} \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} & (۰/۲۵) \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} & (۰/۲۵) \end{cases}$						۳
۴	(کار در کلاس صفحه ۵۳) الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} = \frac{2^+}{.^+} = +\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x}{4x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{4} = \frac{-\infty}{4} = -\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)						۴
۵	(مشابه مثال صفحه ۷۹) $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+5)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+5) = 2+5 = 7$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)						۵

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸: صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسین مهربانی							
ردیف	پاسخنامه	نمره					
۶	<p>(مشابه تمرین ۱ صفحه ۸۱)</p> $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \Rightarrow m = f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4} \quad (0/20)$ $f(x) = \sqrt{x+1}, \quad x=3 \Rightarrow y = f(3) = 2 \quad (0/20)$ $m = \frac{1}{4}, \quad A(3,2) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 8 = x - 3 \Rightarrow 4y - x = 5 \quad (0/20)$	۱/۵					
۷	<p>(مثال صفحه ۸۶)</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2 - 1 - 0}{x - 1} =$ $\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2 \end{cases} \quad (0/5)$ <p>$2 \neq -2$ پس تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست $(0/5)$</p>	۱/۵					
۸	<p>(مشابه مثال صفحه ۹۴)</p> $f'(x) = \frac{(6x + 4)(x^2 - 3x + 4) - (2x - 3)(3x^2 + 4x)}{(x^2 - 3x + 4)^2} \quad (1)$ <p>(مشابه کاربرد کلاس صفحه ۹۷)</p> $g'(x) = (2)(6x) \cos(3x^2 + 5) \sin(3x^2 + 5) \quad (1)$	۲					
۹	<p>(مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۰۹)</p> $\bar{v} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{6 - 0}{2} = 3 \quad (0/5)$ $f'(t) = 2t - 5 \Rightarrow v(t) = 2t - 5 \Rightarrow v(t) = 3 \Rightarrow 2t - 5 = 3 \Rightarrow t = 4$	۱/۵					
۱۰	<p>طول نقطه اکستروم نسبی ریشه مشتق اول می باشد (مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۲۶)</p> $f'(x) = 3x^2 + 2ax \Rightarrow f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \quad (0/5)$ $f(-1) = 2 \Rightarrow -1 + a + b = 2 \Rightarrow a + b = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} + b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \quad (0/5)$	۱/۷۵					

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت امتحان:												
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳												
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسین مهربانی															
ردیف	پاسخنامه	نمره													
۱۱	<p>(تمرین ۶ صفحه ۱۲۵)</p> <p>نقطه بحرانی $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x = 1$ $(0/20)$ $(0/20)$</p> <p>$x = -1 \Rightarrow y = f(-1) = 2$, $x = 1 \Rightarrow y = f(1) = -2$ $x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 2$</p> <p>نقاط $(-1, 2)$ و $(2, 2)$ ماکسیمم مطلق و نقطه $(1, -2)$ مینیمم نسبی و مطلق است و نقطه $(1, -2)$ نقطه بحرانی است. $(0/75)$</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>-2</td> <td>2</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">$(0/5)$</p>	x	-1	1	2	$f'(x)$	+	-	+	y	2	-2	2	۱/۷۵	
x	-1	1	2												
$f'(x)$	+	-	+												
y	2	-2	2												
۱۲	<p>(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۶)</p> <p>تابع در کل R پیوسته است.</p> <p>$f(x) = -\sqrt[3]{x-2}$, $Df = R \Rightarrow f(x) = -(x-2)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{3\sqrt[3]{(x-2)^2}}$ $(0/25)$ $f''(x) = -\frac{1}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)(x-2)^{-\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{9}(x-2)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{9\sqrt[3]{(x-2)^5}}$ $(0/5)$</p> <p>تابع در $x = 2$ پیوسته و $f'(2) = -\infty$. بنا بر این نقطه $x = 2$ نقطه عطف است. $(0/5)$</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>-</td> <td>ت</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td>\cap</td> <td></td> <td>\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">$(0/5)$</p>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f''(x)$	-	ت	+		\cap		\cup	۱/۷۵	
x	$-\infty$	2	$+\infty$												
$f''(x)$	-	ت	+												
	\cap		\cup												
۱۳	<p>(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۴۴)</p> <p>$y = \frac{ax+6}{cx+4}$</p> <p>مجاذب قائم $x = -2$ $(0/5)$ مجاذب افقی $y = 3$</p> <p>$cx+4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{c} = -2 \Rightarrow c = 2$ $(0/25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+6}{cx+4} = \frac{a}{c} = \frac{a}{2} = 3 \rightarrow a = 6 \Rightarrow y = \frac{6x+6}{2x+4} = \frac{3x+3}{x+2}$ $(0/25)$</p> <p>$y = 0 \Rightarrow \frac{3x+3}{x+2} = 0 \Rightarrow 3x+3 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$ $(-1, 0)$ محل برخورد با محور x ها $(0/5)$</p>	۱/۷۵													