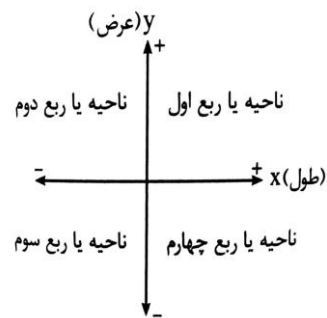


فصل ۸: بردار و مختصات

صفحه مختصات

دستگاه مختصات از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است. به این دو محور، محور مختصات و به محل برخورد آن‌ها مبدا مختصات می‌گویند.

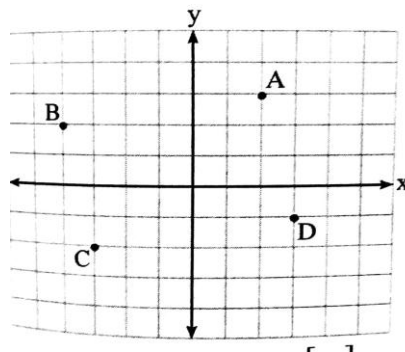
محور افقی را محور طول‌ها (x) و به محور عمودی محور عرض‌ها (y) می‌گویند



نمایش نقطه در صفحه مختصات

هر نقطه در صفحه مختصات را به صورت $\begin{bmatrix} \text{طول} \\ \text{عرض} \end{bmatrix}$ یا $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و با حروف بزرگ انگلیسی نمایش می‌دهند

مثال: مختصات نقاط زیر را بنویسید



پاسخ:

نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و در ناحیه اول

نقطه $B = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ و در ناحیه دوم

نقطه $C = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و در ناحیه سوم

نقطه $D = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و در ناحیه چهارم

نکته :

- عرض هر نقطه روی محور طول ها برابر صفر است مثال : $A = \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}$

- اگر نقطه ای روی محور عرض ها باشد طول آن نقطه صفر است مثال $B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$

- مبدا مختصات را با O نشان می دهند و مختصات آن $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

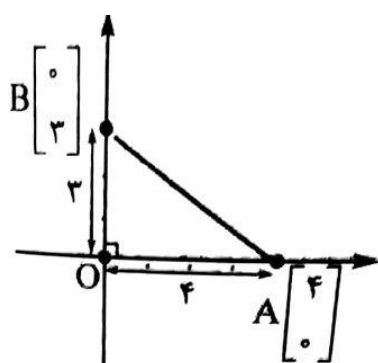
مثال : $A = \begin{bmatrix} 3+m \\ 2m-5 \end{bmatrix}$ نقطه ای در ناحیه اول دستگاه مختصات است اگر دو برابر فاصله A تا محور

x ها با سه برابر فاصله آن تا محور y ها برابر باشد آن وقت m را به دست آورید

پاسخ: فاصله نقطه A تا محور x ها برابر $2m - 5$ و فاصله آن تا محور y ها برابر $3 + m$ است

$$2(2m - 5) = 3(3 + m) \rightarrow 4m - 10 = 9 + 3m \rightarrow 4m - 3m = 9 + 10 \rightarrow m = 19$$

مثال : مختصات سه راس مثلثی $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ است مساحت این مثلث چقدر است؟



$$S_{\Delta OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

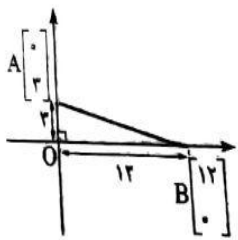
مثال : اگر $A = \begin{bmatrix} \Delta m - 40 \\ 2n - 1 \end{bmatrix}$ روی محور عرض ها و $B = \begin{bmatrix} m + 4 \\ 2n - 4 \end{bmatrix}$ روی محور طول ها باشند ، آن وقت مساحت مثلث OAB چقدر است ؟

پاسخ:

چون A روی محور عرض ها پس طول آن صفر است و چون B روی محور طول ها است پس عرض آن صفر است

$$\left. \begin{array}{l} \text{روی } A \Rightarrow \Delta m - 40 = 0 \Rightarrow \Delta m = 40 \Rightarrow m = 8 \\ \text{روی } B \Rightarrow 2n - 4 = 0 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \times 2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 + 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

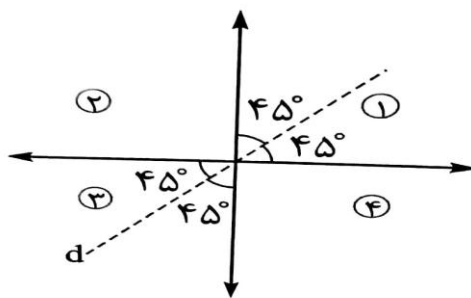
با توجه به شکل داریم:



$$S_{\Delta OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 12}{2} = 3 \times 6 = 18$$

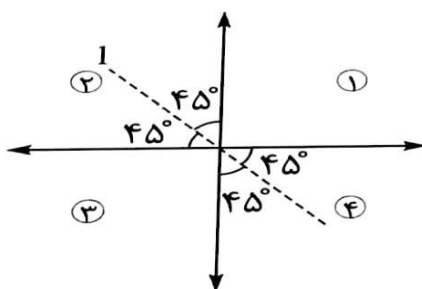
نیمساز ناحیه ها

تصویر زیر نیمساز ناحیه اول و سوم را نمایش می دهد



اگر $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشد آن وقت : $x = y$

تصویر زیر نیمسازهای ناحیه دوم و چهارم را نشان می‌دهد



اگر $B = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم باشد آن وقت : $a = -b$

مثال : اگر $A = \begin{bmatrix} 2k-1 \\ k+2 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم محورهای مختصات قرار بگیرد، آن وقت k را به دست آورید؟

پاسخ :

مختصات نقاط روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم به صورت $\begin{bmatrix} x \\ -x \end{bmatrix}$ است

$$2k-1 = -(k+2) \Rightarrow 2k-1 = -k-2 \Rightarrow 2k+k = -2+1 \Rightarrow 3k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

مثال : m چقدر باشد تا نقطه $\begin{bmatrix} 2m-3 \\ 5m+6 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ربع اول و سوم باشد؟

پاسخ :

نقاطی روی نیمساز ناحیه اول و سوم هستند که طول و عرض آن‌ها برابر باشد :

$$2m-3 = 5m+6 \Rightarrow -3-6 = 5m-2m \Rightarrow -9 = 3m \xrightarrow{(\div 3)} m = -3$$