

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام دوستای خان. ایام به کام!

لایحه PDF شامل نمونه سوالات بفرست معادله درجه دو و تابع کلاسهای آکایان پوراحمد و صفی هست.

واحد جزوه و نمونه سوال و بلاگ کلاس ۳۰۵

دبیرستان علامه صدرتهرانی



معمد علی محمد سبحانی

معمد رضا طیبی سمنانی

Helli305.ir

۱۰ / در ۵۶ / ۹۳

۱. اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، مقدار عددی عبارت زیر را حساب کنید.

$$(\alpha - 1)^2(\beta - 1)^2 + \alpha^2(3\beta - 1)$$

۲. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، مقدار عددی $\alpha^{10} + \beta^{10}$ را حساب کنید.

۳. ثابت کنید دست‌کم یکی از معادله‌های زیر ریشه حقیقی دارد.

$$20ax^2 + ax + 14b = 0;$$

$$abx^2 - bx - 14 = 0$$

معادله‌های زیر را حل کنید.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15 = 0 \quad (\text{ب}) \quad \frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 + 2x + 3} = x^2 + 2x - 4 \quad (\text{الف})$$

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ باشند، مقادیر α و β را به دست آورید.

مقدار m را طوری بیابید که در معادله $2x^2 - (2m+1)x + m^2 - 9m + 36 = 0$ یکی از ریشه‌ها

دو برابر ریشه دیگر باشد.

معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن از دو برابر ریشه‌های معادله $x^2 - x - 5 = 0$ دو واحد کمتر باشد.

مقدار m را طوری بیابید که بین α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + (2m-1)x + m - 1 = 0$ ،

رابطه $3\alpha - 2\beta = 2$ برقرار باشد.

۹. مقدار a را طوری بیابید که معادله‌های زیر دارای یک ریشه مشترک باشند.

$$x^2 + x + a = 0;$$

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

۱۰. معادله درجه دومی بنویسید که بین ریشه‌های آن، α و β ، روابط زیر برقرار باشد.

$$(\alpha + 2)(\beta + 2) = 20;$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 7$$

۱۱. نمودار تابع $y = x^2 + ax + 4 - a^2$ به ازای کدام مقادیر a از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

۱۲. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + m = 0$ باشند، حدود m را طوری بیابید که $\alpha < 1 < \beta$.

۱۳. ثابت کنید اگر در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ یکی از ریشه‌ها k برابر ریشه دیگر باشد و $k \neq 0$.

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \quad \text{آنگاه}$$

۱. دامنه توابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{x}} \quad (\text{ب}) \quad f(x) = \sqrt{x - |x|} \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{[x] - 1} \quad (\text{د}) \quad f(x) = \frac{1}{|x - 1| - x} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = \frac{1}{[x] + [1 - x]} \quad (\text{و}) \quad f(x) = \frac{x}{|x - 2| - |5 - x|} \quad (\text{ه})$$

$$f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{2 - x}} \quad (\text{ح}) \quad f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{3 - x}} \quad (\text{ز})$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x - 4}}{x^2 - 1[x] + 7} \quad (\text{ی}) \quad f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} \quad (\text{ط})$$

$$f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 x \quad (\text{ل}) \quad f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 x \quad (\text{ک})$$

۲. برد توابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \frac{x}{1 - x} \quad (\text{ب}) \quad f(x) = 2x^2 + 3x \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = \left[\frac{3}{1 + x^2} \right] \quad (\text{د}) \quad f(x) = \frac{2x}{1 + x^2} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = |x - 2| - |x - 5| \quad (\text{و}) \quad f(x) = |x - 2| + |x - 5| \quad (\text{ه})$$

$$f(x) = \frac{x}{|x| - 1} \quad (\text{ح}) \quad f(x) = \frac{|x|}{x - 1} \quad (\text{ر})$$

$$f(x) = x + \sqrt{1 - x^2} \quad (\text{ی}) \quad f(x) = \sqrt{x - x^2} \quad (\text{ط})$$

۳. دامنه توابع زیر را به ازای مقادیر مختلف m تعیین کنید.

(الف)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + mx}$$

(ب)

$$f(x) = \sqrt{\frac{(m-1)x + m + 1}{x-1}}$$

۴. دامنه و برد تابع زیر را تعیین کنید.

$$f(x) = \sqrt{2[x] - [x^2]}$$

۱. اگر

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2x}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x + 1}$$

برد تابع f و دامنه تابع $f \circ g$ را پیدا کنید.۲. در هر یک از موارد زیر توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست آورید.

(الف)

$$g(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x + 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

(ب)

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$$

۳. اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = 2x^2 - x + 1$ ، مقدار a را طوری تعیین کنید که $f \circ g(a) = g \circ f(a)$.۴. اگر $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x+1}{x-1}$ ، ضابطه تابع f را به دست آورید.۵. اگر عبارت $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

$$\underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ مرتبه}}(\tan x)$$

۶. اگر $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ، عبارت

$$\underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f(x)}_{n \text{ مرتبه}}$$

را محاسبه کنید.

۷. اگر $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 3x}{1-3x^2}$ ، مطلوبست محاسبه $\frac{f \circ g(x)}{g \circ f(x)}$

۸. اگر

$$af(x-1) + bf(1-x) = cx$$

ضابطه تابع f را به دست آورید.

۱. اگر f تابعی صعودی اکید و g تابعی نزولی اکید باشد درباره صعودی و یا نزولی بودن تابع $f \circ g$ چه می توان گفت؟
۲. اگر f و g توابعی نزولی اکید باشند درباره صعودی و یا نزولی بودن تابع $f \circ g$ چه می توان گفت؟
۳. صعودی و یا نزولی بودن تابع های زیر را مشخص کنید.

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - x}} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x - 1} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = 2x + [x] \quad (\text{د})$$

۴. صعودی و یا نزولی بودن تابع چند ضابطه ای زیر را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2x - 2} & x < 0 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2x - 2} & x > 2 \end{cases}$$

۵. همه مقادیر a را طوری بیابید که تابع f با ضابطه

$$f(x) = x^2 + ax$$

روی مجموعه اعداد حقیقی، صعودی اکید باشد.

۶. الف) اگر تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ نزولی اکید باشد و $f(2) = 3$ ، دامنه تابع g با ضابطه

$$g(x) = \sqrt{(f(x) - 3)(x^2 - 4)}$$

را بیابید.

ب) اگر در قسمت الف)، $f(a) = 3$ ، دامنه تابع g را بر حسب مقادیر مختلف a به دست آورید.

۷. اگر توابع f و g هر دو فرد باشند در مورد زوج یا فرد بودن تابع $f \circ g$ چه می توان گفت؟

۸. اگر تابع g زوج و تابع f دلخواه باشد در مورد زوج یا فرد بودن تابع $f \circ g$ چه می توان گفت؟

۹. الف) اگر h تابعی دلخواه باشد در مورد زوج یا فرد بودن توابع $h(x) + h(-x)$ و $h(x) - h(-x)$ چه می توان گفت؟

ب) اگر f تابعی فرد و g تابعی زوج باشد به طوری که $f(x) + g(x) = 2^x$ ، توابع f و g را تعیین کنید.

۱۰. اگر توابع $f + g$ و $f - g$ هر دو فرد باشند در مورد زوج یا فرد بودن تابع f چه می توان گفت؟

۱۱. زوج و یا فرد بودن توابع زیر را بررسی کنید.

الف) $f(x) = \log(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$

ب) $f(x) = \left[\frac{1393}{x - 1393} \right] + \left[\frac{x}{x + 1393} \right]$

ج) $f(x) = (-1)^{[x]}([x] + [-x])$

۱۲. اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x + 2}} & x \geq 0 \\ g(x) & x < 0 \end{cases}$$

فرد باشد، ضابطه تابع g را بیابید.

۱. در هر مورد در صورت وارون پذیر بودن تابع f وارون آن را به دست آورید.

$$f(x) = x - \sqrt{x} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = x^2 + 3x^2 + 3x \quad (\text{الف})$$

۲. فرض کنید توابع f و g با دامنه \mathbb{R} توابعی وارون پذیر باشند.

الف) آیا ممکن است تابع $f + g$ وارون پذیر نباشد؟

ب) آیا ممکن است تابع $f \cdot g$ وارون پذیر نباشد؟

ج) آیا ممکن است تابع $f \circ g$ وارون پذیر نباشد؟

۳. اگر $f(x) = g\left(\frac{1}{x+1}\right)$ و g تابعی وارون پذیر باشد، نشان دهید تابع f وارون پذیر است و سپس وارون

تابع f را بر حسب g^{-1} به دست آورید.

۴. اگر $f(x) = \frac{g(x)}{g(x)+1}$ و g تابعی وارون پذیر باشد، نشان دهید تابع f وارون پذیر است و سپس وارون

تابع f را بر حسب g^{-1} به دست آورید.

۵. نشان دهید تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 + 2x + 2$ و با دامنه $(-\infty, -1)$ وارون پذیر است و ضابطه

و دامنه تابع وارون آن را به دست آورید.

۶. مقادیر m را طوری تعیین کنید که تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 + x + 1$ و با دامنه $(m, +\infty)$ تابعی وارون پذیر باشد.

۷. آیا ممکن است تابع f وارون پذیر باشد اما تابع $f \circ f$ وارون پذیر نباشد؟

۸. آیا ممکن است تابع $f \circ f$ وارون پذیر باشد اما تابع f وارون پذیر نباشد؟

۹. نشان دهید تابع $f(x) = x + [x]$ وارون پذیر است و تابع وارون آن را بیابید.

۱۰. وارون پذیری تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2} & x \leq 0 \\ -\frac{1}{x} & 0 < x \leq 2 \\ \frac{x}{x-1} & x > 2 \end{cases}$$

را بررسی کنید و در صورت وجود تابع وارون آن را معین کنید.

۱۱. اگر تابع f روی D_f (دامنه f) صعودی اکید باشد، ثابت کنید f^{-1} نیز روی R_f (برده f)

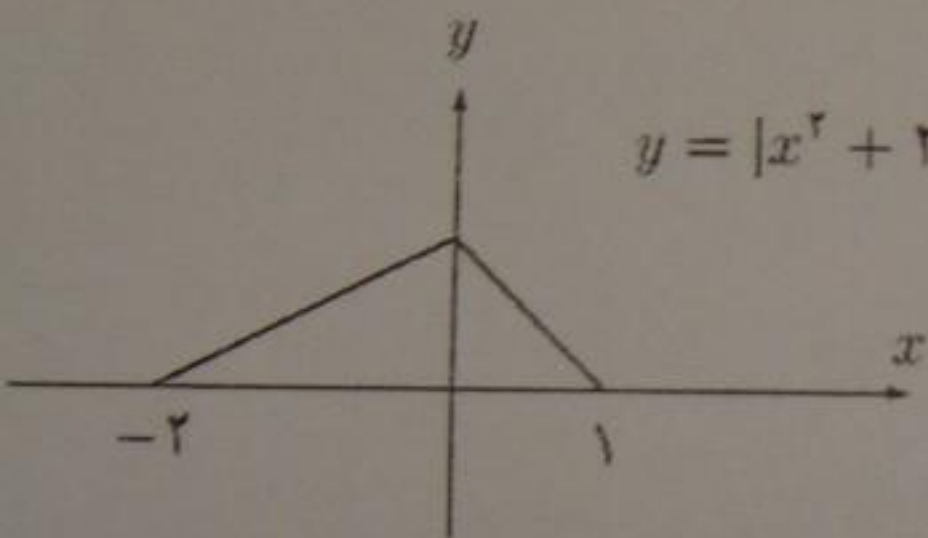
صعودی اکید است.

۱. نمودار توابع زیر را رسم کنید.

(الف) $y = |x - 2| - 1$ (ب) $y = |x + 2| + 1$

(ج) $y = ||x| - 2|$ (د) $y = ||x| - 2| - 1$

(ه) $y = |x - 1| + |x + 1|$ (و) $y = |x^2 + 2x|$



۲. در شکلِ رو به رو نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است.

نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

(الف) $y = f(x - 1)$ (ب) $y = f(x) - 1$ (ج) $y = 1 - f(x)$

(د) $y = f(1 - x)$ (ه) $y = 1 - f(1 - x)$ (و) $y = -f(-x)$

۳. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

(الف) $y = \sqrt{x + 1}$ (ب) $y = \sqrt{-x}$ (ج) $y = 1 - \sqrt{x}$

(د) $y = \sqrt{1 - x}$ (ه) $y = \sqrt{|x|}$ (و) $y = |1 - \sqrt{|-x|}|$

۴. نشان دهید نقطه $(2, 3)$ مرکز تقارن نمودار تابع $f(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}$ است.

